621.785.545.45:621.833.036

小形歯車の高周波焼入れによって生ずるひずみ*

(第 4 報, 高周波加熱の際の内径ひずみ発生機構)

武 田 信 男**

Distortions of Comparatively Small-Sized Gears

Caused by Induction Hardening

(4th Report, On the Mechanism of Distortion of Inner Diameter Due to Induction Heating)

by Nobuo TAKEDA

The results of measurements of distortions caused by induction hardening were described in the 1st and 2nd reports, and the mechanisms of distortion of gear teeth were studied in the 3rd report.

In the present paper, the mechanism of inner diameter distortion due to induction heating has been considered. We can deal with circular plates instead of gears in this case.

The temperature distribution in the circular plate when induction-heated has been obtained by graphical solution, and the equation of thermal stress distribution has been introduced. Thus, the thermal stress and inner diameter distortion are calculated for several induction heating conditions, and the mechanism of distortion caused by induction heating has been made clear.

1. ま え が き

第 1⁽¹⁾, 2⁽²⁾ 報において, 高周波焼入れをほどこした歯車のひずみ測定結果について述べ, これらのうち歯部のひずみ発生機構を第 3 報⁽³⁾で述べた. 歯車は軸にとりつけられて用いられるものが多い. 焼入れ後に軸穴部を修正仕上することは避けたいから, 内径ひずみは重要な問題である. 内径は加熱の際に変化し, その後の急冷時にさらに変化する. 第 4 報においては, これらのうち高周波加熱の際の内径ひずみのみについ

て, その発生機構を考察する. 急冷後の内径ひずみに関しては後報で述べる.

内径ひずみを考える場合, 歯車のかわりに円板を取扱うことができれば好都合である.

歯車を外周より高周波加熱した場合に, 歯車端面に生ずる酸化皮膜を観察した結果を第 1 図に示す. 等しい温度に加熱された部分には同様の酸化皮膜を生ずる. 図をみると, 温度分布が歯の存在の影響を受けて波をうつのは歯底にごく近い部分においてのみであり, その内方では同心円となっている. 焼入れの際に,

加熱条件 出力: 90 kW
加熱時間: (a) 0.6 s, (b) 0.8 s, (c) 1.0 s

第 1 図 高周波加熱により歯車端面に生じた酸化皮膜

* 昭和 35 年 11 月 5 日 仙台地方講演会において講演, 原稿受付 昭和 37 年 7 月 16 日.

** 正員, 東北大学工学部(仙台市片平丁).

歯底近くの部は A_s 変態点またはそれに近い高温で加熱されるから、この部の降伏点はきわめて低く零に近い。したがってこの場合、歯部から離れた同心円状温度分布を示す部のみが内周部のひずみおよび応力に主として影響するものと考えられる。すなわち、比較的小形の歯車を全歯同時高周波加熱する場合に対しては、歯車のかわりに円板について内径ひずみ発生機構を論じてさしつかえないであろう。

第1, 2報の供試歯車の歯底円直径を外径とする円板の外周に高周波焼入れをほどこした場合の内径ひずみ測定結果を、焼入条件とともに第1表に示す。硬化深さは、歯車歯底部におけるものにほぼ等しくなるようにした。焼入コイルは歯車の場合と同じ円形コイルを用いた。これをみると、内径変化量は -0.02 mm 程度であり、これは第2報で述べた歯車を焼入れた場合の結果と近い値である。外周より急冷の際の温度分布変化に対しては、歯からかなり離れた部分まで歯の存在の影響があるものと思われるが、第1表に示したように、歯車と円板とを同様の条件で焼入れた場合の両者の内径ひずみ量が同程度となっている。したがって、少なくとも本研究で取扱った実験条件のものは、冷却の場合に対しても歯車のかわりに円板を考えて大きな誤りがないものと考えられ、少なくともひずみの発生傾向を考察することに対しては歯車を円板として取扱ってさしつかえない。

上述の観点から、歯車のかわりに円板を考えて内周側のひずみと応力とを論ずることとする。

2. 高周波加熱の際の温度分布

熱応力と熱ひずみとを求めるには、温度分布を知っ

第1表 円板の焼入条件と内径ひずみ

試料 No.	加 熱 条 件				冷 却	焼入れによる内径 変化 mm
	E_p kV	I_p A	I_g A	t s		
1	13.5	8~6	0.6~0.8	1.3	外周より噴出水冷	-0.025
2	"	"	"	"	"	-0.017
3	"	"	"	"	"	-0.022

ここに E_p : 発振管のプレート電圧

I_p : " プレート電流

I_g : " グリッド電流

t : 加熱時間

第2表 f , q と S と の 関 係

f kc	q W/cm ²	S cm	f kc	q W/cm ²	S cm	f kc	q W/cm ²	S cm
450	1000	0.023	100	1000	0.049	25	1000	0.098
"	800	0.021	"	800	0.045	"	800	0.090
"	600	0.019	"	600	0.041	"	600	0.082
"	400	0.017	"	400	0.036	"	400	0.072
"	200	0.013	"	200	0.028	"	200	0.057

ておくことが必要である。誘導加熱をほどこした場合の温度分布に関しては、次の報告がある。

G. H. Brown ら⁽⁴⁾は有限厚さならびに無限厚さの板中の温度分布の時間による変化を求める式を導いている。円筒、円板は取扱っていない。

H. Geisel⁽⁵⁾は表面を通じての熱伝達により加熱が行なわれると仮定して、熱の伝導方向に無限に大きい物体中の温度変化をあたえている。また、Geisel⁽⁶⁾は中空円筒について比較的長時間加熱後の温度分布変化過程をあたえている。しかしこれは歯車の高周波焼入れのような短時間加熱の場合に対してはあてはまらない。

M. P. Heisler⁽⁷⁾は表面で一定割合で熱が発生する場合の球、円筒、板内の温度変化を求める線図を報告している。これは短時間加熱の場合にも適用できて便利であるが、中空円筒についての線図はあたえていない。

K. Kegel⁽⁸⁾も一次元熱伝導の場合についての温度変化をあたえている。

なお、棚沢⁽⁹⁾は伝熱式の図式解法について報告している。これによれば、中空円筒の場合の温度分布変化を比較的簡単な作図によって求めることができる。また円筒表面に熱発生のある場合をも解くことができる。

2.1 Skin Thickness 高周波誘導電流は表面層に集中する。これを表わすのに skin thickness なる量を用いる⁽⁴⁾。この層中で発熱の大部分を生ずるものである。skin thickness を S cm とすると

$$S = \frac{1}{2\pi\sqrt{10^{-9}\mu_r\sigma f}} \dots\dots\dots (1)$$

ここに σ : 金属の導電率 Ω/cm , f : 周波数 c/s , μ_r : 比透磁率

Brown らの著書⁽⁴⁾を参照し、種々の f および表面電力密度 $q \text{ W/cm}^2$ に対して S の値を計算すると第2表のとおりである。比較的小形の歯車の高周波焼入れにおいては、周波数 $100 \sim 450 \text{ kc}$, 電力密度 $500 \sim 1000 \text{ W/cm}^2$ 程度をえらぶことが多いから、skin thickness は $0.5 \sim 0.2 \text{ mm}$ 程度となり、このうすい層の中に大部分の発熱がおこることとなる。したがって最

表面において発熱するとみなしても大差ない。

2.2 温度分布 ここでは、次に述べるように、棚沢の図式解法⁽⁹⁾によって温度分布を求めた。材料の諸物理定数を温度に無関係に一定と仮定し、単位時間に表面の単位面積から q なる一定熱量が流入するものとする。きわめて短時間の急速加熱であるからふく射等による熱損失を無視する。表面からの熱損失を無視すれば軸方向の熱流がなく、円板を円筒と同様に取扱うことができる。第 2 図で、温度分布を表わす折線が直線的で、 $\overline{IP}$, $\overline{PR}$, ……間のすべての断面で熱流量が等しいように作図するものとする。

表層部では、次式が成立する。

$$q \Delta t = \lambda \frac{T_1 - T_P}{\frac{\Delta x}{2}} \Delta t \quad \dots\dots\dots (2)$$

λ : 熱伝導率

T_1, T_P : 点 1, 点 P の温度

したがって

$$q = \lambda \frac{T_1 - T_P}{\frac{\Delta x}{2}} \quad \dots\dots\dots (3)$$

q と λ が一定であるから、

$$\frac{T_1 - T_P}{\frac{\Delta x}{2}} = \text{一定}$$

したがって、1-P 層の温度分布線は平行線となる。加

熱初期には $T_P = 0$ であるから (3) 式から

$$T_1 = \frac{q}{\lambda} \frac{\Delta x}{2} \quad \dots\dots\dots (4)$$

P 点における温度上昇を ΔT_P とすると

$$q \Delta t - \lambda \frac{T_2 - T_R}{\frac{\Delta x}{2}} \Delta t = c \gamma \Delta x \Delta T_P \quad \dots\dots\dots (5)$$

c : 比熱 γ : 比重

T_2, T_R : 点 2, 点 R の温度

また

$$\lambda \frac{T_2 - T_R}{\frac{\Delta x}{2}} \Delta t = \lambda \frac{T_P - T_2}{\frac{\Delta x}{2}} \Delta t \quad \dots\dots\dots (6)$$

(2) 式と (6) 式を (5) 式に入れると

$$\lambda \frac{T_1 - T_P}{\frac{\Delta x}{2}} \Delta t - \lambda \frac{T_P - T_2}{\frac{\Delta x}{2}} \Delta t = c \gamma \Delta x \Delta T_P \quad \dots\dots\dots (7)$$

$$\Delta t = \frac{c \gamma}{\lambda} \left(\frac{\Delta x}{2} \right)^2 \quad \dots\dots\dots (8)$$

とおくと、(7) 式は

$$T_P + \Delta T_P = \frac{1}{2} (T_1 + T_2) \quad \dots\dots\dots (9)$$

よって、 T_1 と T_2 を直線で結び、その中点をとれば、 Δt 後の P 点の温度が求められる。

結局、第 3 図のようにして、刻々の温度分布を順次求めてゆくことができる。ただし、円筒に対しては、

第 2 図 温度分布図式解法の説明(1)

第 3 図 温度分布図式解法の説明(2)

第 4 図 加熱時の温度分布図式解例

横軸に対数目盛で半径 r をとらなければならない。

$q = 360 \text{ W/cm}^2$ とし, $c = 0.14 \text{ cal/g}^\circ\text{C}$, $\gamma = 7.86 \text{ g/cm}^3$, $\lambda = 0.10 \text{ cal/cm s}^\circ\text{C}$ (0.45% C鋼の 400°C における値) ととして作図した例を, 第4図に示す。図の折線は下方のものから順次 0.2 秒ごとの温度分布変化を示すものである。

第5図は, 円板(厚さ 8 mm)に測温塗料テンピラック(指示温度 $232^\circ, 399^\circ, 500^\circ, 621^\circ, 732^\circ, 843^\circ, 871^\circ, 899^\circ\text{C}$)を放射状にぬり, 加熱の際の溶けすすみ状態を写真に撮影して温度分布変化を測定した結果である。加熱条件は図中に示したとおりである。同図上に第4図の作図によって求めた 7.6 秒ごとの温度分布をも示した。この作図法は円筒に適用されるべきものであるが, 円板を短時間急速加熱する場合に対しても図にみられるように実測温度分布と近い曲線となった。高温部の部の実測温度が低くなる理由は次のとおりである。

うず電流損とヒステリシス損とは, 加熱初期には表面のうすい層に集中し, この部の温度を急速に上昇させる。うず電流損は $\sqrt{\rho\mu}$ に比例する。ただし ρ および μ はそれぞれ鋼の電気抵抗および透磁率である。 ρ ははじめ温度上昇とともに著しく増加してゆくが, オーステナイト状態となると増加がゆるやかになる。 μ は温度上昇とともにしだいに急速に減少して, A_2 変態点ではば 1 に等しくなる。このために, うず電流損ははじめは温度上昇とともに急激にその値を増すがやがて最大値に達し, A_2 変態の温度で急に減少してその後あまり変らなくなる。ヒステリシス損も温度上

第5図 温度分布測定結果

昇とともに減少し A_2 変態点に達すると零になる。かくして温度上昇速度は加熱初期には表層部で大きいが, この部の温度が高くなると温度上昇速度最大の位置が内方に移行してゆき, 表層部の温度上昇速度がおそくなる⁽¹⁰⁾。また温度上昇につれてふく射による熱損失も増加する。以上の理由により, 高温部の実測温度は $q = \text{一定}$ として作図したものよりも低くなる。

種々の加熱条件および円板内, 外径に対し図式解法によって温度分布を求めた結果を, 熱応力計算結果とともに後に示す。

3. 高周波加熱の際の応力およびひずみ発生機構

円板を外周より高周波誘導加熱すると急しゅんな温度こう配を生じ, 内, 外周に大きな熱応力を生ずる。この結果, 温度が高く降伏点の低下した外周部は塑性変形を起し, 条件によっては内周部も塑性変形を起すことがあるものと考えられる。第6図において斜線をほどこした領域が塑性変形を起したものとする。円板の厚さがうすく, 平面応力状態として取扱いうるものとして板に生ずる応力を求める。

3.1 塑性域 塑性条件として Mises の式をとる。すなわち完全塑性材料に対して

$$\sigma_t^2 - \sigma_t \sigma_r + \sigma_r^2 = \sigma_0^2 \dots \dots \dots (10)$$

ここに, σ_t : 円周方向の応力, σ_r : 半径方向の応力, σ_0 : 降伏応力(温度したがって半径 r によって変る)
(10) 式は長軸が $\sqrt{2} \sigma_0$, 短軸が $\sqrt{2/3} \sigma_0$ なるだ円で, 主軸は σ_t, σ_r 軸間の 2 等分線となる。 φ を離心角として (10) 式は次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_t &= \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_0 \sin\left(\varphi + \frac{\pi}{6}\right) \\ \sigma_r &= \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_0 \sin\left(\varphi - \frac{\pi}{6}\right) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (11)$$

平衡条件式は

$$r \frac{d\sigma_r}{dr} = \sigma_t - \sigma_r \dots \dots \dots (12)$$

第6図 弾塑性域

(11) 式を (12) 式に入れて

$$r \frac{d}{dr} \left\{ \sigma_0 \sin \left(\varphi - \frac{\pi}{6} \right) \right\} = \sigma_0 \cos \varphi \cdots \cdots (13)$$

σ_0 は温度, したがって r の関数となるので, 上式を解くには σ_0 の値を入れて数値積分を行なう. σ_0 = 一定とみなしうる範囲に対しては上式を解いて

$$\frac{C^2}{r^2} = e^{-\sqrt{3} \varphi} \cos \varphi \cdots \cdots (14)$$

C は積分定数

(11) 式と, (13) 式または (14) 式とから, 塑性域の応力を計算することができる.

3.2 弾性域 この部分に生ずる熱応力は次式であたえられる⁽¹¹⁾.

$$\sigma_t = C_1 - \frac{C_2}{r^2} + \alpha E \left\{ \frac{1}{r^2} \int_{r_i}^r \theta r dr - \theta \right\} \cdots \cdots (15)$$

$$\sigma_r = C_1 + \frac{C_2}{r^2} - \alpha E \frac{1}{r^2} \int_{r_i}^r \theta r dr \cdots \cdots (16)$$

ここに, θ : 温度変化量 (r の関数), E : 縦弾性係数,

α : 線熱膨張係数, C_1, C_2 : 温度分布 θ の形と弾性円板内外周の条件で定まる定数, E および α の値は温度したがって r によって変化するが, 計算の範囲内についてはこれらを一定として取扱う.

C_1, C_2 の決定:

$r = r_{k0}$ で

$$\sigma_r(r_{k0}) = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_0(r_{k0}) \sin \left(\varphi(r_{k0}) - \frac{\pi}{6} \right) \cdots \cdots (17)$$

$r = r_{ki}$ で

$$\sigma_r(r_{ki}) = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_0(r_{ki}) \sin \left(\varphi(r_{ki}) - \frac{\pi}{6} \right) \cdots \cdots (18)$$

(16) 式より

$$\sigma_r(r_{k0}) = C_1 + \frac{C_2}{r_{k0}^2} - \frac{\alpha E}{r_{k0}^2} \int_{r_i}^{r_{k0}} \theta r dr \cdots \cdots (19)$$

$$\sigma_r(r_{ki}) = C_1 + \frac{C_2}{r_{ki}^2} - \frac{\alpha E}{r_{ki}^2} \int_{r_i}^{r_{ki}} \theta r dr \cdots \cdots (20)$$

これらの 4 式から

$$C_1 = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{r_{k0}^2}{r_{k0}^2 - r_{ki}^2} \sigma_0(r_{k0}) \sin \left(\varphi(r_{k0}) - \frac{\pi}{6} \right) - \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{r_{ki}^2}{r_{k0}^2 - r_{ki}^2} \sigma_0(r_{ki}) \sin \left(\varphi(r_{ki}) - \frac{\pi}{6} \right) + \frac{\alpha E}{r_{k0}^2 - r_{ki}^2} \int_{r_{ki}}^{r_{k0}} \theta r dr \cdots \cdots (21)$$

$$C_2 = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{r_{k0}^2 r_{ki}^2}{r_{k0}^2 - r_{ki}^2} \left\{ \sigma_0(r_{ki}) \sin \left(\varphi(r_{ki}) - \frac{\pi}{6} \right) - \sigma_0(r_{k0}) \sin \left(\varphi(r_{k0}) - \frac{\pi}{6} \right) \right\} - \frac{r_{ki}^2}{r_{k0}^2 - r_{ki}^2} \alpha E \int_{r_{ki}}^{r_{k0}} \theta r dr + \alpha E \int_{r_i}^{r_{ki}} \theta r dr \cdots \cdots (22)$$

r_{k0}, r_{ki} の決定:

$$r = r_{k0} \text{ で } \sigma_t(r_{k0}) = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_0(r_{k0}) \sin \left(\varphi(r_{k0}) + \frac{\pi}{6} \right) \cdots \cdots (23)$$

$$r = r_{ki} \text{ で } \sigma_t(r_{ki}) = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_0(r_{ki}) \sin \left(\varphi(r_{ki}) + \frac{\pi}{6} \right) \cdots \cdots (24)$$

(15) 式より

$$\sigma_t(r_{k0}) = C_1 - \frac{C_2}{r_{k0}^2} + \alpha E \left\{ \frac{1}{r_{k0}^2} \int_{r_i}^{r_{k0}} \theta r dr - \theta(r_{k0}) \right\} \cdots \cdots (25)$$

$$\sigma_t(r_{ki}) = C_1 - \frac{C_2}{r_{ki}^2} + \alpha E \left\{ \frac{1}{r_{ki}^2} \int_{r_i}^{r_{ki}} \theta r dr - \theta(r_{ki}) \right\} \cdots \cdots (26)$$

これら 4 式および (21), (22) 式を用いて

$$\sigma_0(r_{ki}) \sin \varphi(r_{ki}) - \sigma_0(r_{k0}) \sin \varphi(r_{k0}) = \frac{1}{2} \alpha E \{ \theta(r_{k0}) - \theta(r_{ki}) \} \cdots \cdots (27)$$

$$r_{ki}^2 \sigma_0(r_{ki}) \cos \varphi(r_{ki}) - r_{k0}^2 \sigma_0(r_{k0}) \cos \varphi(r_{k0}) = \frac{\sqrt{3}}{2} \alpha E \{ \theta(r_{k0}) r_{k0}^2 - \theta(r_{ki}) r_{ki}^2 \} - \sqrt{3} \alpha E \int_{r_{ki}}^{r_{k0}} \theta r dr \cdots \cdots (28)$$

(27), (28) 式によって r_{k0}, r_{ki} を決定できる.

弾性域の応力分布は (15), (16), (21), (22) 式を用いて計算できる.

以上は内, 外周ともに塑性変形をおこす場合であるが, 外周のみが塑性となり, 内周側が塑性変形をおこさない場合は次のようになる.

$$\sigma_t = C_1 - \frac{C_2}{r^2} + \alpha E \left\{ \frac{1}{r^2} \int_{r_i}^r \theta r dr - \theta \right\} \dots\dots\dots (29)$$

$$\sigma_r = C_1 + \frac{C_2}{r^2} - \alpha E \frac{1}{r^2} \int_{r_i}^r \theta r dr \dots\dots\dots (30)$$

C_1, C_2 の決定:

$r = r_{k0}$ で

$$\sigma_r(r_{k0}) = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_0(r_{k0}) \sin \left(\varphi(r_{k0}) - \frac{\pi}{6} \right) \dots\dots\dots (31)$$

(30) 式より

$$\sigma_r(r_{k0}) = C_1 + \frac{C_2}{r_{k0}^2} - \alpha E \frac{1}{r_{k0}^2} \int_{r_i}^{r_{k0}} \theta r dr \dots\dots\dots (32)$$

$$\sigma_r(r_i) = C_1 + \frac{C_2}{r_i^2} = 0 \dots\dots\dots (33)$$

これらの3式から

$$C_1 = \frac{2}{\sqrt{3}} \frac{r_{k0}^2}{r_{k0}^2 - r_i^2} \sigma_0(r_{k0}) \sin \left(\varphi(r_{k0}) - \frac{\pi}{6} \right) + \frac{\alpha E}{r_{k0}^2 - r_i^2} \int_{r_i}^{r_{k0}} \theta r dr \dots\dots\dots (34)$$

$$C_2 = -\frac{2}{\sqrt{3}} \frac{r_{k0}^2 r_i^2}{r_{k0}^2 - r_i^2} \sigma_0(r_{k0}) \sin \left(\varphi(r_{k0}) - \frac{\pi}{6} \right) - \frac{r_i^2 \alpha E}{r_{k0}^2 - r_i^2} \int_{r_i}^{r_{k0}} \theta r dr \dots\dots\dots (35)$$

r_{k0} の決定:

$r = r_{k0}$ で

$$\sigma_t(r_{k0}) = \frac{2}{\sqrt{3}} \sigma_0(r_{k0}) \sin \left(\varphi(r_{k0}) + \frac{\pi}{6} \right) \dots\dots\dots (36)$$

(29) 式より

$$\sigma_t(r_{k0}) = C_1 - \frac{C_2}{r_{k0}^2} + \alpha E \left\{ \frac{1}{r_{k0}^2} \int_{r_i}^{r_{k0}} \theta r dr - \theta(r_{k0}) \right\} \dots\dots\dots (37)$$

(34), (35), (36), (37) 式より

$$\begin{aligned} & \frac{2}{\sqrt{3}} r_{k0}^2 \sigma_0(r_{k0}) \cos \varphi(r_{k0}) - 2 r_i^2 \sigma_0(r_{k0}) \sin \varphi(r_{k0}) \\ & = 2 \alpha E \int_{r_i}^{r_{k0}} \theta r dr - (r_{k0}^2 - r_i^2) \alpha E \theta(r_{k0}) \end{aligned} \dots\dots\dots (38)$$

この式によって r_{k0} を決定できる。

弾性域の応力分布は (29), (30), (34), (35) 式を用いて計算できる。

以上、外周より誘導加熱を行なった場合に生ずる応力の計算式を導いた。これらの式は円板についてのものであるが、比較的小形の歯車を全歯同時高周波加熱する場合の歯車内周側に対してもこれを適用してさしつかえない。

外周より加熱の場合、その初期に外周が塑性変形をおこし、加熱の進むにつれて塑性域が内方にひろがっ

てゆく。一度塑性変形をおこした部がその後の加熱進行によって弾性的となることはない。この場合は加熱途中の履歴を考慮することなく、最後の温度分布によって応力を計算してよい。

第3表に示した条件で加熱した場合の応力分布計算結果を第7図に例示した。ここに応力分布とともに示した温度分布は前節に述べた図式解法によって求めたものである(折線で作図した結果をなめらかな曲線に直した)。円板材料の性質としては第8⁽¹²⁾~10⁽¹³⁾図のものを用いた。

これらの数値計算はかなり複雑である。次のようにして、これを行なった。

外周側は当然塑性変形を起すことが予想されるから、初めにこの部に対して塑性状態としての応力計算を行なう(弾塑性境界は後に決定する)。(11)式によって σ_t, σ_r を求めるために、まず(13)式で φ を求めなければならない。最外周には圧縮の σ_t を生じ、 $\sigma_r = 0$ となることが明らかであり、この場合は $\varphi = 210^\circ$ である。外周付近の半径を1mmごとに区切り、各部の温度によって定まる σ_0 の値を(13)式に入れ、Runge-Kuttaの方法で数値積分を行ない、上記1mmごとの φ の値を求める。これらを(11)式に入れて、それぞれの部分における σ_t, σ_r を計算する。

次に弾塑性境界 r_{k0} を求める。(38)式の r_{k0} に実際に種々の値を入れてみて、この式の各項を計算し $[\sigma_0(r_{k0}), \varphi_{r_{k0}}$ 等は r_{k0} の値を与えれば定まる]、この式を満足する r_{k0} の値を図式で決定すればよい。

r_{k0} が定まれば、(34), (35)式によって C_1, C_2 を求めることができるから、これらを(29), (30)式に入れて、弾性域の応力分布を計算することができる。もし、このようにして求めた内周側の応力が、弾性の限界を越している場合*は、あらためて、内周側も塑

第3表 円板の寸法と加熱条件

記号	外半径 mm	内半径 mm	電力密度 W/cm ²	加熱時間 s
a	30.0	12.5	860	1.6
b	"	"	520	4.0
c	"	"	360	7.6
d	70.0	"	520	4.0
e	"	40.0	"	4.0
f	"	12.5	180	35.0
g	"	40.0	160	35.0
h	30.0	12.5	860	500°C予熱後 0.4

外周温度はいずれも 970°C

* 加熱の場合には、ここで取扱った範囲のものでは、内周側が塑性変形を起したものはないが、加熱後外周より急冷したものでは、第5報に述べるように、内周側も塑性変形を起す例がある。

(a) $q=860 \text{ W/cm}^2$
 $t=1.6 \text{ s}$ (b) $q=520 \text{ W/cm}^2$
 $t=4.0 \text{ s}$ (c) $q=360 \text{ W/cm}^2$
 $t=7.6 \text{ s}$ (d) $q=520 \text{ W/cm}^2$
 $t=4.0 \text{ s}$ (e) $q=520 \text{ W/cm}^2$
 $t=4.0 \text{ s}$ (f) $q=180 \text{ W/cm}^2$
 $t=35 \text{ s}$ (g) $q=160 \text{ W/cm}^2$
 $t=35 \text{ s}$ (h) 500°C 予熱後
 $q=860 \text{ W/cm}^2$ $t=0.4 \text{ s}$

第 7 図 加熱温度分布と応力分布

性変形を起す場合の計算をする。すなわち、外周側と内周側について、同様の方法で塑性状態としての応力計算を行ない、次に (27), (28) 式を用いて, r_{k0} , r_{ki} を決定する。この場合も r_{k0} , r_{ki} に種々の値を入れて計算を試み、両式を満足する r_{k0} , r_{ki} の値を図式で求めればよい。最後に弾性域の応力分布を (15), (16) 式で求める。

第7図の結果から次のことがわかる。

いずれも, σ_t は外周側で圧縮, 内周側で引張りとなる。 σ_r はすべて引張りである。

外周側は塑性変形を起しているが, 内周側は弾性のままである。

(a), (b), (c) は, 同寸法の円板に対し, 電力密度したがって加熱時間を変えて外周温度を 970°C まで達せしめたものである。内周部の σ_t は, (b) が最大であり, これより加熱時間の短い (a), 加熱時間の長い (c) とともに, (b) より小となっている。

(d), (e), (f), (g) は外径等しく内径の異なる円板に対し, (d), (e) は大なる電力密度をもって, (f), (g)

は小なる電力密度をもって, いずれも外周を 970°C まで加熱した場合のものである。(d), (e) においては, 加熱が内周まで及んでいないが, (f), (g) においては, 内周部も温度が上昇している。内周部の σ_t は, (e) が (d) より大, (f) が (g) より大であり, これらの中で (f) が最大となっている。塑性域は, (d), (e) よりも, 電力密度低く加熱時間の長い (f), (g) のほうが大となっている。

(h) は 500°C に予熱後, 高周波加熱を行なった場

第4表 内径ひずみ (増加)

記号	内径 mm	内径ひずみ	内径変化 mm
a	25	1.00×10^{-3}	0.025
b	"	1.37 "	0.034
c	"	1.20 "	0.030
d	"	0.50 "	0.015
e	80	0.86 "	0.069
f	25	1.32 "	0.033
g	80	1.15 "	0.092
h	25	0.17 "	0.004

表中の数値は熱膨張を含まない。

第5表 内径ひずみ (増加)

素 材	内径 mm	内径ひずみ	内径変化 mm
焼 な ま し 材	25	1.17×10^{-3}	0.029
焼入焼もどし材	25	1.45×10^{-3}	0.036

表中の数値は熱膨張を含まない。

第8図 温度と縦弾性係数 E との関係

第9図 温度と線熱膨張係数 α との関係

第10図 温度と0.2%耐力 $\sigma_{0.2}$

第11図 温度と0.2%耐力 $\sigma_{0.2}$

第12図 温度分布

第 13 図 加熱時の応力分布
(素材の影響)

合であって、 σ_t , σ_r ともに値が小さい。また塑性域がせまい。

いずれも内周部は弾性的であるので、この部分のひずみは容易に計算することができる。これを算出した結果を第 4 表に示す。

加熱時に外周側が塑性変形をおこすから、熱応力分布は、素材の鋼の機械的性質によっても変る。第 11 図に示した耐力の異なる 2 種類の素材⁽¹⁸⁾に対してこれを求めてみた。温度分布は測温塗料テンピラックを用いて求めた。円板は外径 60 mm, 内径 25 mm のものである。

加熱条件 $E_p=8.0\text{ kV}$, $I_p=2.9\text{ A}$, $I_g=0.7\text{ A}$

周波数 450 kc, 加熱時間 9.0 s

で加熱した場合の温度分布は第 12 図のとおりである。これによって生ずる応力分布を 2 種類の素材に対して計算した結果を第 13 図に示す。これを見ると、焼なまし材は焼入焼もどし材よりも外周側がより小さい応力で塑性変形をおこすため、塑性域が広く、かつ、内

周部に生ずる σ_t の値が小となっている。したがって加熱時の内径変化(増加)は、焼なまし材よりも焼入焼もどし材のほうが大となる。これによって内径変化を計算すると第 5 表のとおりである。

4. む す び

歯車中心軸穴部に生ずるひずみおよび応力の発生機構を考察する目的に対しては、歯車のかわりに円板を考えてさしかえないので、円板について加熱時の温度分布、これによって生ずる熱応力分布ならびに内径ひずみを求めた。しかして、加熱条件、円板内外径寸法、素材の機械的性質によって、発生する応力とひずみが変わることを示し、これらの発生機構を解明することができた。高周波焼入れにおいては、加熱後直ちに急冷が行なわれるが、急冷後のひずみと応力の発生機構については後報において述べる。

本研究を行なうにあたっては、成瀬政男教授の御指導を賜わり、実験に関しては、日本電子会社、日本電子工業会社より多大の御協力をいただいた。また、菊地 寛氏の熱心な御助力を受けた。記して深く感謝する次第である。

文 献

- (1) 武田, 機械学会論文集, 27-182 (昭 36-10), 1585.
- (2) 武田, 機械学会論文集, 27-182 (昭 36-10), 1595.
- (3) 武田, 機械学会論文集, 28-188 (昭 37-4), 468.
- (4) G.H. Brown, C.H. Hoyler, & R.A. Bierwirth, *Theory and Application of Radio-Frequency Heating*, (1947), Van Nostrand.
- (5) H. Geisel, *Werkstattstech. Maschinenb.*, 46 (1956), 519.
- (6) H. Geisel, *Werkstattstech. Maschinenb.*, 48 (1958), 541.
- (7) M.P. Heisler, *Trans. ASME*, 69 (1947), 227.
- (8) K. Kegel, *AEG Progress*, (1956), 193.
- (9) 棚沢, 衛生工業協会誌, 7-8 (昭 8-8), 542.
- (10) G. Babat & M. Losinsky, *J. Inst. Elect. Engr.*, 86 (1940), 161.
- (11) S. Timoshenko & J.N. Goodier, *Theory of Elasticity*, (1951), 406, McGraw-Hill.
- (12) 木原・増淵, 溶接叢書, 第 2 巻, (昭 30), 25, 日本溶接協会.
- (13) ASTM Spec. Tech. Publ. No.180, *Elevated Temperature Properties of Carbon Steels*, (1955).