532.57.8

ギブソン量水法に関する研究*

(第2報, 弁の不完全閉鎖後の圧力波形について)

西 川 孝 雄**, 吹 田 年***

Study on Gibson Method of Flow Measuring

(2nd Report, On the Pressure Wave Form after the Incomplete Gate Closure)

by Takao NISHIKAWA and Minoru SUITA

There exists a certain leakage flow in general after the turbine gate has closed in practical hydraulic plants. The leakage flow influences on the oscillatory pressure wave form of the pressure-time diagram after the closing motion of the gate has stopped. In this paper, assuming an ideal pressure change, it is indicated that the oscillatory pressure wave is damped rapidly by the existence of leakage flow. Moreover the relation with Gibson Method under these condition is checked.

1. ま え が き

一般の水力発電所でギブソン法を施行する場合, 締切弁を完全に閉鎖できる場合は少なく, 漏れ流量が存在するのが普通である。締切弁の完全閉鎖後の圧力波形は一般に典型的な減衰振動曲線となるが, 不完全閉鎖で漏れが存在する場合は, この曲線の減衰が著しくなり, 場合によってはほとんど振動波形をとらないこともある。本論文では最も典型的な圧力-時間線図を仮定して, 弁の締切動作終了後漏れがある場合の圧力波形を求め, またギブソン法におよぼす影響を検討した。

2. 最も典型的な圧力-時間線図

ギブソン法施行時にえられる圧力-時間線図は, 弁の締切動作に伴い反射波が到達するまではほぼ直線的に圧力が上昇し, 以後締切動作終了まではほぼ一定の圧力上昇値を示し, 締切動作終了後減衰振動曲線となるのが普通である。問題を単純化するため摩擦水頭項と速度水頭項は考慮しないこととし, このような典型的な圧力-時間線図を仮定する。

締切弁直前に対する水撃の一般式は⁽¹⁾

$$\left. \begin{aligned} y - y_0 &= F(t) - F(t - \mu) \\ \frac{d}{g}(v - v_0) &= -F(t) - F(t - \mu) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

で表わされる。ここで y は圧力水頭, v は流速, α は音速, μ は長さ L の導水管中を圧力波が往復するのに要する時間, t は時間, $F(t)$ は進行波, $F(t - \mu)$ は上水そうからの反射波を表わす。添字 0 をつけたものは $t=0$ におけるそれぞれの値である。 $0 < t = t_1 < \mu$ では反射波が存在しないため

$$\left. \begin{aligned} y_1 - y_0 &= F(t_1) \\ \frac{\alpha}{g}(v_1 - v_0) &= -F(t_1) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)'$$

となる。

$\mu < t$ において圧力上昇の値 $h_m = y - y_0$ が一定になるためには (1) 式から

$$y - y_0 = F(t) - F(t - \mu) = h_m = \text{const.}$$

$$\therefore F(t) = F(t - \mu) + \text{const.}$$

$F(t - \mu)$ は 1 周期前の時間の進行波を表わすから, 結局 $F(t)$ は k を定数として

$$F(t) = kt \dots\dots\dots (2)$$

なる関係がなければならないことになる。ここで $t < \mu$ でも (2) 式のような関係を仮定すると, 結局 $F(t)$ は弁の締切動作終了まで時間とともに直線的に増加することになるが, この場合の圧力変化は第 1 図のようになり, 弁の締切動作に伴って反射波が到達するまでは直線的に圧力は上昇し, 以後締切動作終了まで一定の値を示すことになり, 最初に仮定したような典型的な圧力-時間線図になる。本論文では結局典型的な圧力-時間線図として (2) 式の関係を保定することになる。この場合の k の値は $t > \mu$ において $y - y_0 = h_m$ なる条件から $k = h_m / \mu$ となり, また弁の全閉時 $t = T$

* 昭和 38 年 4 月 3 日 第 40 期通常総会講演会において講演, 原稿受付 昭和 38 年 4 月 8 日。

** 正員, 東京工業大学 (東京都目黒区大岡山 1)。

*** 正員, 茨城大学工学部。

において $v=0$ の条件から $h_m = \frac{1}{2} \frac{\alpha v_0}{g} \frac{\mu}{T - \frac{\mu}{2}}$ とな

る. また弁の全閉時までの圧力時間線図の面積 A_0 は $A_0 = Lv_0/g$ となり, このような場合はギブソン法が厳密に成立することを示している. L は管路の長さである. なお弁の締切動作終了後の波形は振幅 $2h_m$, 周期 2μ の三角波となる.

3. 弁の不完全閉鎖後の圧力波形

弁の全閉に要する時間を T とし, $(T-\tau)$ 時間まで弁を締切るものとする. 弁からの水の流出速度を u , 弁の開口面積を a , 管路の断面積を A とすれば,

$$v = \frac{a}{A} u = \frac{a}{A} \sqrt{2gy} \quad \dots\dots\dots (3)$$

(1), (3)式から

$$y^2 - 2y \left\{ y_0 + \frac{\alpha v_0}{g} - 2F(t-\mu) + \frac{\alpha^2 a^2}{g A^2} \right\} + \left\{ y_0 + \frac{\alpha v_0}{g} - 2F(t-\mu) \right\}^2 = 0 \quad \dots\dots\dots (4)$$

$t = T - \tau$ において $y - y_0 = h_m$ なる条件から, 弁の締切動作終了後は

$$\frac{\alpha^2 a^2}{g A^2} = \frac{2h_m^2}{y_0 + h_m} \left(\frac{\tau}{\mu} \right)^2 \quad \dots\dots\dots (5)$$

なる関係がある. 弁の締切動作終了後の時間を $t_n = t - (T - \tau)$ とおけば

i) $0 < t_n = t_{n1} < \mu$ の場合

この場合には $F(t-\mu)$ はまだ(2)式の関係为满足するから

$$\begin{aligned} F(t-\mu) &= F(T-\tau+t_{n1}-\mu) \\ &= \frac{1}{2} \frac{\alpha v_0}{g} - h_m \left(\frac{1}{2} + \frac{\tau}{\mu} \right) + h_m \frac{t_{n1}}{\mu} \end{aligned}$$

したがって(4), (5)式を用い, $y = y_{n1}$ とすれば

$$\begin{aligned} y_{n1} - y_0 &= h_m \left(1 - 2 \frac{t_{n1}}{\mu} \right) + 2h_m \frac{\tau}{\mu} + \frac{2h_m^2}{y_0 + h_m} \left(\frac{\tau}{\mu} \right)^2 \\ &\quad - \sqrt{\left\{ 2h_m \frac{\tau}{\mu} + \frac{2h_m^2}{y_0 + h_m} \left(\frac{\tau}{\mu} \right)^2 \right\}^2 - \frac{8h_m^3}{y_0 + h_m} \left(\frac{\tau}{\mu} \right)^2 \left(\frac{t_{n1}}{\mu} \right)} \end{aligned}$$

$t_{n1}/\mu = \theta_1$, $h_m/y_0 = \rho$, $\tau/\mu = \omega$, $(y_{n1} - y_0)/h_m = p_{n1}$ において無次元化すれば

第 1 図

$$p_{n1} = (1 - 2\theta_1) + 2\omega \left(1 + \frac{\rho}{1 + \rho} \omega \right) \left\{ 1 - \sqrt{1 - \frac{2\rho(1+\rho)}{(1+\rho+\rho\omega)^2} \theta_1} \right\} \quad \dots\dots\dots (6)$$

ii) $\mu < t_n = t_{n2} < 2\mu$ の場合

$$\begin{aligned} F(t-\mu) &= F(T-\tau+t_{n1}-\mu) \\ &= (y_{n1} - y_0) + F(T-\tau+t_{n1}-\mu) \end{aligned}$$

(6)式のように無次元化して表わすと

$$p_{n2} = (1 - 2\theta_1) - 2p_{n1} + 2\omega \left(1 + \frac{\rho}{1 + \rho} \omega \right) \left\{ 1 - \sqrt{1 - \frac{2\rho(1+\rho)}{(1+\rho+\rho\omega)^2} (\theta_1 + p_{n1})} \right\} \quad \dots\dots\dots (7)$$

iii) $(i-1)\mu < t_n = t_{ni} < i\mu$ の場合

$$F(t-\mu) = \sum_{j=1}^{i-1} (y_{nj} - y_0) + F(T-\tau+t_{n1}-\mu)$$

$$\therefore p_{ni} = (1 - 2\theta_1) - 2 \sum_{j=1}^{i-1} p_{nj} + 2\omega \left(1 + \frac{\rho}{1 + \rho} \omega \right) \left\{ 1 - \sqrt{1 - \frac{2\rho(1+\rho)}{(1+\rho+\rho\omega)^2} (\theta_1 + \sum_{j=1}^{i-1} p_{nj})} \right\} \quad \dots\dots\dots (8)$$

$\rho = 1, 0.5, 0.2$, $\omega = 0.5, 1, 2, 4$ のそれぞれの場合に対する計算結果例を第2図に示す. ここでは管路の摩擦水頭は考慮していないが, ω が大きくなるにしたがって, しだいに弁の締切後の振動波形の減衰が著しくなり, やがて過減衰と同様の波形となり振動波形

第 2 図

が見られなくなる。この減衰の仕方は ρ の値によっても異なり、 ρ の大きいほど減衰は著しい。一般の水力発電所の記録でも、振動波形の減衰が著しいものは明らかに漏れによる影響が大きいものと思われる。

4. 実験結果

実験装置の概要は第1報⁽²⁾とほとんど同様であるが、締切弁機構を第3図のような構造とし、導水管本体は完全な直管部のみとした。また流量の測定は重量法によるようにした。漏れ流量を種々に変えた圧力波形の記録と、ほぼ同じ条件に対する計算結果との比較例を第4図に示す。完全に一致しているとはいえないが、いずれもかなりよく傾向としては一致している。実際の記録波形のほうがいずれも減衰が著しいが、これは管路の摩擦損失などの影響と考えられる。

5. 漏れ流量の扱い方

漏れ流量が存在する場合、弁の締切動作終了直後の管内流速と、振動圧が十分減衰して定常状態に達した後の管内流速とは異なる。いま第1図のような圧力-

第 3 図

時間線図を仮定すると、弁の締切動作終了直後の流速

$$v_{n0} \text{ は } v_{n0} = \frac{\tau}{T - \frac{\mu}{2}} v_0 \text{ となるが、定常状態に達した}$$

後の流速 $v_{n\infty}$ は $v_{n\infty} = \sqrt{\frac{y_0}{y_0 + h_m}} v_{n0}$ となる。他方弁

の締切動作終了時までの圧力-時間線図の面積 A_{n0} は

$$A_{n0} = \frac{L}{g} v_0 - \frac{L}{g} v_0 \frac{\tau}{T - \frac{\mu}{2}} = \frac{L}{g} (v_0 - v_{n0}) \text{ となり、ギブソ}$$

ン法によって流量を求める場合には漏れ流速は v_{n0} としたものと一致する。したがって一般のギブソン法施行時に漏れがある場合には、漏れの値に弁の締切動作終了直後の圧力における値を用いなければならない。一般に直接測定しうるのは定常状態における値である

から、この値に $\sqrt{\frac{y_0 + h_m}{y_0}}$ を乗じて換算すればよい。

なお実際に記録される一般の発電所での圧力-時間線図の中には、弁の締切動作終了点を弁の動きから正確に求めることがむずかしい場合があり、このような場合には弁の締切動作終了後の振動波形の周期から逆に終了点を推定する方法がよく用いられている。しかし第2図あるいは第4図で明らかなごとく、漏れ流量が多くなると振動波形を全然示さない場合もあり、このような場合には上記の方法は適用することができない。このような場合には原理的には弁の締切動作終了後の圧力波形も無限時間後（振動波形が十分減衰する

第 4 図

まで)までの面積を求め、漏れの値には流速を v_{∞} としたものを用いればよいことになる。すなわち弁の締切動作終了後、 $(i-1)\mu < t_n = t_{ni} < i\mu$ における y, v の値を y_{ni}, v_{ni} とすれば、(1)式から

$$y_{ni} - y_0 = \frac{\alpha}{g}(v_0 - v_{ni}) - 2F(t - \mu)$$

および

$$F(t - \mu) = \sum_{i=1}^{i-1} (y_{ni} - y_0) + F(T - \tau + t_{n1} - \mu)$$

において、 $t = \infty$ では $y_{\infty} - y_0 = 0$, $v_{ni} = v_{\infty}$ の関係を用い、そのときの $F(t - \mu)$ の値を F_{∞} とすれば

$$\left. \begin{aligned} F_{\infty} &= \sum_{i=1}^{\infty} (y_{ni} - y_0) + F(T - \tau + t_{n1} - \mu) \\ &= \frac{\alpha}{2g}(v_0 - v_{\infty}) \end{aligned} \right\} \dots (9)$$

したがって $t = T - \tau$ から $t = \infty$ まで $(y_{ni} - y)$ を積分すると

$$\begin{aligned} \int_{T-\tau}^{\infty} (y_{ni} - y_0) dt_n &= \int_0^{\mu} \sum_{i=1}^{\infty} (y_{ni} - y_0) dt_n \\ &= \int_0^{\mu} \{F_{\infty} - F(T - \tau + t_{n1} - \mu)\} dt_n \end{aligned}$$

(9)式から

$$\int_0^{\mu} F_{\infty} dt_n = \frac{\alpha}{2g} \mu (v_0 - v_{\infty})$$

および

$$\int_0^{\mu} F(T - \tau + t_{n1} - \mu) dt_n = \frac{\alpha}{2g} \mu (v_0 - v_{n0})$$

を代入して

$$\begin{aligned} \int_{T-\tau}^{\infty} (y_{ni} - y_0) dt_n &= \frac{\alpha}{2g} \mu (v_{n0} - v_{\infty}) \\ &= \frac{L}{g} (v_{n0} - v_{\infty}) \dots \dots \dots (10) \end{aligned}$$

がえられる。すなわち $t = T - \tau$ から $t = \infty$ までの圧力-時間線図の面積は $(v_{n0} - v_{\infty})$ の速度変化に対する力積に相当することになる。したがってギブソン法の圧力-時間線図の面積は弁の締切点に関係なく、 $t = \infty$ まで積分し、漏れ流量には定常状態における値を用いればよいことを示している。第1表に実際の線図に対する計算例を示したが、 Q_0 は重量法によって測定された流量、 Q は従来のギブソン法によって計算された流量、 Q_{∞} は $t = \infty$ まで積分して求められた流量である。 Q と Q_{∞} はかなりよい一致をみせている。

6. 摩擦水頭項による減衰率の影響

これまでの結果は最初に仮定したごとく、摩擦水頭項は考慮していないので、この項との関係は明らかでない。特に $t = \infty$ まで積分する方法ではこの項の影響による減衰率が直接関係してくるが、理論的な厳密な扱いが実際にはむずかしいので、実験的にこの項がどの程度影響するか検討してみる。

いま弁の完全閉鎖後の振動波形の面積に対して第5図のような記号をつけ

$$\alpha = \frac{a_{2n+2}}{a_{2n}} \dots \dots \dots (11)$$

とにおいて、実際の記録線図でいろいろの場合に対する α の値を求めてみると第6図のような結果が得られた。この結果によると圧力上昇値 h_m の値は 1.7~17.6m と相当広範囲にわたっているが、 α の値はほぼ一定値を示し、0.92 程度の値となっている。したがって $\alpha = \text{const.}$ とおけるから

第 1 表

Q_0 l/s	$T - \tau$ s	τ s	ω	ρ	Q l/s	$(Q - Q_0)/Q_0$ %	Q_{∞} l/s	$(Q_{\infty} - Q)/Q$ %
5.37	2.85	0.02	0.19	0.31	5.43	1.12	5.45	0.37
5.32	2.73	0.06	0.49	0.22	5.31	-0.19	5.33	0.38
5.35	2.69	0.14	1.17	0.32	5.43	1.49	5.43	0
5.26	2.63	0.19	1.58	0.29	5.22	-0.76	5.22	0
5.37	2.63	0.21	1.75	0.20	5.37	0	5.38	0.19
5.35	2.53	0.31	2.58	0.20	5.35	0	5.34	-0.19
5.33	2.11	0.36	3.00	0.27	5.28	-0.93	5.29	0
5.26	2.25	1.06	8.84	0.26	5.23	-0.57	5.22	-0.19

第 5 図

第 6 図

第 7 図

$$a_{2n} = a_0 \alpha^n, \quad a_{2n+1} = a_0 \alpha^{n+1/2}$$

と表わして弁の締切点から a_{2n} の中心までの波形の上下の面積差 Δa_{2n} を求めると

$$\begin{aligned} \Delta a_{2n} &= \sum_0^n a_{2n} - \sum_0^{n-1} a_{2n+1} - \frac{1}{2}(a_0 + a_{2n}) \\ &= a_0 \frac{(1-\sqrt{\alpha})^2}{2(1-\alpha)} (1-\alpha^n) \quad \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

$n=\infty$ では

$$\Delta a_{\infty}/a_0 = \frac{(1-\sqrt{\alpha})^2}{2(1-\alpha)} \quad \dots\dots\dots (13)$$

第7図および第8図に(12)式および(13)式の計算結果を示したが、 Δa_{2n} もしくは Δa_{∞} は $\alpha > 0.8$ では相当小さく、 a_0 の数%以下の値にしかない。本論文の実験例では $\alpha = 0.92$ 程度であるから Δa_{∞} は a_0 の1%程度の値である。ギブソン法で対称となる面積は a_0 の少なくとも10倍以上になることが多いと考えられるから、たとえば本実験の場合 $t=\infty$ まで積分しても全体に対する影響としては0.1%以下ということになり、減衰率による影響はきわめて小さいことになる。実際の水力発電所の水圧鉄管では、本実験装置の場合よりもレイノルズ数ははるかに高く、また長さや直径の比は小さい場合が多いと考えられるから、この影響はさらに小さくなることが予想される。以上は弁の完全閉鎖の場合であるが、不完全閉鎖の場合、すなわち漏れ流量が存在する場合にも同程度の影響しか及ぼさないものとするれば、前章でのべたような圧力-時間線図の面積を $t=\infty$ まで求める方法に対して、摩

第 8 図

擦水頭項に基づく減衰率の影響は実用上ほとんど無視してよい程度と考えられる。実際の発電所の記録で弁の締切動作終了点が不めいりょうなものに対しては、 $t=\infty$ までの面積を求める方法は実用上きわめて有効な方法であろうと考えられる。

7. む す び

ギブソン法施行時に摩擦損失項を考慮しなくても、漏れ流量が存在する場合には弁の締切動作終了後の振動波形は著しい減衰を示し、場合によって全然振動波形をとらないこともあることを示した。漏れ流量の値は一般には弁の締切動作終了直後の値を用いなければならないが、場合によって弁の締切動作終了点の不めいりょうなものがあり、このような場合は記録された圧力-時間線図の面積を振動波形が十分減衰するまで求め、漏れ流量には定常状態における値を用いればよいことを示した。以上の結果は摩擦損失項を考慮していないため、この項との関係はめいりょうではないが、理論的に厳密な扱いがむずかしいため、実験結果的にこの項の影響は、実際のギブソン法施行時にはほとんど無視しうる程度であろうことを示した。

おわりに終始ご懇篤なご指導をいただいた東京工業大学 板谷 樹教授に心から感謝するとともに、実験その他で非常に尽力された伊藤忠寛、細谷泰久両君に感謝いたします。

文 献

- (1) 生源寺、水タービン、(昭 6)、399、養賢堂。
- (2) 板谷・ほか2名、機械学会論文集、26-162、(昭35-2)、190。