621.833.01.: 621.664

歯車ポンプ用歯車の歯形の研究*

(第1報, 新歯形“欠だ円1-形”)

五百井 仁**, 松 井 愼**

Research on Tooth Profile of Rotors for
Gear Pumps of Rotary Type

(1st Report, Quasi-Semi-Elliptic Type-1)

by Hitosi IYOI and Hiroshi MATSUI

To eliminate the defects which are found in the conventionally developed tooth profiles, a new rack form has been obtained. Gear pumps having tooth profiles which are generated by or derived from the said rack are expected to have higher hydraulic performance. Analytical and geometrical interpretations are given; furthermore comparison of the numerical values of delivery rate, specific slide of the said profile with those of the other conventional typical ones is shown. Experimental results are in good agreement with theoretical ones, but they are not shown here.

1. 序 文

歯車ポンプ用歯車(平歯車, はすば歯車, やまば歯車)の歯形の母体として考えられる, ラックの外形曲線のみたすべき条件に関する既成理論の吟味をおこない, 不めいりような点を明確にし, 新歯形“欠だ円1-形”の構成原理ならびに幾何学的説明から出発して歯形としての諸性能—すべり率, 吐出し量比などの公式を導き, これまでわが国で知られている一点接触歯形としての代表的な二, 三の歯形(正弦歯形, 欠円歯形)との性能の比較をおこなう。ただし理論計算値によるものであり, 正弦, 欠円両歯車ポンプと併行して同一の条件のもとでおこなった本歯形をもつやまば歯車ポンプの試作試験では, 理論計算値にほぼ近い結果が得られているが, この試験結果についてはページ数その他の事情により省略する。

2. 記号の説明

 m : モジュール z : 歯数 R : 共通のピッチ円半径 R_0 : 歯車の外径 b : 歯車の幅 β : ねじれ角 φ : 歯車の回転角 V : 吐出し量 $\bar{V}$: 吐出し量比 $= V/R^3b$ σ : すべり率

$\sigma_s, \sigma_e, \sigma_c$ はそれぞれ正弦曲線, 欠円, 欠だ円歯形に対応する σ であり, $\bar{V}$ についても同様の添字を用いる。

x, y : ラックの軸直角断面の直交座標 (x 軸: ラックのピッチ線, y 軸: 車軸中心を結ぶ直線)

 $\bar{x} = x/R, \bar{y} = y/R$

ξ, η : ラックの歯直角断面の直交座標, $\xi = x \cos \beta, \eta = y \sin \beta$

$\kappa \sec \beta$: ラックの軸直角断面の外形曲線としてのだ円曲線の母体であるだ円の長短比 ($\sin B \equiv \kappa \sec \beta < 1$)

r, θ : 接触点軌跡上の点の極座標 (θ は車軸中心線より時計と反対方向を正とし, r はピッチ点を極とし, これより測った接触点までの距離)

 $\bar{r} = r/R, \bar{\theta} = \frac{\pi}{2} - \theta$

R_*, θ : 接触点軌跡上の点 (r, θ) にたてた法線上の点の極座標, 測り方は r, θ と同じ。

 $\bar{R}_* = R_*/R$ α_0 : ピッチ点における圧力角, $p_0 \equiv \tan \alpha_0$

$F(\theta; z, p_0, \sin \beta)$: ピッチ点での, ころがり曲線の曲率

 a : だ円の長軸の長さの半分 (R を単位とする)

* 昭和 36 年 10 月 6 日 第 39 期東京秋期講演大会において論文講演として講演, 原稿受付 昭和 36 年 7 月 20 日。

** 正員, 千葉工業大学(習志野市谷津町 7 の 1916)。

a' : だ円中心から $\bar{x}$ 軸までの距離 ($a' > 0$) (R を単位とする) $h = a - a' = (R_0 - R)/R$
 h は歯たけに相当する.

$\phi = \frac{b \tan \beta}{R}$: 車軸方向のねじれの度合を端断面の中心角であらわしたもの. すなわち helical advance (アメリカ) に相当するもの.

3. 歯形構成に関しこれまで用いられてきた機構学の原理の吟味

3.1 $\chi(\bar{x}) = d\varphi/d\bar{x} > 0$ の意味 文献 (1), (2) などでは歯車の一点接触の条件式として $d\varphi/d\bar{x} > 0$ が無造作に使用されているが, この式の意味するところを明確にする必要がある. かみあいの原理“二つの歯車の接触点における共通法線はピッチ点を通る”を式であらわすと

$$\varphi R = x + yy' \quad \dots\dots\dots (1)$$

または

$$\varphi = \bar{x} + \bar{y}(d\bar{y}/d\bar{x}) \quad \dots\dots\dots (1')$$

(1)' 式の右辺はピッチ点の $\bar{x}$ 座標を意味している. したがって $\chi(\bar{x}) > 0$ ($-\infty < \bar{x} < \infty$) はラックを固定して考えると, ピッチ点の進行方向と接触点の進行方向とが同一であることをしめす. すなわちピッチ点の $\bar{x}$ 座標が接触点の $\bar{x}$ 座標の一価連続単調増加関数であること, これを逆にいうと任意のピッチ点からラック曲線へひいた法線がつねに存在してただ一つに限ることを意味する. すなわち $\chi(\bar{x})$ が $\bar{x}$ のすべての範囲で連続で正値 (零の点が離散的にあってもよい) をもつことが, 一点接触の必要かつ十分条件と考えられる. したがって $\chi(\bar{x})$ が四分の一ピッチ区間で正, すなわち

$$\chi(\bar{x}) > 0 \quad (0 < \bar{x} < \pi/2z) \quad \dots\dots\dots (2)$$

(2) 式が成り立つ場合でも歯車全体としては必ずしも一点接触性は保証されない. 次にこれを解析的に説明しよう. 第 1 図はラックの軸直角断面図で $P(x, y)$ および $Q(x+\epsilon, y+\delta)$, ($\epsilon > 0, \delta > 0$) は, その外形曲線上の隣接 2 点でこれらの点でラックがピニオンと接触するものとし, P, Q 2 点における法線と x 軸との交点をそれぞれ $P'(X, 0), Q'(X_{\epsilon, \delta}, 0)$ とすると

$$\left. \begin{aligned} X < X_{\epsilon, \delta} \quad (0 \leq x < \pi R/2z) \\ X_{\epsilon, \delta} \leq \pi R/2z \quad (0 \leq x \leq \pi R/2z) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

(2) 式は (3) 式の第 1 式と等値であるが, 第 2 式の条件はこのなかにふくまれている. 既成の一点接触歯形たとえば正弦歯形や欠円歯形で吟味すると, (3) 式の二つの条件がみたされていることがわかる. しかし未知の歯形では $\chi(\bar{x}) > 0, (0 < x \leq \pi R/2z)$ という条件だけでは (3) 式の第 2 式が成り立つことが保証されて

第 1 図 ラックとピニオンとの一点接触の図

第 2 図 欠円ラック曲線

いない. したがって, この条件のほかに歯先 (歯元) の端点およびピッチ点での上述の条件を加え, (3) の 2 式が成り立つことが必要かつ十分条件であり, これが $\chi(\bar{x})$ が $\bar{x}$ のすべての範囲でつねに連続で正値をもつ条件と等値となる.

3.2 局所干渉理論の応用による先駆者の誤解の解明—欠円歯形曲線の限界— ラックの軸直角断面の外形曲線が半円より少し小さいものを第 2 図にしめす. ふつうに欠円歯形というのは, 歯直角断面または軸直角断面がこのような形状をもつラックに対応する歯車の歯形をいう. ただし公認されているものは歯直角断面のものである. 第 2 図で点 $C(\pi/2z, -a')$ を円の中心, a を半径とするとこの円の方方程式は

$$\left(\frac{\pi}{2z} - \bar{x}\right)^2 + (\bar{y} + a')^2 = a^2 \quad \dots\dots\dots (4)$$

接触点軌跡 $(\bar{r}, \theta)$ は基礎式 $\bar{r} = \bar{y}\sqrt{1 + \bar{y}'^2}$, $\bar{y} = \bar{r} \cos \theta$ を用いて (4) 式から

$$\bar{r}(\theta) = a - \frac{a'}{\cos \theta} \quad \dots\dots\dots (5)$$

一方接点軌跡上の一点 $P(\bar{r}, \theta)$ にたてた法線の極方程式は第6図を参照して

$$\frac{-1}{\bar{r}} \sin(\theta - \theta) + \frac{1}{\bar{r}'} \cos(\theta - \theta) = \frac{1}{\bar{R}_*} \dots (6)$$

ここに $\bar{r}' \equiv d\bar{r}/d\theta$ である。(6) 式で $\theta = \pi/2$ とおき(6) 式の左辺に(5) 式を代入して整理すると

$$\frac{a}{a'} \frac{\cos^3 \theta}{a \cos \theta - a'} = \frac{1}{\bar{R}_*}$$

この式の左辺の θ に関する最小値は $\theta = \arccos 3a'/2a$ において生じるから, その値は $27a'/4a^2$ となる。さて局所干渉(せん点干渉)は $\bar{R}_* \leq 1$ から $\bar{R}_* > 1$ に移行するとき生ずるからこれをさける条件式は

$$27a'/4a^2 \geq 1 \dots (7)$$

ここに

$$a = (\pi/2z) \sec \alpha_0, \quad a' = (\pi/2z) \tan \alpha_0 \dots (7)'$$

(7) 式はピッチ点の圧力角 α_0 を小さくして零に近づけると, この歯形が半円に近づき得ない限界のあることをしめしている。さて(7), (7)' 式の間で a, a' を消去すると歯数 z と圧力角 α_0 との間の関数関係が求められる。すなわち

$$\left. \begin{aligned} p_0 &\equiv \tan \alpha_0 > p_0^* \equiv \tan \alpha_0^* \equiv u - (u^2 - 1)^{1/2} \\ u &\equiv 27z/4\pi \end{aligned} \right\} \dots (8)$$

第8図に(8) 式の関係をしめす。

これまで欠円歯形に関しては考案者自身がケミカルエンジニアリング誌上で述べているごとく, また David & Sons Co. の研究結果としてのイギリスの特許公報⁽³⁾においても, 半円にいくらかでも近づきうるものと考えられてきた。この誤りは局所干渉の理論的吟味にかけていたことによるものである。ここでのべた局所干渉の理論は文献(4)~(6)に立脚している。すなわち A. Schiebel⁽⁶⁾は, インボリュート歯形の局所干渉の吟味を始めて図式に求めた。文献(4), (5)では接点軌跡上の任意の点 P にたてた法線と車軸中心線との交点はピッチ点で考えられるころがり曲線の曲

率中心であることの証明がなされており, この点が車軸中心を結ぶ線分上にあれば局所干渉は生じない。ラックの軸直角断面の外形曲線が欠円であたえられる歯車の歯形では, これが(7) 式または(8) 式であたえられる。

4. 本歯形の構成原理と幾何学的説明

4.1 欠だ円歯形の定義とその特性

ラックの軸直角断面の外形曲線が, $\kappa \sec \beta < 1$ をみたすだ円(長軸が車軸中心線に平行)の一部で一点接触をおこない, 局所干渉を起さない歯形を欠だ円1-形と呼ぶことにする。第3図(a)および(b)は, それぞれ本歯形の存在領域を歯直角および軸直角断面においてしめたものである。ただし第3図(a)の下限界曲線および第3図(b)の上限界曲線は, それぞれ3.2で述べた(あるいは第8図にしめた)欠円の上の限界曲線である。この歯直角断面の下限界曲線に相当する歯形が武藤房芳により考えられたいわゆる欠円歯形(日本特許 No. 221 928)である。第4図(a)および(b)はこの領域に横たわる本歯形の一つをしめす。第4図(a)のだ円の長軸および短軸の長さの半分をそれぞれ $a, \kappa a$ ($\kappa < 1$) とすると, 第4図(b)はその軸直角断面への投影であるから, これらはそれぞれ $a, \kappa \sec \beta \cdot a$ となる。したがって第4図(a)のだ円の方程式は

$$\frac{\left(\bar{x} - \frac{\pi}{2z} \cos \beta\right)^2}{(a\kappa)^2} + \frac{(\bar{y} + a')^2}{a^2} = 1 \dots (9)$$

$\bar{x} = \bar{x} \cos \beta$ を(9) 式に代入して

$$\frac{\left(\bar{x} - \frac{\pi}{2z}\right)^2}{(a\kappa \sec \beta)^2} + \frac{(\bar{y} + a')^2}{a^2} = 1 \dots (10)$$

この(10) 式より $\bar{y}, d\bar{y}/d\bar{x}, d^2\bar{y}/d\bar{x}^2$ を $\bar{x}$ の関数として求めこれらを

$$\chi(\bar{x}) \equiv 1 + (d\bar{y}/d\bar{x})^2 + \bar{y} \cdot d^2\bar{y}/d\bar{x}^2 > 0 \dots (11)$$

(a) ラックの歯直角断面 (b) ラックの軸直角断面
第3図 本歯形有効領域

(a) ラック歯直角断面 (b) ラック軸直角断面
第4図 本歯形の幾何学的説明図

(11) 式に代入して整理すると

$$\chi(\bar{x}) = c + \frac{c_1}{f_*^{3/2}} > 0 \quad \dots\dots\dots (12)$$

ここに

$$c = 1 - \frac{1}{(\kappa \sec \beta)^2}, \quad c_1 = a^2 a' \kappa \sec \beta > 0$$

$$f_* = (a \kappa \sec \beta)^2 - \left(\frac{\pi}{2z} - \bar{x} \right)^2 > 0$$

ところが $c_1/f_*^{3/2} > 0$ であるから (12) 式が成り立つためには

$$c \geq 0 \leftrightarrow \kappa \sec \beta \geq 1 \quad \dots\dots\dots (13)$$

(13) 式はその十分条件をあたえる (記号 $\leftrightarrow$ は等値関係をしめす). さらに

$$\kappa = 1 \quad \dots\dots\dots (14)$$

(14) 式は (13) 式が成り立つための十分条件である. ところが κ は定義により歯直角断面のラックの外形曲線がその一部であるだ円の長短比を意味しているから, $\kappa = 1$ は歯直角断面のラックの外形曲線が欠円である場合にほかならない. この歯形は $\chi(\bar{x}) > 0$ をみたす. 次に (13) 式が成り立たない場合すなわち

$$c < 0 \text{ すなわち } \kappa \sec \beta < 1 \quad \dots\dots\dots (15)$$

であっても $c_1/f_*^{3/2} > 0$ であるから (12) 式が成り立つ場合がある. そこで (12) 式と (15) 式とを組合わせて一点接触の条件の一つをみたすことができる. この原理が本歯形の構成に基本的な役割を演ずる. この結果, 本歯形はいわゆる欠円歯形より圧力角を小さくし, 歯たけを増すことが可能となり, したがって軸受にかかる法線荷重を軽減して歯車の機械効率を高める一方, 吐出し性能の向上を媒介として容積効率の上昇の可能性が結論され, これら二つの効率の相乗積としてのポンプ効率の上昇が期待される.

4.2 本歯形の一点接触性の吟味 (12) 式から

$\chi(\bar{x}) = 0$ を $\bar{x}$ に関して解くと

$$\bar{x} = \frac{\pi}{2z} - a \kappa \sec \beta \left\{ 1 - \left(\frac{a'/a}{1 - \kappa^2 \sec^2 \beta} \right)^{2/3} \right\}^{1/2}$$

$\chi(\bar{x})$ がラックの四分の一ピッチ区間 ($0 \leq \bar{x} \leq \pi/2z$) で正值をもつことは $\chi(0) = 1 + \cot^2 \alpha_0 > 0$ に注意すると, 次のことと等値であることがわかる. すなわち $\chi(\bar{x}) = 0$ がこの区間で実数値の根をもたない (すなわち共役複素根をもつ) 条件,

$$a'/a > 1 - \kappa^2 \sec^2 \beta \quad \dots\dots\dots (16)$$

さて (16) 式の関係を α_0 (または $p_0 \equiv \tan \alpha_0$) と $\kappa \sec \beta \equiv \sin B$ との関数関係でこれをあらわすためには, 二つの境界条件により a および a' を消去すればよい. その一つはラック曲線のピッチ点での幾何学的境界条件であり, 今一つは圧力角 α_0 の表示式である,

第 5 図 一点接触限界曲線
(S = 有効領域)

前者を求めるため第 4 図 (b) でだ円中心を原点とし, このだ円の長軸方向に $\bar{X}$ 軸, 短軸方向に $\bar{Y}$ 軸をとるとその方程式は

$$(\bar{X}^2/a^2) + (\bar{Y}^2/a'^2 \kappa^2 \sec^2 \beta) = 1$$

この式にピッチ点の座標 $\bar{X} = a'$, $\bar{Y} = \pi/2z$ を代入して

$$\pi/2z = a \kappa \sec \beta \sqrt{1 - (a'/a)^2} \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$p_0 = [1/(d\bar{y}/d\bar{x})]_{\bar{x}=0}$$

$$= \left[\kappa \sec \beta \sqrt{(a \kappa \sec \beta)^2 - \left(\frac{\pi}{2z} - \bar{x} \right)^2} \right]_{\bar{x}=0} / \left(\frac{\pi}{2z} - \bar{x} \right)$$

すなわち

$$p_0 = a' \kappa^2 \sec^2 \beta / (\pi/2z) \quad \dots\dots\dots (18)$$

(17), (18) 式より a および a' を求めると

$$\left. \begin{aligned} a &= (\pi/2z) (p_0^2 + \sin^2 B)^{1/2} / \sin^2 B \\ a' &= (\pi/2z) p_0 / \sin^2 B \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (19)$$

(19) 式を (16) 式に代入して

$$p_0 > \cos^2 B / (1 + \cos^2 B)^{1/2} \quad \dots\dots\dots (20)$$

(20) 式は本歯形の一点接触の条件式で, このなかには函数 z がふくまれていない. これは後述の局所干渉の条件式とは異なり注目に値する. 第 5 図は α_0 と $\operatorname{cosec} B$ との関数関係をしめす曲線を境として, 一点接触の有効領域を S, 非有効領域を T であらわす. たとえば $\sin B = 1/1.5$ の場合 $\alpha_0 > 24^\circ 0' 36''$ であることが一点接触のため必要である. ここに特に注意すべきことは, 領域 T 内にある点の座標としての α_0 , $\sin B = 1/(\kappa \sec \beta)$ の一組に対しピッチ点から直ちに一点接触性がくずれるという意味でなく, ラックの四分の一ピッチ区間のある点から先でくずれるという意味である. 次報で述べる“欠だ円 2-形”では, この部分を用いて歯形の改良がなされる. 以上では一点接触の必要条件を (16) 式または (20) 式でしめしたが,

この条件はまた十分条件であることをしめそう。

ラック曲線上の任意の一点 $P(\bar{x}, \bar{y})$, ($0 \leq \bar{x} \leq \pi/2z$) にたてた法線と $\bar{x}$ 軸との交点の座標を $(\bar{X}_p, 0)$ とすると, (3) 式の第2式に注意して

$$\bar{X}_p = \bar{x} + \frac{\frac{\pi}{2z} - \bar{x}}{\sin^2 B} \frac{\bar{y}}{\bar{y} + a'} \leq \frac{\pi}{2z} \quad \dots\dots(21)$$

(21) 式を $\chi(\bar{x}) > 0$ を用いて証明するため, 新しい関数 $g(\bar{x})$ をつぎのように定義する。

$$g(\bar{x}) \equiv \frac{\pi}{2z} - \left\{ \bar{x} + \frac{\left(\frac{\pi}{2z} - \bar{x} \right)}{\sin^2 B} \frac{\bar{y}}{\bar{y} + a'} \right\} \\ = \left(\frac{\pi}{2z} - \bar{x} \right) \left(1 - \frac{1}{\sin^2 B} \frac{\bar{y}}{\bar{y} + a'} \right)$$

$\bar{x}=0, \bar{y}=0$ より $g(0) = \pi/2z > 0$, $g(\pi/2z) = 0$, したがって (21) 式を証明するには $dg(\bar{x})/d\bar{x} < 0$, ($0 < \bar{x} < \pi/2z$) をしめせばよい。(10) 式より $\bar{y} = (\sqrt{f_*} - a' \sin B) / \sin B$, $f_* = a^2 \sin^2 B - (\pi/2z - \bar{x})^2$ を用いて

$$g(\bar{x}) = \left(\frac{\pi}{2z} - \bar{x} \right) \left(c + \frac{a'}{\sin B} \frac{1}{f_*^{3/2}} \right), \\ c = 1 - \frac{1}{\kappa^2 \sec^2 \beta} = -\cot^2 B$$

したがって

$$g'(\bar{x}) = - \left(c + \frac{c_1}{f_*^{3/2}} \right) = -\chi(\bar{x}) < 0, \\ c_1 = a^2 a' \sin B \quad \therefore \text{Q. E. D.}$$

5. 接触点軌跡と本歯形曲線

接触点軌跡上の任意の一点 $(\bar{r}, \theta)$ と対応するラック曲線上の点 $(\bar{x}, \bar{y})$ との間に存在する基礎的関係式

$$\bar{r} = \bar{y} \sqrt{1 + (d\bar{y}/d\bar{x})^2}, \quad \bar{y} = \bar{r} \cos \theta$$

において $d\bar{y}/d\bar{x}$ を $\bar{y}$ の関数として表示し, これを上 の2式に代入して $\bar{y}$ を消去すると接触点軌跡の方程式が得られる。

第6図 接触点軌跡

$$\bar{r}(\theta) = \frac{a}{\sqrt{f} \sin \theta} - \frac{a'}{\cos \theta} \quad \dots\dots(22)$$

ここに

$$f \equiv \cot^2 \theta + \sin^2 B$$

第6図は (22) 式により求められた図で諸元は $m=6$, $z=8$, $\sin B=0.987$ である。

次に歯車の回転角 φ の表示式を求めるため $\bar{\theta} = \pi/2 - \theta$ をみたす $\bar{\theta}$ を用いて基礎式⁽⁵⁾により

$$\varphi = \int_0^{\bar{r}} d\bar{r} / \cos \bar{\theta} = \int_{\alpha_0}^{\bar{\theta}} [(d\bar{r}/d\bar{\theta}) / \cos \bar{\theta}] d\bar{\theta}$$

(22) 式より $d\bar{r}/d\bar{\theta}$ を求め, $d(1/\sqrt{f})/d\bar{\theta} = -\tan \bar{\theta} \cdot \sec^2 \bar{\theta} / f^{3/2}$ に注意して

$$\varphi = a' \int_{\alpha_0}^{\bar{\theta}} d\bar{\theta} / \sin^2 \bar{\theta} \\ - a \cos^2 B \int_{\alpha_0}^{\bar{\theta}} [\sin \bar{\theta} / (\cos^2 \bar{\theta} f^{3/2})] d\bar{\theta} \\ = a' [\cot \bar{\theta}]_{\alpha_0}^{\bar{\theta}} - [a \cos^2 B / (f^{1/2})]_{\alpha_0}^{\bar{\theta}} \quad \dots\dots(23)$$

(23) 式で $\bar{\theta}=0$ (すなわち $\theta=\pi/2$) のとき $\varphi=\pi/2z$ となる条件および $f_0^{-1/2} \equiv (a'/a) \cot \alpha_0$, $f_0 \equiv \tan^2 \alpha_0 + \sin^2 B$ に注意すると

$$\pi/2z = a \sin B [1 - (a'/a)^2]^{1/2} \quad \dots\dots(24)$$

(24)式は (17) 式でしめしたラックのピッチ点における幾何学的境界条件にほかならない。(24)式を用いると (23) 式はさらに簡単になる。

$$\varphi = (\pi/2z) - a' \tan \theta + a \cos^2 B \cdot f^{-1/2} \quad \dots\dots(25)$$

次にかみあう二つの歯車 (1-車および 2-車) の歯形曲線上の点の直交座標 (ピッチ点を原点としピッチ円の接線方向に $\bar{x}_1$ および $\bar{x}_2$ 軸をとる) をそれぞれ $(\bar{x}_1, \bar{y}_1)$, $(\bar{x}_2, \bar{y}_2)$ とすると歯形曲線の表示式⁽⁷⁾は

$$\left. \begin{aligned} \bar{x}_1 &= \sin \varphi - \bar{r} \sin (\varphi + \theta) \\ \bar{y}_1 &= (1 - \cos \varphi) + \bar{r} \cos (\varphi + \theta) \\ \bar{x}_2 &= \sin \varphi + \bar{r} \sin (\varphi - \theta) \\ \bar{y}_2 &= -(1 - \cos \varphi) + \bar{r} \cos (\varphi - \theta) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots(26)$$

(22), (25), (26) 式を用いて求めた歯形を第11図 (b) にしめす。

6. 局所干渉の吟味

3章の (6) 式に $\theta=\pi/2$ を代入し, さらに5章の (22)式でしめされたただ円の $\bar{r}(\theta)$ を代入すると局所干渉をさける条件式が求められる。

$$F(\theta; z, p_0, \sin B) = \frac{\cos^2 \theta \cdot f^{1/2}}{a \cot \theta - a' f^{1/2}} \\ + \frac{\cos^2 \theta \cdot f^{3/2}}{a' f^{3/2} - a \cos^2 B \cot \theta} \geq 1 \quad \dots\dots(27)$$

(27) 式の左辺の F はピッチ点におけるころがり曲線の曲率を意味し, $1/F$ はピッチ円半径 R を単位にし

た曲率半径, また a および a' は (19) 式であたえられ $f = \cot^2 \theta + \sin^2 B$ である. 第 7 図は $\sin B = 1/1.5$, $\alpha_0 = 5^\circ$, $z = 6$ の場合についての (27) 式による数値計算例である. これによると (27) 式の $F(\theta; z, p_0, \sin B)$ は θ の変化域 $(0, \pi/2 - \alpha_0)$ で 1 より小さい値をもつ部分が生じ局所干渉の起ることをしめす. この場合第 5 図から明らかであるが限界曲線の下 T 領域にあるから一点接触性がこの区間でくずれることがわかる. また (27) 式で特に $\sin B = 1$ とおくとラックの軸直角断面が欠円の場合に該当する歯車の歯形の局所干渉の判定関数が求まりこれを第 8 図にしめす. W はその有効領域である.

7. 吐出し量比の公式

$dV/d\varphi = (R_0^2 - R^2 - r^2)b^{(5)(7)}$ を φ につき積分し 1 回転当りの吐出し量を求める. この場合歯車の単位幅, 単位ピッチ円半径の場合の吐出し量を吐出し量比となぜけると

$$\bar{V} \equiv V/R^2 b = 2\pi h(2+h) - 4z \int_{\alpha_0}^{\pi/2z} \bar{r}^2 \frac{d\varphi}{d\bar{r}} \frac{d\bar{r}}{d\bar{\theta}} d\bar{\theta} \quad \dots\dots\dots (28)$$

ここに

$$\bar{\theta} = \pi/2 - \theta, \quad h = a - a'$$

(28) 式へ

$$\begin{cases} d\varphi/d\bar{r} = 1/\cos \bar{\theta}^{(5)(7)} \\ d\bar{r}(\bar{\theta})/d\bar{\theta} = \frac{d}{d\bar{\theta}} \left[\frac{a}{\sqrt{f} \cos \bar{\theta}} - \frac{a'}{\sin \bar{\theta}} \right] \\ \tan \alpha_0 = a' \sin B / (a^2 - a'^2)^{1/2} \end{cases}$$

を代入して計算結果をまとめると吐出し量比 $\bar{V}$ は z , $\sin B$, a , a' により次式であらわされる.

$$\begin{aligned} \bar{V} = & 2\pi h(2+h) + \frac{4z}{\sin B} \left[a^2 a' \cos^2 B \right. \\ & \times \arctan \frac{a'}{(a^2 - a'^2)^{1/2}} - a a'^2 \log \frac{a'}{a + (a^2 - a'^2)^{1/2}} \\ & - \frac{1}{3} (a^2 - a'^2)^{1/2} \{ (a^2 + 2a'^2) \\ & \left. - (2a^2 + a'^2) \cos^2 B \} - \frac{\pi}{2} a^2 a' \cos^2 B \right] \dots (29) \end{aligned}$$

(29) 式で特に $\sin B = \kappa \sec \beta$ のなかにあられる κ の値を 1 とすると歯直角断面が欠円形であるラックから求められる歯車ポンプの $\bar{V}$ が得られる. 第 9 図は (29) 式により求めた $\bar{V}_e - z$ 曲線である. なお比較のため $\kappa = 1$ の場合の $\bar{V}_c$ および正弦ラックに対応する $\bar{V}_s$ をしめす. α_0 の値は $\bar{V}_e$, $\bar{V}_c$ の場合はともに 5° , また $\bar{V}_s$ の場合は最小値の 45° を用いた.

8. すべり率 (σ) の公式

1-車および 2-車の対応する微小変位を ds_1 , ds_2 と

$\operatorname{cosec} B = 1.5$
 $\alpha_0 = 5^\circ, z = 6$

第 7 図 局所干渉判定曲線 $F(\theta)$

$\sin B = 1$
第 8 図 局所干渉判定曲線 (W = 有効領域)

$\bar{V}_e$: 本歯形, $\bar{V}_c$: 欠円歯形
 $\bar{V}_s$: 正弦曲線歯形

第 9 図 吐出し量比 ($\bar{V}$) の比較

すると 1-車を規準にした 2-車のすべり率は

$$\pm \frac{ds_2 - ds_1}{ds_1} = \pm \frac{2}{-1 + \left(\frac{\cos \theta}{\bar{r}} + \frac{\sin \theta}{d\bar{r}/d\theta} \right)} \quad \dots\dots\dots (30)$$

同様に 2-車に対する 1-車のすべり率は

$$\pm \frac{ds_1 - ds_2}{ds_2} = \pm \frac{2}{1 + \left(\frac{\cos \theta}{\bar{r}} + \frac{\sin \theta}{d\bar{r}/d\theta} \right)} \quad \dots (31)$$

$\bar{r}$ および $d\bar{r}/d\theta$ は (22) 式による. 第 10 図 (a) は試作した本歯形のすべり率 σ_s , 第 10 図 (b) は欠円歯形のすべり率 σ_c , 第 10 図 (c) は正弦曲線歯形のすべり率 σ_s をしめす. 第 9 および 10 図より $\bar{V}_s < \bar{V}_c < \bar{V}_s$, $\sigma_s < \sigma_c < \sigma_s$ なる関係が判明した.

9. 歯形の設計

歯車の歯数 z をあたえると局所干渉をおこさない最小の圧力角 $(\alpha_0)_{\min}$ の値が第 8 図により求まる. 第 8 図の曲線は軸直角断面が欠円の上の限界曲線であり“欠だ円 1-形”の限界曲線ではない. 正確には $\sin B$ の各値に應ずる $(\alpha_0)_{\min}-z$ 曲線によらなくてはならない. けれども本歯形は 4 章の冒頭“欠だ円 1-形の

定義”でのべたごとく, ラックの歯たけが歯直角断面においては欠円歯形の上の限界曲線の歯たけより高いが, 軸直角断面では欠円の上の限界曲線を越えることができないから, 第 8 図の限界曲線より上部の点に対応して設計をすることができる. すなわち第 8 図は十分条件として利用することができるのである [これに反して次報で述べる欠だ円 2-形の場合は同一の圧力角で欠円(軸直角断面)の上の限界曲線よりさらに歯たけが増すからやはり第 8 図は使用できない]. さて第 8 図であたえられた歯数 z に対する $(\alpha_0)_{\min}$ が求まると $(\alpha_0)_{\min} < \alpha_0$ をみたす適当な α_0 を定め (試作した歯車ポンプの歯形では $z=8$ で $\alpha_0=5^\circ$ ときめた). (27) 式 (局所干渉をおこさない条件) および (20) 式 (すなわち第 5 図の一点接触の条件) をみたす最適の $\sin B = \kappa \sec \beta$ の値が求められ, これらの値の組 $(z, \alpha_0,$

(a) 欠だ円 1-形 すべり率

(b) 欠円歯形すべり率

(c) 正弦歯形すべり率

第 10 図

1: 正弦曲線ラック
2: 欠円ラック (中心=C)
3: 欠だ円ラック (中心=E)

(a) 試作ラック曲線の比較

1: 正弦曲線歯形
2: 欠円歯形
3: 欠だ円 1-形

(b) 歯形 (a 図に対応する)

第 11 図

$\sin B$) により (19) 式から a および a' の値が定まりラックの形状が定まる. 次に接触点軌跡[(22式)]を媒介として歯車の回転角 φ が (25) 式で求まり歯車の歯形が (26) 式により解析的に定まる (あるいは創成法の原理で図式に求めてもよい). 吐出し量比は (29) 式により, すべり率は (30), (31) 式で求められる. 第 11 図 (a) は試作に用いたラック曲線, 第 11 図 (b) は歯車の歯形でいずれも軸直角断面図である.

10. 結 論

歯車ポンプの歯車間に生ずるすきまをなくし, 閉じ込み (closure) および気化現象 (cavitation) の起らない一点接触の既成歯形がどのような原理で求められてきたかを, 代表的な二, 三の歯形につき注意深く研究した結果, 一点接触の条件がよく然として用いられ, ここにむだがあり, また局所干渉の理論が活用されていないことを確かめ, こうした点を考慮に入れてこれまでのものより機構学的にすぐれていると思われる一つの歯形の理論構成, ならびにその諸性能を数値解析的に調べた. 第 9 図および第 10 図に示したように吐出し性能が従来のものより向上し, 一方すべり率の増加が認められた. すべり率と摩擦との関係は今日まだ実験的に判明しておらず, 実用上それほど問題にされていないから, ことにここで取扱った油圧用歯車ポンプの場合, これが本質的な問題を起すものとは考え

られないから, 本歯形は少なくとも比較的低压時に吐出し性能が重大な役割を演ずるとき産業部門で活用される可能性があるものと考えられる.

備考 試作試験結果に関しては目下 Transactions ASME へ投稿中の論文で述べたごとく歯たけの増加による吐出し性能の優位性が背げき (サイド クリアランス) による使用液の漏れの増大による不利な点を解消して吐出し性能が向上し, 同一の条件のもと [$m=6$, $z=8$, $\beta=15^\circ 48'$, $b=66.5$ mm, $\psi=2\pi/z=\pi/4$ ($\psi=b \tan \beta/R$)] ほぼ理論値どおり, 欠円歯車ポンプに比べ約 10 % 増大し, 全効率がいくぶん上昇するのを確認した.

終りにのぞみ本研究の数値計算に関し労をわずらわした千葉工業大学機械科四年 堀田宗平, 岡田徹両君に謝意を表明する.

文 献

- (1) 板谷・野口, 機械学会論文集, 13-44 (昭 22), 154.
- (2) 武藤, 機械学会論文集, 9-34 (昭 18-2), IV-21; 10-38 (昭 19-2), III-11, III-25.
- (3) David & Sons Co., English Pat. No. 439908 (1935).
- (4) 渡辺, 歯車歯形論, (昭 24), コロナ社.
- (5) 日本機械学会機械要素部門委員会著, 機構学, (昭 30-2), 日本機械学会.
- (6) A. Schiebel, *Zahnräder (Erster Teil: Stirn und Kegel-räder mit geraden Zähnen)*, (1930), Julius Springer.
- (7) S. Muto, *New Gear Pumps*, (1956), 3, Maruzen.

通産省・外国技術導入検討

貿易の自由化にともなって各産業界に新技術の開発問題が重要視され, 同時に外国技術の導入が活発になっているが, こうした技術導入をめぐる諸問題について通産省では 38 年度から本格的検討にとりかかることになった.

さて, わが国が 88 % という大幅な自由化にふみ切って以来, 海外の有力企業は技術輸出よりも製品輸出を優先する可能性があり, とくにトップレベルの技術についてはこれまでのような単純なローヤルティベースによる技術提携に依りなくなることが予想されるが, これを裏書きするように最近の傾向としてわが国で開発した技術と交換 (クロスライセンス) を望むものや外国企業の経営参加, 資本参加をともなう形がふえており, したいにこうした傾向はつよまるとみられている.

そこで, 通産省としては, こうした技術導入をめぐるいろいろな問題点を早急にまとめる必要があるとしているもので, すでに 37 年末に産業構造調査会産業

技術部にこれを諮問, 具体的な審議にとりかかっている.

これまでのところ同部会がとりあげている検討項目の内容は過去の技術導入の成果をいかに評価するか, また技術導入に関連する問題はないかなどつぎのとおりであるが, 通産省はこの答申にもとづいて技術新政策の検討をはじめの予定である.

技術導入の問題点の事例つぎのとおり.

1. 企業は過去の技術導入の成果をいかに評価しているか, また, その問題点なにか
2. 国内技術の開発意欲, 開発体制にどう影響するか
3. 製品輸入が自由化されたのち, 技術提携に関する外国企業の態度がどのように変化してきたか
4. 国内で開発した技術とクロスライセンスで外国技術を導入する方式はこんごどのように発展するか
5. 技術開発の国際分業をどのように考えたらよいか
6. 重要な基本的特許についての対策をどのように考えたらよいか

(服部敏夫)