寄 書

536.242.01 : 518.4

接 触 伝 熱 の 図 式 解 法*

山 内 高 調**

Graphical Solution of Contact Heat Conduction

by Kocho YAMAUCHI

1. 緒 言

2 物体が接触する場合の熱伝導問題のうち、接触熱抵抗をもつときの図式解法に関しては既に発表されている⁽¹⁾。しかし、その方法は横軸に 2 物体の厚さそのものを採用しているため、接触面における左右の温度こう配が等しくない。また、接触面に $\Delta x/2$ の層を考えているので図式解法がめんどうである。ここに Δx は物体を等間隔に分割したときの各層の厚さである。

筆者は、熱伝達を伴う場合の Schmidt の図式解法のうちで、棚沢の方法のように⁽²⁾、表面に $\Delta x/2$ の層を考えない方法⁽³⁾を、2物体が接触熱抵抗をもって接触する場合の図式解法に応用する方法を提案する。この方法では、横座標を変換することによって、温度こう配に連続性を持たせることができ、接触熱抵抗を物体と流体間の熱伝達における表面抵抗と同様にみなして作図を行えば、容易に温度分布曲線を求めることができる。

2. 熱伝達を伴う Schmidt の解法のうち、
表面に $4x/2$ の層を設けない方法の利点

F. Kreith は彼の著書において⁽³⁾, 物体表面における熱の出入りの仕方が規定されている場合の Schmidt の図式解法に関して, 表面に $\Delta x/2$ の層を全然設けずに, 物体を Δx の整数倍に分割して作図する方法を示している.

この方法によれば、作図線の数が少なく、折線を連続的に引くことができるので、迅速に求めることができる。特に、初期温度分布が複雑な曲線で示されている場合にも簡単に作図を進めることができる。

第1図において、 λ を物体の熱伝導率、 α を物体表面と流体間の熱伝達率、また t_{∞} を流体温度とすると、図中の OP 線が紙面外にはみでる場合には、紙

面に壁面より任意の距離 e だけはなれた位置に、温度目盛線 RS を引き、温度分布曲線 JAK 上で壁面より Δx だけ内部にはいった位置の A 点の温度を $t_1^\circ\text{C}$ とすれば

$$\Delta ADC \propto \Delta APB$$

なるゆえに

$$t_e = t_1 + \frac{\Delta x + e}{\Delta x + (\lambda/\alpha)} (t_\infty - t_1) \dots\dots\dots (1)$$

この式によって t_0 を計算し、D 点を求めると D 点は P 点の代りに使われる。

3. 合成平面壁の図式解法

合成平面壁の接触面において、熱抵抗のない場合の図式解法は既に発表されている⁽³⁾⁽⁴⁾。二重平面壁の不完全接触による温度こう配は第2図(a)のようになっているものと考えられる。第2図(b)のように、接触面に接触熱抵抗と考えられる層の厚さ λ/α を入れても、相対する両面において温度こう配が異なる。そこで筆者は、第2図(c)に示すように、 x 座標を $\xi(=x/\lambda)$ 座標に変換するとともに、接触面間に接触熱伝達率 α_c の逆数すなわち $1/\alpha_c$ をそう入することによって、温度こう配に連続性を持たせた。この場合次の式が成

第 1 题

* 昭和 37 年 10 月 4 日 諏訪地方講演会において講演，原稿受付 昭和 37 年 10 月 8 日。

** 正属、宮崎大学工学部（宮崎市西丸山町 118）.

立する。

$$\frac{2\Delta\tau}{\lambda\gamma c\Delta\xi^2} = 1 \dots\dots\dots (2)$$

ただし、 γ および c はそれぞれ物体の比重量および比熱を示す。(2)式から直ちに次の式をうる。

$$\frac{\Delta\xi_1}{\Delta\xi_2} = \sqrt{\frac{(\lambda\gamma c)_2}{(\lambda\gamma c)_1}} \dots\dots\dots (3)$$

ただし、添字 1 および 2 は接触する 2 物体を区別する

第 2 図

第 3 図

第 4 図

ためにつけている。

第 3 図は 100°C の鉛板と 0°C の鉄板が接触した場合を例示したものである。まず、(2)および(3)式によって $\Delta\xi_1$ および $\Delta\xi_2$ を求め、 ξ_1 と ξ_2 との間に $1/\alpha$ をそう入する。次に、物体 1 および 2 の壁面をそれぞれ CC' および DD' とし、壁面より内部にそれぞれ $\Delta\xi_1$ および $\Delta\xi_2$ おきの分割線を AA' …… および BB' , ……とする。AB の CC' および DD' との交点をそれぞれ Q および R とすれば、 $\Delta\tau$ 経過後の温度分布は HAQRBM によって示される。EQ および JR がそれぞれ AA' および BB' と交わる点を S および T とし、ST の QR との交点を P とし、さらに SF と EE' との交点を U とし、また TK と JJ' との交点を V とすれば、 $2\Delta\tau$ 経過後の温度分布は HESQRTJM であり、 $3\Delta\tau$ 経過後のそれは HFUSPTVKM となる。ST の CC' および DD' との交点をそれぞれ W および Z とすれば、 $4\Delta\tau$ 経過後の温度分布は HGUWZVLM となる。以下

同様に、任意の時刻における温度分布を求める

ことができる。第 4 図は第 3 図の接触面付近を拡大したものであり、AB と ST との交点を P とし、AB と XY との交点を P' とし

$$\overline{CQ} = d, \overline{QW} = l, \overline{DR} = b, \overline{RZ} = m$$

とすれば

$$\overline{AP} : \overline{PB} = d : b$$

である。また

$$\triangle ACQ \sim \triangle BDR$$

より

$$d : b = \overline{AC} : \overline{DB} = \sqrt{(\lambda\gamma c)_2} : \sqrt{(\lambda\gamma c)_1}$$

したがって

$$\overline{AP} : \overline{PB} = \sqrt{(\lambda\gamma c)_2} : \sqrt{(\lambda\gamma c)_1} \dots\dots\dots (4)$$

また

$$\overline{AX} = (\overline{CW} + \overline{EU})/2 = (5d/4 + l)/2,$$

$$\overline{BY} = (\overline{DZ} + \overline{JV})/2 = (5b/4 + m)/2$$

一方

$$l : m = \overline{AC} : \overline{DB} = d : b$$

であるので

$$l = nd, m = nb$$

とおけば

$$\overline{AX} = (5/4 + n)d/2,$$

$$\overline{BY} = (5/4 + n)b/2$$

となるので

$$\overline{AX} : \overline{BY} = d : b = \sqrt{(\lambda r c)_2} : \sqrt{(\lambda r c)_1} \cdots \cdots (5)$$

(4)および(5)式から P' 点と P 点とは一致することがわかる。以下同様にして、接触面における作図線はすべて極点 P を通ることが証明される。この極点 P の温度を t_p にて示せば (4) 式より

$$t_p = \frac{\sqrt{(\lambda r c)_1} t_1 + \sqrt{(\lambda r c)_2} t_2}{\sqrt{(\lambda r c)_1} + \sqrt{(\lambda r c)_2}} \cdots \cdots (6)$$

となり、これは接触熱抵抗のない場合の接触面温度と全く一致する⁽⁵⁾。

第5図は第3図の問題において、 α_c の値をいろいろ変えた場合の7時間間隔経過後の温度分布を求めたものである。このように、 α_c の値をいろいろ変えた場合のある時間間隔経過後の温度分布を求めておけ

ば、なんらかの方法によって、ある時間間隔経過後の温度分布を測定することができれば、接触面における熱伝達率を求めることができる。

4. 二重円筒の図式解法

二重円筒の接触面に熱抵抗が存在する場合には、境界面における温度こう配が連続性を持つように、横座標 ξ をそれぞれ⁽⁴⁾

$$\left. \begin{aligned} \xi_1 &= \ln r_1 / \lambda_1, & \Delta \xi_1 &= \Delta r_1 / r_1 \lambda_1 \\ \xi_2 &= \ln r_2 / \lambda_2, & \Delta \xi_2 &= \Delta r_2 / r_2 \lambda_2 \end{aligned} \right\} \cdots \cdots (7)$$

とするとともに、接触面における半径を r_c とし、接触面に $1/\alpha_c r_c$ なる接触抵抗の項に相当する値をそう入することによって、容易に図式に解くことができる。

第5図 7Δτ 経過後の温度分布

第 1 表

		内 表面	内 層				接 触 面	外 層				外 表面
1	内 半 径 mm	80	11	12	13	14		21	22	23	24	
2	外 半 径 mm		80	90	100	110		120	125	130	135	
3	平 均 半 径 mm		90	100	110	120		125	130	135	140	140
4	Δr mm		85	95	105	115		122.5	127.5	132.5	137.5	
5	λ kcal/mh°C		Δr₁=10					Δr₂=5				
6	表面抵抗 mh°C/kcal	$\frac{1}{\alpha_i r_i}$ =0.025	λ₁=10					λ₂=2				$\frac{1}{\alpha_o r_o}$ =0.0357
7	接触抵抗 mh°C/kcal						$\frac{1}{\alpha_c r_c}$ =0.0139					
8	Δξ = $\frac{\Delta r}{r \lambda}$ mh°C/kcal		Δξ₁₁	Δξ₁₂	Δξ₁₃	Δξ₁₄		Δξ₂₁	Δξ₂₂	Δξ₂₃	Δξ₂₄	
9	Σ Δξ		0.0117	0.0105	0.0095	0.0087		0.0204	0.0196	0.0189	0.0182	
10	6, 7, 9 の 合 計		0.0404					0.0771				
11	作 図 寸 法 mm		0.1921									
			40.4					77.1				
		25.0	11.7	10.5	9.5	8.7	13.9	20.4	19.6	18.9	18.2	35.7
			192.1

第 6 図

第6図は、それに記入された諸条件のもとに解いた結果を示す。この際、あらかじめ第1表のような計算をしておくことと便利である。

5. 二重球体の図式解法

二重球体の接触面に熱抵抗が存在する場合には、横座標 ξ として⁽⁴⁾

$$\left. \begin{aligned} \xi_1 &= -1/r_1\lambda_1, & \Delta\xi_1 &= \Delta r_1/r_1^2\lambda_1 \\ \xi_2 &= -1/r_2\lambda_2, & \Delta\xi_2 &= \Delta r_2/r_2^2\lambda_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

とおくとともに、接触抵抗 $1/\alpha_c r_c^2$ をそう入することによって処理しうる、

6. 結 論

以上のように、物体表面において熱の出入りの行なわれる場合に、物体表面の熱容量を零とした分割法による図式解法の利点を述べ、次に二重平面壁、二重円筒および二重球体の接触面に接触熱抵抗のある場合へ

の、この分割法による解法の適用を述べたが、横座標に厚さそのものを採用する従来の方法の接触面温度決定法の煩雑さはなく、二重平面壁に対しては、 Δx の代りに $\Delta x/\lambda$ を、二重円筒に対しては、 $\Delta r/r$ の代りに $\Delta r/r\lambda$ を、二重球体に対しては、 $\Delta r/r^2$ の代りに $\Delta r/r^2\lambda$ を採用するとともに、接触面にそれぞれ $1/\alpha_c$ 、 $1/\alpha_c r_c$ および $1/\alpha_c r_c^2$ をそう入して図式解法を用いると、接触面における温度こう配が連続的となり、きわめて簡単に温度分布を求めることができることがわかった。

最後に、この研究をご指導していただいた九州工業大学 勝原哲治教授に厚く感謝の意を表わします。

文 献

- (1) 浦川, 九州支部宮崎地方講演会前副集, (昭 35-11-18), 25.
- (2) 棚沢, 衛生工業協会誌, 7-8 (昭 8-8), 542.
- (3) F. Kreith, *Heat Transfer*, (1960), 160.
- (4) M. Jakob, *Heat Transfer*, 1 (1949), 388.
- (5) 小平, 物理数学, 第2巻 (昭 29), 397, 岩波書店.

歯車製造業の 38 年度振興実施計画

通産省機械工業審議会ではこのほど 38 年度歯車製造業振興計画を決めた。

その骨子はつぎのとおり。

1. 38 年度の生産を 400 億円とする (前年より 20 億円増)
2. 輸出は 2 億円とする (前年より 2000 万円増)
3. 38 年度の設定資金は 29 億円とし、このうち指

定機械分は 25 億円とする。

4. 重要施策として専門生産体制の確立と規格の整備をとりあげて推進する。
5. 規格の整備については (1) ウォームギアの精度規格の原案作成, (2) 工作機械用換え歯車の寸法規格の原案作成, (3) 歯車装置取り付け関係の寸法規格の統一, などを取りあげる。(服部敏夫)