621.822.71.031

アンギュラ形玉軸受の玉の運動について*

平 野 富 士 夫**

Motion of a Ball in the Angular-contact Ball Bearing

by FUJIO HIRANO

The behaviour of a ball in a ball bearing was observed through flux change caused by a magnetized ball. An angular-contact ball bearing of the type 7307 B was used in the experiment. Under pure thrust load, the ball makes a complicated three-dimensional motion. The relation between the angular velocities of the ball ω_b , the cage ω_c and the inner ring ω was investigated. The ratio ω_b/ω_c and ω_c/ω are closely related to the parameter ZF_c/P_a , where Z , F_c and P_a denote the number of balls, the centrifugal force per ball and the thrust load, respectively. In the range $ZF_c/P_a > 1$, not only the centrifugal force has a significant influence upon the behaviour of the ball, but also the effect of the gyroscopic moment of the ball becomes remarkable. These results were compared with the theoretical values.

緒 言

アンギュラ形玉軸受の玉がスラスト荷重の下で行なう運動については、以前に実験結果を報告した⁽¹⁾。とくに玉の自転数は従来のような単純な計算によって求めたものと著しく異なっており、玉の運動状態に関してなお検討を加える必要があった。そのために再実験を行ない、自転数・公転数などの計測精度を高め、この結果を用いて理論的な究明ができるようにつとめた。すなわち遠心力、ジャイロモーメントの影響を考慮して解析し、これらが無視できないことも明らかにされた。なお玉と転走面との接触状態について未検討のところが残されており、そのほか十分な理論的究明とはいえない点も多々あるが、以下に現在までの結果をまとめて報告する。

1. 実験方法

1.1 測定の原理 前報⁽¹⁾⁽²⁾に述べたとおり、第1図のように磁化した玉を1個、軸受内に組みこめば、その回転とともにNS軸も回転するので、外輪に取付けたコイルに交流電圧を誘起する。これを電磁オシログラフで記録せしめる。NS軸と玉の自転軸とのなす角を α とすれば、オシログラフの振幅 A は検定実験の結果

$$A = k \sin \alpha \omega_b / \sqrt{R^2 + (L\omega_b)^2} \dots\dots\dots (1)$$

の関係で示されることがわかっている。ここに ω_b は玉の自転角速度、 R , L はコイルを含む測定回路の抵抗およびインダクタンスである。定数 k は玉の残留磁束に比例するほかコイル巻数、軸受とこれに接続する強磁性体の形状寸法によっても変る。

実験記録の例は後で第4図以下に示すとおりで、いずれも $2\pi/\omega_b$ に相当する細かい周期の波形よりなっている。この周期に不同があり部分的に長めのものが現われたときは自転すべりが存在することを示す。またかなり長い周期で振幅が変動しているのは、磁軸に対し玉の自転軸が変動していることを現わす。すなわち(1)式において α が変動する結果、 A が変動すること

第1図 測定方法(簡単のため玉の自転軸が水平軸と一致した場合を図示した)

* 昭和 38 年 11 月 1 日 第 41 期東京秋期講演大会において論文講演として講演、原稿受付 昭和 38 年 7 月 10 日。

** 正員、九州大学工学部(福岡市箱崎町)。

とになる。したがって(1)式を用いて振幅の最大, 最小 $A_{\max}$, $A_{\min}$ に対応する $\alpha_{\max}$, $\alpha_{\min}$ を求めると

$$\Delta\alpha = \alpha_{\max} - \alpha_{\min} \quad \dots\dots\dots(2)$$

が玉の瞬間回転軸の変動を示す。このようにして玉の二次元的運動のずれ, すなわち, すべりと三次元的な自転軸変化とが同時に求められる。

1.2 測定装置 測定装置は前報⁽¹⁾と同じものを使用した。第2, 3図に構造を示す。スラスト荷重は外輪にかぶせたカップをばねで押して加えた。保持器の回転を取出すには第1図のブリッジに付着した鉄片が磁石の極片を通過するさいのパルスを利用し, 軸回転も同様に軸に植えこんだ小ねじの通過による磁束変化をもって測定した。コイルの巻数(0.3φエナメル線 200 T), 玉の残留磁束(安定値 140 G)も前回とまったく同一である。

1.3 実験軸受 実験に使用した軸受はアンギュラ形玉軸受 #7307 B, 黄銅もみ抜き保持器付であってその主要寸法の実測値を第1表に示す。

1.4 実験条件 第2表のとおり。

2. 実験結果

2.1 実験記録の説明 第4~8図にオシログラムの例を示す。玉の自転の波数, 保持器回転(玉の公転), 軸回転のパルスが記録から読取られる。記録整理に当たっては計測精度を高めるため, 保持器の回転500に対応する玉の自転数および軸の回転のパルスを読取った。これより自転・公転比 ω_b/ω_c , 公転・軸回転比 ω_c/ω が求められる。以下

第1表 実験軸受主要数値

内径×外径×幅 mm	35×80×21
外輪転走面径 $2r_o$ mm	71.068
内輪転走面径 $2r_i$ mm	43.811
内外輪転走面曲率半径 R_o, R_i mm	7.05
玉 径 $2r$ mm	13.491
玉 数 Z	11
初期接触角 β°	39.3

第2図 スラスト荷重装置平面図

ω_b : 玉の自転角速度, ω_c : 玉の公転角速度, ω : 軸角速度 rad/s

とする(ω_b は保持器に対する相対運動の角速度であって, 静止座標系に対するものではない)。

これらの回転数の比を荷重 P_a , 軸回転数 N に対してプロットした結果は前報に記したものと変わらないので, ここでは省略し, 後で述べる物理的意味から遠心力とスラスト荷重の比 ZF_c/P_a を横軸に取って表示する。ただし F_c は玉1個の遠心力で

$$F_c = (w/g)r_m\omega_c^2 \quad \dots\dots\dots(3)$$

である。 $w=10.05$ g, $r_m=2.877$ cm(ピッチ円径), $\omega_c=2\pi N_c/60$, $Z=11$ であるから, この実験では

$$ZF_c/P_a = 3.55(N_c \times 10^{-3})^2/P_a \quad \dots\dots\dots(4)$$

で計算される。その結果を第9~11図に示す。

すべりがある場合は記録上で周期の局所的不均一があるため直ちに認めうるので, これらの場合を除くと第10図のように ω_b/ω_c は ZF_c/P_a と一義的に対応付けられる。 ω_c/ω も自転すべりのある軽荷重の場合を除き, 同様に ZF_c/P_a によってよくまとまる。なおこれらの図においては P_a, N の値は記号によって知れるようになっている。 ω_b/ω_c , ω_c/ω とともに ZF_c/P_a が0.1以上で急に増加しはじめており, 遠心力の影響がききはじめることがわかる。

2.2 自転軸変化 磁軸, α の角度の変化はオシログラムからわかるように, きわめてゆるやかな変化をする場合またはほとんど変化しない場合, 短い周期で急な変動を繰返す場合とがある。それぞれの出現する P_a, N の範囲を第12図に示す。また自転すべりの発生する範囲も記入しておいた。自転すべりは P_a, N とともに少ない範囲で発生している。公転すべりは P_a

第2表 実験条件

スラスト荷重 P_a kg	2, 5, 10, 20, 30, 50, 100
軸回転数 N rpm	350, 500, 750, 1000, 1500, 2000, 3000, 4000, 5000
潤滑	1号スピンドル油 10cc/min 滴下

第3図 測定装置外観

が少ない場合に認められ、 N が大きいほど逆に起りやすい。短い周期による自転軸の変化はラジアル軸受やアングュラ形でもラジアル荷重の場合に認められた規則的な軸変化と異なり、ある回転だけ一定軸のまわりに回転し、つぎに急に他の自転軸のまわりに短期間回転し、これを不規則に繰返すことが多い。第 4, 5 図

(1 500~3 000) のオシログラムに代表的な例がみられる。これは後で述べるコントロール面すなわちスピン角速度が 0 となるようにコントロールする面が交代することによる。すなわち通常考えられているようにアングュラ形軸受では外輪でコントロールされることが多いが、時間的には内輪でコントロールされる状態に

オシログラムは上段より 1/50 s タイムマーク、軸回転、玉自転、保持器回転(玉公転)、1/50 s タイムマークの順に記録してある(以下同じ)。

第 4 図 記 録 写 真 $P_a = 100 \text{ kg}$

も移行することもあり、そのさい第 13 図のように急に回転軸が変化する。スラスト玉軸受では両転走面が同一の確率をもってコントロール面になりうるので、軸変化もほぼ同一の時間で交代している。コントロール面の交代のさいには急な回転軸変化を伴うので、

ジャイロモーメントによる抵抗が回転が高い場合に増大する。また遠心力によって外輪との接触荷重 P_o が大になるとともに内輪との接触荷重 P_i が減るので、ますます内輪コントロールが起りにくくなる。したがって交代が起るのは ZF_o/P_o が比較的小さい範囲に限

第 5 図 記 録 写 真 $P_a=50 \text{ kg}$

第 6 図 記 録 写 真 $P_a=20 \text{ kg}$

第 7 図 記録写真 $P_a=5 \text{ kg}$ 第 8 図 記録写真 $P_a=2 \text{ kg}$ 第 9 図 ω_c/ω の実測値 第 10 図 ω_b/ω_c の実測値

られる。 $ZF_c/P_a > 0.1$ ではオンシログラムの振幅がゆるやかな変化をするようになる。とくに $ZF_c/P_a > 1$ では振幅がほとんど変化せず、回転軸が一定になる傾向が強い。なお ZF_c/P_a がきわめて低い範囲でも振幅変化がゆるやかになるが、これはコントロール面が交代しなくなったためと考えられるが、 $ZF_c/P_a > 1$ の場合との相違についてはまだ明確にできないでいる。これらの自転軸変化の相違が生ずる ZF_c/P_a の範囲を第 14 図にまとめて示した。

3. 理論的考察

3.1 作動接触角 実験に使用したアンギュラ形玉軸受 #7307 B は初期接触角が設計上 40° に取られているが、第 1 表の数値をもとにして計算すると

$$\beta = 39.3^\circ$$

であった。作動中にはスラスト荷重と遠心力が加わり、その値が変ってくる。第 15 図に示すように外輪との接触点を A、接触角を β_0 、内輪との接触点を B、接触角を β_i とする。玉と転走面との間の弾性変形によるへこみを考慮すべきであるが、本実験の範囲ではこの変形量は無視できる。したがってたんなる幾何学的関係から⁽³⁾

ピッチ円半径 r_m 、外輪転走面最大径 r_o 、内輪転走面最小径 r_i 、外輪みぞ曲率半径 R_o 、内輪みぞ曲率半径 R_i

の間に次式が成立する。

$$\left. \begin{aligned} r_m + R_o - r_o &= (R_o - r) \cos \beta_0 \\ r_i + R_i - r_m &= (R_i - r) \cos \beta_i \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

第 11 図 ω_b/ω_c の実測値

第 12 図 玉の運動状態の相違

第 13 図 コントロール面と回転軸との関係

第 14 図 玉の運動状態と ω_b/ω_c , ZF_c/P_a との関係

遠心力が作用しない場合には $\beta_0 = \beta_i = \beta$ であるから、この場合のピッチ円半径を r_* とすれば

$$\cos \beta = (r_* + R_0 - r_0) / (R_0 - r) \\ = (r_i + R_i - r_*) / (R_i - r) \quad \dots\dots\dots (6)$$

となる。簡単のため

$$\varepsilon_0 = (R_0 - r) / r, \quad \varepsilon_i = (R_i - r) / r \quad \dots\dots\dots (7)$$

と置けば

$$\left. \begin{aligned} r_* &= \{\varepsilon_i(r_0 - r) + \varepsilon_0(r_i + r)\} / (\varepsilon_i + \varepsilon_0) \\ 1 - \cos \beta &= (r_0 - r_i - 2r) / \{r(\varepsilon_i + \varepsilon_0)\} \\ r_m - r_* &= r\varepsilon_0(\cos \beta_0 - \cos \beta) \\ &= r\varepsilon_i(\cos \beta - \cos \beta_i) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (8)$$

をうる。実際の数値は第 1 表より

$$\varepsilon_0 = \varepsilon_i = 0.045$$

$$r_* = (r_0 + r_i) / 2 = 2.872 \text{ cm}$$

$$r = 1.3491 \text{ cm}$$

$$\sigma_* = r_* / r = 4.258$$

である。また

$$r_m / r = \sigma \quad \dots\dots\dots (9)$$

とすれば、 $\varepsilon_0, \varepsilon_i$ が小なので、(8) 式より $\sigma = \sigma_*$ として計算してもよいこととなる。

つぎに第 16 図のように外輪、内輪と玉の接触荷重をそれぞれ P_0, P_i とし、接触点 A, B において作用する摩擦力の成分を F_0, F_i とする。力の平衡より

$$\left. \begin{aligned} P_0 / Z &= P_0 \sin \beta_0 - F_0 \cos \beta_0 = P_i \sin \beta_i - F_i \cos \beta_i \\ P_0 \cos \beta_0 + F_0 \sin \beta_0 &= P_i \cos \beta_i \\ &\quad + F_i \sin \beta_i + F_c \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (10)$$

第 15 図 玉の運動の解析

となるが、摩擦力は小さいので無視すれば

$$\left. \begin{aligned} P_0 / Z &= P_0 \sin \beta_0 = P_i \sin \beta_i, \\ P_0 \cos \beta_0 - P_i \cos \beta_i &= F_c \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (11)$$

となり、これより P_0, P_i を消去して

$$ZF_c / P_a = \cot \beta_0 - \cot \beta_i \quad \dots\dots\dots (12)$$

をうる。(12) と (8) 式より β_0, β_i が計算できるが、その結果を第 17 図に示す。 ZF_c / P_a とともに β_0 は単調減少、 β_i は単調増加をする。

3.2 玉の運動 第 15 図のように玉の自転軸を ω_b で示す。 x, y, z 軸を玉中心 C を通る図示のような座標軸とし、それぞれの方向の単位ベクトルを i, j

第 16 図 玉に加わる力とモーメント

第 17 図 接触角および回転軸の方向の理論値

$\mathbf{k}$ とする。 $\vec{\omega}_b$ は xy 面に対し γ , xz 面に対し δ だけ傾斜しているとすれば

$$\vec{\omega}_b = \omega_b(\mathbf{i} \cos \gamma \cos \delta + \mathbf{j} \cos \gamma \sin \delta + \mathbf{k} \sin \gamma) \quad (13)$$

また玉の公転角速度を $\vec{\omega}_c$ とすれば

$$\vec{\omega}_c = -\omega_c \mathbf{i} \quad (14)$$

玉中心 C に対し, 外輪, 内輪の相対角速度は

$$\vec{\omega}_0 = \omega_c \mathbf{i}, \quad \vec{\omega}_i = (\omega_c - \omega) \mathbf{i} \quad (15)$$

で表わされる。 A, B のベクトルは玉中心を原点として

$$\vec{A} = r(-\mathbf{i} \sin \beta_0 + \mathbf{k} \cos \beta_0), \quad \vec{B} = r(\mathbf{i} \sin \beta_i - \mathbf{k} \cos \beta_i) \quad (16)$$

で示される。

x, y, z 座標に対する A, B 点における玉の速度は

$$\left. \begin{aligned} \vec{V}_{bA} &= \vec{\omega}_b \times \vec{A} = r\omega_b[\mathbf{i} \cos \gamma \sin \delta \cos \beta_0 - \mathbf{j}(\cos \gamma \cos \delta \cos \beta_0 + \sin \gamma \sin \beta_0) + \mathbf{k} \cos \gamma \sin \delta \sin \beta_0] \\ \vec{V}_{bB} &= \vec{\omega}_b \times \vec{B} = r\omega_b[-\mathbf{i} \cos \gamma \sin \delta \cos \beta_i + \mathbf{j}(\cos \gamma \cos \delta \cos \beta_i + \sin \gamma \sin \beta_i) - \mathbf{k} \cos \gamma \sin \delta \sin \beta_i] \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

である。 いっぽう A 点における外輪, B 点における内輪の速度は

$$\vec{V}_{0A} = \vec{\omega}_0 \times (\vec{A} + r_m \mathbf{k}) = -\mathbf{j}r\omega_c(\sigma + \cos \beta_0), \quad \vec{V}_{iB} = \vec{\omega}_i \times (\vec{B} + r_m \mathbf{k}) = \mathbf{j}r(\omega - \omega_c)(\sigma - \cos \beta_i) \quad (18)$$

である。したがって玉に対する外輪および内輪の相対速度は $\vec{V}_{0A} - \vec{V}_{bA}$, $\vec{V}_{iB} - \vec{V}_{bB}$ できるが, その円周方向の相対速度すなわち $\mathbf{j}$ 成分は純ころがり運動に対しては 0 となるべきであり, これより

$$\frac{\omega_c}{\omega_b} = \frac{\cos \gamma \cos \delta \cos \beta_0 + \sin \gamma \sin \beta_0}{\sigma + \cos \beta_0}, \quad \frac{\omega - \omega_c}{\omega_b} = \frac{\cos \gamma \cos \delta \cos \beta_i + \sin \gamma \sin \beta_i}{\sigma - \cos \beta_i} \quad (19)$$

となる。また

$$\frac{\omega}{\omega_c} = 1 + \frac{\sigma + \cos \beta_0}{\sigma - \cos \beta_i} \frac{\cos \gamma \cos \delta \cos \beta_i + \sin \gamma \sin \beta_i}{\cos \gamma \cos \delta \cos \beta_0 + \sin \gamma \sin \beta_0} \quad (20)$$

をうる。玉の xz 面内における切線方向の速度成分は

$$V_i = (\vec{V}_{0A} - \vec{V}_{bA})(\mathbf{i} \cos \beta_0 + \mathbf{k} \sin \beta_0) = (\vec{V}_{iB} - \vec{V}_{bB})(-\mathbf{i} \cos \beta_i - \mathbf{k} \sin \beta_i) = -r\omega_b \cos \gamma \sin \delta \quad (21)$$

で与えられる。

つぎにスピン角速度の計算は, A 点において

$$\left. \begin{aligned} \omega_{s0} &= (\omega_0 - \omega_b)(-\mathbf{i} \sin \beta_0 + \mathbf{k} \cos \beta_0) = \omega_b(\cos \gamma \cos \delta \sin \beta_0 - \sin \gamma \cos \beta_0) - \omega_c \sin \beta_0 \\ \omega_{si} &= (\omega_i - \omega_b)(\mathbf{i} \sin \beta_i - \mathbf{k} \cos \beta_i) = \omega_b(-\cos \gamma \cos \delta \sin \beta_i + \sin \gamma \cos \beta_i) + (\omega_c - \omega) \sin \beta_i \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

のようになる。これらの式より

$$\left. \begin{aligned} \cos \gamma \cos \delta &= \frac{1}{\sin(\beta_i - \beta_0)} \left[\frac{\omega_c}{\omega_b} \{ \sigma(\sin \beta_0 + \sin \beta_i) + \sin(\beta_i - \beta_0) \} - \frac{\omega}{\omega_b} (\sigma - \cos \beta_i) \sin \beta_0 \right] \\ \sin \gamma &= \frac{1}{\sin(\beta_i - \beta_0)} \left[\frac{\omega}{\omega_b} (\sigma - \cos \beta_i) \cos \beta_0 - \frac{\omega_c}{\omega_b} \sigma(\cos \beta_0 + \cos \beta_i) \right] \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

が導かれる。 A, B 点においてすべりがなければ, ω_b/ω_c , ω_c/ω の実測値を用いて (23) 式により γ, δ の値が求められる。また

$$\left. \begin{aligned} \frac{\omega_{s0}}{\omega_b} &= \frac{1}{\sin(\beta_i - \beta_0)} \left[\frac{\omega_c}{\omega_b} \sigma \{1 + \cos(\beta_i - \beta_0)\} - \frac{\omega}{\omega_b} (\sigma - \cos \beta_i) \right] \\ \frac{\omega_{si}}{\omega_b} &= \frac{1}{\sin(\beta_i - \beta_0)} \left[\frac{\omega}{\omega_b} \{ \sigma \cos(\beta_i - \beta_0) - \cos \beta_0 \} - \frac{\omega_c}{\omega_b} \sigma \{1 + \cos(\beta_i - \beta_0)\} \right] \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

となる。

$\omega_{s0} = 0$ となるように玉の運動が行なわれる場合が外輪コントロール, $\omega_{si} = 0$ の場合が内輪コントロールであるから, それぞれの場合に対し, (24) 式より

$$\left(\frac{\omega_c}{\omega} \right)_0 = \frac{1 - (\cos \beta_i / \sigma)}{1 + \cos(\beta_i - \beta_0)}, \quad \left(\frac{\omega_c}{\omega} \right)_i = \frac{\cos(\beta_i - \beta_0) - (\cos \beta_0 / \sigma)}{1 + \cos(\beta_i - \beta_0)} \quad (25)$$

をうる。 $(\omega_c/\omega)_0$ の計算値は第 18 図 (a) のようになり, 第 9 図の実測値とかなりよく一致するように見える。

軽い荷重ではすべりの存在のため実測値が低くなっている。 $0.03 < ZF_c/P_a < 0.1$ の範囲で実測値がやや少ないのは部分的に内輪コントロールになり $(\omega_c/\omega)_0$ より低い値の $(\omega_c/\omega)_i$ の影響を受けたものと考えられる。外輪コントロールと仮定した $(\omega_c/\omega)_0$ の値を (23) 式に入れて計算すると

$$\left. \begin{aligned} \cos \gamma \cos \delta &= \left(\frac{\omega}{\omega_i} \right) \frac{(1 + \sigma \cos \beta_0)(\sigma - \cos \beta_i)}{\sigma \{1 + \cos (\beta_i - \beta_0)\}}, & \sin \gamma &= \left(\frac{\omega}{\omega_i} \right) \frac{\sin \beta_0 (\sigma - \cos \beta_i)}{1 + \cos (\beta_i - \beta_0)} \\ \tan \gamma / \cos \delta &= \sigma \sin \beta_0 / (1 + \sigma \cos \beta_0) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (26)$$

のようになる。さらに最も簡単な仮定として $V_i = 0$ と考えると (21) 式より $\delta = 0$ となり、(26) 式は

$$\tan \gamma = \sigma \sin \beta_0 / (1 + \sigma \cos \beta_0), \quad \omega_b/\omega_c = (\sigma + \cos \beta_0) / \cos (\beta_0 - \gamma) = \sqrt{\sigma^2 + 2\sigma \cos \beta_0 + 1} \dots\dots\dots (27)$$

となる。この計算結果は第 18 図 (b) の $\omega_{s0} = 0$ の線のように実測値 (第 10 図) とは $ZF_c/P_a > 0.1$ (すなわち遠心力の影響が現われはじめると)、合わなくなる。

3.3 ジャイロモーメントの計算 以上のような理論的取扱いが不十分なので、Jones⁽³⁾ のようにジャイロモーメントを考慮した計算を行なえば、以下のようになる。玉の中心を通る軸のまわりの慣性率を $J = (2/5) \times (w/g)r^2$ とすれば、 $\vec{\omega}_b$ 軸のまわりに自転するとともに $\vec{\omega}_c$ 軸のまわりに公転する場合、運動に必要なモーメントは

$$\vec{M} = J(\vec{\omega}_c \times \vec{\omega}_b) = J\omega_b\omega_c(\mathbf{j} \sin \gamma - \mathbf{k} \cos \gamma \sin \delta) \dots\dots\dots (28)$$

で与えられる。この成分を

$$M_g = J\omega_b\omega_c \sin \gamma, \quad M_g' = J\omega_b\omega_c \cos \gamma \sin \delta \dots\dots\dots (29)$$

と表わす。このモーメントに対して摩擦力に基因するモーメントは、Jones による接触変形部の取扱いを簡略化して、第 16 図の F_0, F_i を用いて

$$M_g = r(F_0 + F_i) \dots\dots\dots (30)$$

のようになる。また第 16 図のモーメント間のつりあいの条件から

$$\left. \begin{aligned} M_g' &= (Q_{s0} \cos \beta_0 - Q_{R0} \sin \beta_0) - (Q_{si} \cos \beta_i - Q_{Ri} \sin \beta_i) \\ 0 &= (Q_{s0} \sin \beta_0 + Q_{R0} \cos \beta_0) - (Q_{si} \sin \beta_i + Q_{Ri} \cos \beta_i) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (31)$$

をうるが、内外輪に対するモーメントの反作用は

$$Q_0 = Z\{Q_{R0}(\sigma + \cos \beta_0) + Q_{s0} \sin \beta_0\}, \quad Q_i = Z\{Q_{Ri}(\sigma - \cos \beta_i) - Q_{si} \sin \beta_i\} \dots\dots\dots (32)$$

で、この両者が $Q_0 + Q_i = 0$ の関係にあることから $Q_{R0} + Q_{Ri} = 0$ となる。これらの関係を (31) 式に入れると

$$M_g' = (Q_{s0} - Q_{si}) \{1 + \cos (\beta_i - \beta_0)\} / (\cos \beta_0 + \cos \beta_i) \dots\dots\dots (33)$$

をうる。

(30) 式における摩擦力は (21) 式の V_i 、さらに ω_{s0}, ω_{si} とも関連してきまる接触部の摩擦抵抗の xz 面内の切線方向の分力であるが、簡単のため

$$F_0 = \mu_0 P_0, \quad F_i = \mu_i P_i \dots\dots\dots (34)$$

として計算すれば、(11) 式より

$$\frac{ZM_g}{rP_a} = \frac{\mu_0}{\sin \beta_0} + \frac{\mu_i}{\sin \beta_i} \dots\dots\dots (35)$$

のように書かれる。また (33) 式におけるスピンモーメントを Poritsky⁽⁴⁾ に従って

$$Q_{s0} = c_0 \mu_{s0} P_0 a_0, \quad Q_{si} = -c_i \mu_{si} P_i a_i \dots\dots\dots (36)$$

のように置く。 c_0, c_i は、接触だ円の短半径 b_0, b_i 、長半径 a_0, a_i のそれぞれの比 $b_0/a_0, b_i/a_i$ を母数とする第 2 種の完全だ円積分を用いて $c = (3/8)E(b/a)$ のように表示される。 μ_{s0}, μ_{si} は外輪、内輪との接触部のスピンの摩擦係数とする。したがって

$$\begin{aligned} \frac{ZM_g'}{rP_a} &= \frac{1 + \cos (\beta_i - \beta_0)}{\cos \beta_0 + \cos \beta_i} \left(\frac{c_0 \mu_{s0}}{\sin \beta_0} \frac{a_0}{r} \right. \\ &\quad \left. + \frac{c_i \mu_{si}}{\sin \beta_i} \frac{a_i}{r} \right) \dots\dots\dots (37) \end{aligned}$$

第 18 図 $\omega_c/\omega, \omega_b/\omega_c$ の理論計算値

第 19 図 玉の回転軸の方向 γ, δ の値

となる。 μ_{s0}, μ_{si} は、 μ_0, μ_i が後で述べるように摩擦係数そのものでなく、分力として考へべきことを考慮していちおう別の形に表わした。

3.4 実験値との比較 (35)式に (29)式を入れ、さらに (3), (12) 式の遠心力の表示を考慮すれば

$$\sin \gamma \left(\frac{\omega_i}{\omega_e} \right) = \frac{5\sigma}{2} \frac{\mu_i \sin \beta_0 + \mu_0 \sin \beta_i}{\sin (\beta_i - \beta_0)} \dots (38)$$

となる。ここで簡単のため V_i がきわめて小で $\delta \approx 0$ とみなされるものと仮定する。(19) 式により

$$\omega_i/\omega_e = (\sigma + \cos \beta_0) / \cos (\beta_0 - \gamma)$$

が成立するから、これを用いて

$$\cot \gamma = \frac{2}{5} \frac{\sin (\beta_i - \beta_0)}{\mu_i \sin \beta_0 + \mu_0 \sin \beta_i} \times \left(\frac{1}{\sigma} + \frac{1}{\cos \beta_0} \right) - \tan \beta_0 \dots (39)$$

がえられ、 γ の値が理論的に求められる。(39) 式は $\omega_{s0}=0$ の仮定とは両立しないことに注意を要する。 ω_i/ω_e の実測値を前式に入れて γ を求め、これを (39) 式に入れて $\mu_i = \mu_0 = \mu$ としてその値を見積ると $\mu=0.01$ 程度の一定値となったので、 $\mu=0.01, 0.008$ の二つの場合について (39) 式により γ を計算し、これより $\omega_i/\omega_e = (\sigma + \cos \beta_0) / \cos (\beta_0 - \gamma)$ にて ω_i/ω_e を計算すると第 18 図 (b) のようになり、 ω_i/ω_e の実験値を満足に説明できる。しかも (35) 式の左辺のモーメントが小さい場合には摩擦係数も V_i 方向のすべりを生ずる臨界値に達せず $\omega_{s0}=0$ の関係が成立し、(39) 式はこの場合には成立しない。この場合と $\omega_{s0}=0$ が成立せず、(39) 式が成立する場合との境界は第 10, 18 図において $ZF_c/P_a=0.1$ 程度であることもわかる。

しかしいっぽう $\omega_{s0}=0$ を仮定してはじめて満足な説明をえた ω_i/ω_e の実測値は (39) 式を仮定しては理論値と一致しなくなる。すなわち (39) 式でえた γ を (20) 式に入れ ($\delta=0$ として) $\omega/\omega_e = 1 + \{(\sigma + \cos \beta_0) / (\sigma - \cos \beta_i)\} \{ \cos (\beta_i - \gamma) / \cos (\beta_0 - \gamma) \}$ により計算した結果は、第 18 図 (a) のように実験値よりはるかに大である。この両者のくいちがいは

(i) $\omega_{s0} \neq 0$ であって、内輪側で玉と転走面との間にすべりが存在する。

(ii) $\omega_{s0}=0$ であるが、玉の自転軸が δ だけ xz 面に対し傾く。

(iii) 保持器の存在による影響。

のいずれかと考えられよう。

(ii) の仮定を取り、(26) 式に ω_i/ω_e または ω_i/ω_e の実測値を入れて γ, δ を求めると第 19 図のように両者ともほぼ似た値となり、したがって $M_g'/M_g = \cot \gamma \sin \delta$ も図のように ZF_c/P_a のかなり広い範囲にわたり 1~1.2 の値を取っている。他方、(35) と (37) 式の比は $(\mu_s/\mu)(a/r)$ の程度の大きさとなる。本実験では比較的軽い荷重しか加えなかったもので、 a/r は 0.1 以下の値である。したがって μ_s/μ が 10 以上であれば、 M_g'/M_g の値の説明がつくことになる。 μ_s としては 0.06~0.07 が通常仮定されている値である。また F_0, F_i はさきに述べたようにころがり方向にも作用する摩擦抵抗の分力と考えると、 μ は接触点円における切線力の合力の方向と y 軸のなす角の $\sin$ を μ_s にかけたものとすべきであろう。このような考察により μ_s/μ はかなり大きい値を取ることも理解できるが、 $\omega_{s0}=0$ が $ZF_c/P_a > 0.1$ の範囲でも成立するかどうかは不明である。したがって (i) を取るべきか (ii) によるべきかは今後検討すべき問題であり、さらに保持器の存在を考慮する (iii) の仮定による説明はまだ確立されないままである。

いずれにしても実験事実をさらに合理的に説明するには接触点円部における摩擦力と微小すべりとの関係をよく検討してみる必要がある⁽⁵⁾。

結 言

以上理論的にはまだ十分説明を加えうるに至らなかったが、アンギュラ形玉軸受における玉の運動を実測し、遠心力とジャイロモーメントを考慮すべきことを明らかにすることができた。軸受の寿命や摩擦を支配する玉の運動状態は軸受設計上重要な因子となるので、さらに研究を続けている。

終りに本研究に熱心に協力された田上寛男、権藤誠吾、蒲池 孝、福良 浩の諸君ならびに軸受試料を提供していただき種々ご支援をえた日本精工会社研究課各位とくに山本精穂氏に厚く感謝する。

文 献

- (1) 平野・田上, 機械学会論文集, 29-199 (昭 38-3), 554.
- (2) 平野・田上, 機械学会論文集, 28-178 (昭 36-6), 934; *Wear*, 4 (1961), 177.
- (3) A.B. Jones, *Trans. ASME*, 74-5(1952), 695; *Trans. ASME*, Ser. D, 81-1 (1959-3), 1.
- (4) H. Poritsky & others, *J. Appl. Mech.*, 14 (1947), A-261.
- (5) K.L. Johnson, *Proc. Inst. Mech. Engr.*, 173-34 (1959), 795.