539.385.621.824.4

ポリゴン断面軸のねじり*

賀

勢

晋**

Torsion of Bars with Polygonal Cross-Sections

by Susumu KASEI

The term "Polygonal Cross-Section" is given for a non-circular but continuously curved cross-section.

This profile is produced by the lathe tool which is reciprocated laterally, and synchronized with the revolution of main spindle. And the standard type of the profile is produced by the simple harmonic motion of the tool. We can use a pair of polygonal shaft and boss for the power transmission coupling.

First of all, in this report, we touch on the theoretical analysis of the torsion of the bars with this profile. The shear stress, twisting moment and twist angle in the torsion of this bar are calculated approximately on the basis of Saint Venant theory.

Next, some results of experiment are presented. It is shown that the analytical results agree satisfactorily with the experimental ones and can be used as the design formula.

1. ま え が き

いま旋盤加工において、第1図に示すように主軸にとりつけた素材を回転し、バイトにAO方向の周期的な往復動を与えて軸方向に送りをかけ、主軸の1回転に対してバイトを2往復すれば(a)の2葉曲線が、また3往復すれば(b)の3葉曲線が得られる。バイトを往復させるために使用するカムの形を変えると、同じ葉数であっても異なった形の断面曲線となる。これらの曲線をもつ断面を便宜上ポリゴン断面ということにする。

ポリゴン断面をもつ軸と穴とを組合わせ、キーまた

第1図 2葉曲線と3葉曲線

はスプライン継手の代りに軸継手とすると、断面曲線がなめらかなために応力が集中せず、軸と穴との間に大きいすきまがあっても軸心と穴心とが自動的に一致し、加工も1台の工作機械でできるなどの特色をもっている。ポリゴン断面のうち実用化にもっとも関連が深く、かつ理論解析に便利なものは

- (1) バイトに往復運動を与えるためのカムとしては偏心円を用い
- (2) バイトが素材の半径方向に単弦運動をするこ

とによって得られる断面であると考え、これを単弦形ポリゴン断面ということにし、解析を進めるための基本断面とする。第2図は単弦形ポリゴン断面の旋削方法の原理を模型的に示したものである。

- いま
- R : ポリゴン断面曲線の最大半径
 - εR : カムの偏心量 (ε は偏心係数)
 - n : ポリゴン断面の葉数
 - α : 素材の回転角

第2図 単弦形ポリゴン断面旋削の原理

* 昭和 37 年 10 月 22 日 九州支部・中国四国支部連合新居浜地方講演会において講演，原稿受付 昭和 37 年 10 月 29 日。

** 正員，徳島大学工業短期大学部（徳島市南常三島町 2 の 1）。

とすると, α におけるポリゴン断面曲線の半径 $r=OP$ は

$$\left. \begin{aligned} r &= R(1-\zeta + \zeta \cos n\alpha) \\ &= K + \zeta R \cos n\alpha \\ x &= r \cos \alpha, \quad y = r \sin \alpha \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

ただし $K=R(1-\zeta)$: 定数

これが求めるポリゴン断面曲線の基本式である. n については実用上から考えて $n=2$ および $n=3$ について考察する.

いまこの横断面を通して軸の長手の方向に z 軸をとり, 断面内に x 軸および y 軸をきめ, ねじりの問題を考える. ポリゴン断面軸の両端に軸まわりの偶力が加えられた場合, 軸の任意の横断面には偶力とつりあう応力を生じ, 横断面は z 方向にわん曲していわゆる“warping”を生ずる. ゆえにこの断面のねじりの問題をとくためには, Saint Venant のねじり理論⁽¹⁾にしたがって考えなければならない.

ねじりの一般式より

$$\left. \begin{aligned} \tau_{xz} &= G \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} - \omega y \right) \\ \tau_{yz} &= G \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} + \omega x \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

$$M_\tau = G\omega \int \int (x^2 + y^2) dA - \frac{G}{\omega} \int \int \left\{ \left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 \right\} dA \dots\dots\dots (3)$$

である. ただし

τ_{xz} および τ_{yz} : せん断応力

M_τ : ねじりモーメント

ω : 単位長さ当りねじれ角

ϕ : 応力関数, G : 横弾性係数

とする.

ねじりの問題をとくために ϕ の共役関数 ψ を用いると,

第3図 偏心係数 ζ と $K_{2(xz)}$, $K_{2(yz)}$, $K_{3.1}$ および $K_{3.2}R$ との関係

ψ は断面内において

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \dots\dots\dots (4)$$

断面周辺においては

$$\psi - \frac{\omega}{2} (x^2 + y^2) = \text{const.} \dots\dots\dots (5)$$

を満足しなければならない.

2. 2葉ポリゴン断面軸のねじり

2葉ポリゴン断面の式は(1)式において $n=2$ として得られる. (4)式の ψ の形として $c(x^2 - y^2)$ を採用する. これは第1図に示すように, 2葉断面はだ円形断面に近似しているためである. したがって(5)式は $c(x^2 - y^2) - (\omega/2)(x^2 + y^2) = \text{const.}$ となり, これを第1図(a)の2葉断面のA点およびB点に適用して ψ を求めると

$$\psi = \frac{\omega}{2} \frac{1 - (1 - 2\zeta)^2}{1 + (1 - 2\zeta)^2} (x^2 - y^2)$$

となり, これより ϕ は

$$\phi = -\omega \frac{1 - (1 - 2\zeta)^2}{1 + (1 - 2\zeta)^2} xy \dots\dots\dots (6)$$

が得られる. したがって(2)式より τ_{xz} および τ_{yz} は

$$\left. \begin{aligned} \tau_{xz} &= -2G\omega \left\{ \frac{1}{1 + (1 - 2\zeta)^2} \right\} y \\ \tau_{yz} &= -2G\omega \left\{ \frac{(1 - 2\zeta)^2}{1 + (1 - 2\zeta)^2} \right\} x \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

となる. いま $K_{2(xz)} = \frac{1}{1 + (1 - 2\zeta)^2}$ および $K_{2(yz)}$

第4図 2葉ポリゴン断面 ($R=16$ mm, $\zeta R=1.32$ mm) における τ の分布

$= \frac{(1-2\zeta)^2}{1+(1-2\zeta)^2}$ において, ζ を実用範囲内で変化させ $K_{2(xz)}$ および $K_{2(yz)}$ の関係を求めたものが第 3 図である. その断面の ζ が与えられると, 図より $K_{2(xz)}$ および $K_{2(yz)}$ を求めて断面内任意点 (x, y) における合せ断応力 τ は (8) 式より計算できる.

$$\tau = 2G\omega \sqrt{(K_{2(yz)}x)^2 + (K_{2(xz)}y)^2} \quad \cdots \cdots (8)$$

しかし設計のときは必ずしも各位置にわたって τ を求める必要はなく, 応力の最大値 $\tau_{\max}$ について寸法を定めるとよい. $\tau_{\max}$ は半径最小の位置すなわち第 1 図 (a) の B 点において起り, その値は

$$\tau_{\max} = -2G\omega \left\{ \frac{1-2\zeta}{1+(1-2\zeta)^2} \right\} R \quad \cdots \cdots (9)$$

である. 第 4 図は $R=16$, $\zeta R=1.32$ mm である 2 葉ポリゴン断面軸について, 回転角 α における $\tau/G\omega$ 値を各位置にわたって計算したものである.

2 葉ポリゴン断面のねじりモーメント M_τ を (3) 式より計算すれば

$$M_\tau = G\omega I_p \left[1 - \left\{ \frac{1-(1-2\zeta)^2}{1+(1-2\zeta)^2} \right\} \right] \quad \cdots \cdots (10)$$

となる. ただし I_p は極断面二次モーメントである.

単弦形ポリゴン断面の極断面二次モーメントは積分計算の結果, n 葉のすべてに対して

$$I_p = \int_0^{2\pi} \int_0^{K+\zeta R \cos n\alpha} r^3 dr d\alpha \\ = \frac{\pi}{2} R^4 (1-4\zeta+9\zeta^2-10\zeta^3+4.375\zeta^4) \quad \cdots (11)$$

が得られる. これを (10) 式に入れると

$$M_\tau = \frac{\pi}{2} G\omega R^4 (1-4\zeta+9\zeta^2-10\zeta^3 \\ + 4.375\zeta^4) \left[1 - \left\{ \frac{1-(1-2\zeta)^2}{1+(1-2\zeta)^2} \right\} \right]$$

いま

$$C_2 = (1-4\zeta+9\zeta^2-10\zeta^3 \\ + 4.375\zeta^4) \left[1 - \left\{ \frac{1-(1-2\zeta)^2}{1+(1-2\zeta)^2} \right\} \right]$$

とおくと

$$M_\tau = C_2 \frac{\pi}{2} G\omega R^4 \quad \cdots \cdots (12)$$

となる. C_2 は 2 葉ポリゴン軸剛性係数であって ζ のみで示し得る数であり, 1 以下の値であって最大半径を同じくする丸軸とポリゴン断面軸とのねじれ角あたりのモーメントの相違を示すものである. 第 5 図に各 ζ に対する C_2 の関係を示す. 第 6 図 (a) は ζ をパラメータとして M_τ/GR^4 と ω との関係を示したものである. 用途によって ζ 値が定まると, ねじれ角 ω を一定値に制限することによって M_τ/GR^4 の値が求められる. したがって所要動力を伝えるための断面寸法 R を定めることができる. 計算によって R を求めるには (12) 式より

$$R = \sqrt[4]{\frac{2M_\tau}{\pi C_2 G \omega}} \quad \cdots \cdots (13)$$

が得られる. これがねじり剛性による 2 葉ポリゴン断面軸の設計式である.

また (12) 式より ω を求めて (9) 式に代入すると

$$\tau_{\max} = -\frac{2M_\tau}{\pi R^3} \frac{2}{C_2} \left\{ \frac{1-2\zeta}{1+(1-2\zeta)^2} \right\} \quad \text{となる.}$$

第 5 図 各 ζ における H_2 , C_2 , H_3 および C_3 の値

第 6 図 2 葉ポリゴン断面軸の $M_\tau-\omega$ ならびに $M_\tau-\tau_{\max}$ の関係

いま $H_2 = \frac{2}{C_2} \left\{ \frac{1-2\zeta}{1+(1-2\zeta)^2} \right\}$ とおくと

$$\tau_{\max} = -H_2 \frac{2M_r}{\pi R^3} \quad \dots\dots\dots (14)$$

となる。 H_2 は 2 葉ポリゴン断面軸強度係数であって、 C_2 と同様に ζ のみで示し得る数であり、第 5 図に示すように 1 より大である。 $2M_r/\pi R^3$ は丸軸ねじりにおいて周辺に生ずるせん断応力であるから、 H_2 は 2 葉ポリゴン断面軸の最大応力と丸軸のそれとの比(倍率値)を示すものである。第 6 図(b) は ζ をパラメータとして M_r/R^3 と $\tau_{\max}$ との関係を示したものである。図より $\tau_{\max}$ を一定値に制限して断面寸法を定めることができる。計算によって R を求めるには(14)式より

$$R = \sqrt[3]{\frac{2H_2 M_r}{\pi \tau_{\max}}} \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$\left. \begin{aligned} C &= -\frac{\omega}{2} \left[\frac{2(1-\zeta)^2 \{1+(1-2\zeta)^3\}}{\{1+(1-2\zeta)^3\} \{1+(1-\zeta)^2\} - \{1-(1-2\zeta)^2\}} - 1 \right] \\ D &= \frac{\omega}{2} \left[\frac{2(1-\zeta)^2 \{1-(1-2\zeta)^2\}}{\{1+(1-2\zeta)^3\} \{1+(1-\zeta)^2\} - \{1-(1-2\zeta)^2\}} \right] \frac{1}{R} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (16)$$

が得られる。上式において

$$\left. \begin{aligned} \frac{2(1-\zeta)^2 \{1+(1-2\zeta)^3\}}{\{1+(1-2\zeta)^3\} \{1+(1-\zeta)^2\} - \{1-(1-2\zeta)^2\}} - 1 &= K_{3.1} \\ \left[\frac{2(1-\zeta)^2 \{1-(1-2\zeta)^2\}}{\{1+(1-2\zeta)^3\} \{1+(1-\zeta)^2\} - \{1-(1-2\zeta)^2\}} \right] \frac{1}{R} &= K_{3.2} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (17)$$

とおく。したがって $C = -(\omega/2) K_{3.1}$ および $D = (\omega/2) K_{3.2}$ となり、これより ψ および ϕ を求めると

$$\psi = \frac{\omega}{2} \{-K_{3.1}(x^2-y^2) + K_{3.2}(x^3-3xy^2)\}, \quad \phi = \frac{\omega}{2} \{2K_{3.1}xy - K_{3.2}(3x^2y-y^3)\} \quad \dots\dots\dots (18)$$

したがって

$$\tau_{xz} = G\omega \{(K_{3.1}-1)y - 3K_{3.2}xy\}, \quad \tau_{yz} = G\omega \{(K_{3.1}+1)x - \frac{3}{2}K_{3.2}(x^2-y^2)\} \quad \dots\dots\dots (19)$$

となる。 ζ の実用範囲内における $K_{3.1}$ および $K_{3.2}$ R の関係は第 3 図に示すとおりである。断面内任意点 (x, y) における合せん断応力 τ は

$$\tau = G\omega \sqrt{\{(K_{3.1}-1)y - 3K_{3.2}xy\}^2 + \{(K_{3.1}+1)x - \frac{3}{2}K_{3.2}(x^2-y^2)\}^2} \quad \dots\dots\dots (20)$$

より計算できる。

設計に必要な最大応力 $\tau_{\max}$ は半径 r が最小になった位置、すなわち第 1 図(b)の C 点において示され、その値は

$$\tau_{\max} = -G\omega R \left\{ (K_{3.1}+1)(1-2\zeta) + \frac{3}{2}K_{3.2}R(1-2\zeta)^2 \right\} \quad \dots\dots\dots (21)$$

である。第 7 図は $R=16$, $\zeta R=1.32$ mm の 3 葉ポリゴン断面軸についての応力計算結果である。

3 葉ポリゴン断面軸のねじりモーメント M_r は(3)式によって示されるが、計算の結果

$$\begin{aligned} M_r = G\omega \left[I_p - \frac{1}{4} \left\{ 4K_{3.1}^2 I_p + 3\pi K_{3.2}^2 K^4 + \frac{45}{2} \pi K_{3.2}^2 K^4 \zeta^2 R^2 \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{135}{8} \pi K_{3.2}^2 K^2 \zeta^4 R^4 + \frac{15}{16} \pi K_{3.2}^2 \zeta^6 R^6 + \frac{105}{2} \pi K_{3.1} K_{3.2} K^4 \zeta R - \frac{3}{5} \pi K_{3.1} K_{3.2} \zeta^5 R^5 \right\} \right] \end{aligned}$$

となる。実用に供せられるポリゴン断面においては、偏心量 ζR は K すなわち $R(1-\zeta)$ にくらべて小である。また $K_{3.1}$ および $K_{3.2}$ も小さい値であって、 I_p の大きさと比較して $\zeta^4 R^4$ 以下は省略してさしつかえないと

が得られる。これが強度より求める 2 葉ポリゴン断面軸の設計式である。この式の形式は丸軸の設計式 $R = \sqrt[3]{\frac{2M_r}{\pi \tau}}$ と同じものであって、ただことなところは H_2 値を含むことである。 $H_2 > 1$ であるため同じ M_r を伝達するには丸軸より太いことが必要である。

3. 3 葉ポリゴン断面軸のねじり

3 葉ポリゴン断面の式は(1)式において $n=3$ とし得られる。これをとくための ψ の形として

$$\psi = C(x^2-y^2) + D(x^3-3xy^2) \quad \text{をえらび}$$

$$C(x^2-y^2) + D(x^3-3xy^2) - \frac{\omega}{2}(x^2+y^2) = \text{const.}$$

とする。第 1 図(b)のポリゴン断面曲線上の点 A($R, 0$), B($0, R-\zeta R$) および C($-(R-2\zeta R), 0$) に上式を適用して 2 葉断面の場合と同様にして C および D を求めると

考えて上式を簡単にする

$$M_{\tau} = G\omega \left[I_p - \frac{1}{4} \left\{ 4K_{3,1}^2 I_p + \pi K_{3,2}^2 (3K^6 + \frac{45}{2} K^4 \zeta^2 R^2) + \frac{105}{2} \pi K_{3,1} K_{3,2} K^4 \zeta R \right\} \right] \quad (22)$$

となる。(11) 式の I_p を (22) 式に代入し、2 葉ポリゴン断面軸におけると同様にして 3 葉ポリゴン断面軸の設計式を作ると

$$M_{\tau} = C_3 \frac{\pi}{2} G\omega R^4 \quad (23)$$

の形となる。ただし C_3 は 3 葉ポリゴン断面軸剛性係数であって

$$C_3 = \frac{1}{\left[\{1 + (1-2\zeta)^3\} \{1 + (1-\zeta)^2\} - \{1 - (1-2\zeta)^2\} \right]^2} \\ \times \left\{ (1-4\zeta + 9\zeta^2 - 10\zeta^3 + 4.375\zeta^4) \left[\{1 + (1-2\zeta)^3\} \{1 + (1-\zeta)^2\} - \{1 - (1-2\zeta)^2\} \right]^2 \right. \\ - (1-4\zeta + 9\zeta^2 - 10\zeta^3 + 4.375\zeta^4) \left[2(1-\zeta)^2 \{1 + (1-2\zeta)^3\} - \{1 + (1-2\zeta)^3\} \{1 + (1-\zeta)^2\} \right] \\ + \left. \left[1 - (1-2\zeta)^2 \right]^2 - \frac{1}{2} (1-\zeta)^4 \left\{ 1 - (1-2\zeta)^2 \right\}^2 \left[3(1-\zeta)^6 + \frac{45}{2} \zeta^2 (1-\zeta)^4 \right] \right. \\ - \frac{105}{2} \zeta (1-\zeta)^6 \left\{ 1 - (1-2\zeta)^2 \right\} \left[2(1-\zeta)^2 \{1 + (1-2\zeta)^3\} \right. \\ \left. \left. - \{1 + (1-2\zeta)^3\} \{1 + (1-\zeta)^2\} + \{1 - (1-2\zeta)^2\} \right] \right\}$$

のごとく ζ のみで示し得る値である。実用の ζ 値に対する C_3 の値を第 5 図中に示す。第 8 図 (a) は ζ をパラメータとして M_{τ}/GR^4 と ω との関係を示す。

つぎに M_{τ} - $\tau_{\max}$ の関係は

$$\tau_{\max} = -H_3 \frac{2M_{\tau}}{\pi R^3} \quad (24)$$

の形となる。ただし H_3 は 3 葉ポリゴン断面軸強度係数であって

$$H_3 = \frac{1}{C_3} \frac{(1-\zeta)^2 (1-2\zeta) \{2 + 3(1-2\zeta) - (1-2\zeta)^3\}}{\{1 + (1-2\zeta)^3\} \{1 + (1-\zeta)^2\} - \{1 - (1-2\zeta)^2\}}$$

のごとく、 C_3 と同様に ζ のみで示すことができる。

実用の ζ 値に対する H_3 を第 5 図中に示す。第 8 図 (b) は ζ をパラメータとして M_{τ}/R^3 と $\tau_{\max}$ との関係を求めたものである。

2 葉の場合と同様に、

ねじり剛性による設計式は (23) 式より

$$R = \sqrt[4]{\frac{2M_{\tau}}{\pi C_3 G\omega}} \quad (25)$$

強度より求める設計式は (24) 式より

第 7 図 3 葉ポリゴン断面 ($R=16$ mm, $\zeta R=1.32$ mm) における τ の分布

第 8 図 3 葉ポリゴン断面軸の M_{τ} - ω ならびに M_{τ} - $\tau_{\max}$ の関係

$$R = \sqrt[3]{\frac{2H_3 M_r}{\pi \tau_{\max}}} \dots\dots\dots (26)$$

が得られる。

なお $\zeta R=0$ のポリゴン断面は円であるが、いままで求めた2葉および3葉ポリゴン断面軸に関する τ_{xz} , τ_{yz} , τ , $\tau_{\max}$, M_r および I_p を示す式において $\zeta=0$ として計算すれば、すべて丸軸のそれぞれの値に一致する。

4. 実験結果

ねじり実験⁽²⁾によって τ および ω を測定し、ポリゴン断面軸のねじりについての上述の解析結果を検討し、その妥当性を確かめた。

4.1 実験装置 実験に使用したねじり試験機は井口・山中式ねじり試験機(能力 63.4 kg m)である。ミラー装置とマルテンス伸び計を使用してねじれ角 ω を測定した。ねじりによる軸表面のひずみの測定は抵抗線形静ひずみ計によった。試験片の形状寸法および

第9図 G測定用およびねじり試験片の形状寸法ならびに化学分析結果

第10図 丸軸およびポリゴン軸のねじりの理論式と実験値との比較

断面形状、ならびに化学分析結果を第9図にまとめて示す。試験片はいずれも 850℃ において約1時間保持後炉冷した。

4.2 ポリゴン断面軸の M_r と ω との関係 ポリゴン断面試験片の最大半径 R に等しい半径をもつ丸軸をねじって、 M_r と ω との関係を求めると第10図の白丸のようである。これより横弾性係数は $G=8100 \text{ kg/mm}^2$ を得た。

ポリゴン断面軸の M_r と ω との間には(23)式の関係があるから、実験によって M_r と ω との関係を求め、それが(23)の理論式と合致するかどうかを調べた。その結果は第10図の黒丸に示すように実験値がほとんど理論式に一致した。

4.3 ポリゴン断面軸の M_r と τ との関係 第11図は M_r と $\tau_{\max}$ についての実験値と理論値とを示したものである。実験した断面は第12図に示す試験片Aおよび試験片Cである。この場合には第12図の試験片Cに示すように、ゲージはりつけによる最大応力部の応力平均値として、ポリゴン断面曲線の最小半径 OB および OD の平均が示されるところの応力 $\bar{\tau}_{\max}$ を理論値に入れた。第11図に示すように実験値はだいたい直線に並び、(24)式に示す理論式とはほぼ一致している。断面の他の箇所、すなわち第12図の試験片Cにおける A, A' および B' の位置にはったゲージによっても第11図と同様な結果が得られた。

4.4 ねじり理論式の適用範囲 (5)式は断面周上のすべての点で満足されねばならない。しかし本研究においては、2葉ポリゴン断面では第1図(a)のAおよびBの2点、3葉ポリゴン断面では第1図(b)のA, BおよびCの3点でしか満足していない。したがってこの研究の解は近似解である。前項の実験にお

第11図 偏心量を変えた場合 M_r - $\tau_{\max}$ の実験値と理論値との比較

第 12 図 実験に使用した試験片の断面形状
とひずみゲージはりつけ位置

いて実験値が理論式とよく一致したが、これは偏心係数 ζ が小な範囲のためであると考えられ、 ζ が大になると理論式が適用できなくなるおそれがある。ゆえに ζ を変えた試験片について広範囲な実験を行なってその適用範囲を明らかにし、この断面の実用範囲内において理論式が使用できるかどうかを確かめる。適用範囲決定の実験に使用した断面形状 4 種類を第 12 図に示す。

ポリゴン断面を実用的に旋削し得る限界については、いろいろの見地から定められるが、たとえば曲率半径が無大となることを限界とすれば、その値は 3 葉ポリゴン断面に対しては $\zeta=0.091$ であって、第 12 図の試験片 C の断面がこれに近い。 $\zeta=0.091$ 以下の実用断面である試験片 A、B および C のほかに適用範囲を定めるため、旋削限界外にある試験片 D ($\zeta=0.178$) についても測定を行なった。

第 13 図は $M_t-\omega$ について実験結果と理論式との関係を示す。旋削限界内にある試験片 A、B および C では実験値が理論値とよく一致している。

ζ 値の大きい試験片 D では M_t の小さな範囲は理論式にのるが M_t が大になると理論式からだんだんと離れている。実験結果を理論式と比較すれば、実験誤差を考慮に入れても、旋削限界内における実用範囲のポリゴン断面において両者は良好に一致していると考えられる。このように断面形状が変化した場合について適用範囲を検討した結果、上述の理論式をそのまま実用してさしつかえないと考えられる。

5. あ と が き

2 葉と 3 葉との単弦形ポリゴン断面軸のねじりを

第 13 図 偏心量を変えた場合 $M_t-\omega$ の実験値と理論値との比較

Saint Venant の考え方にもとづいて取扱い、つぎの結果を得た。

(1) ポリゴン断面軸のねじりにおいては、2 葉および 3 葉いずれの場合にもせん断応力に急変がなく、なだらかな変化をしていることは、キーマゾつき軸およびスプライン軸などのねじりにくらべて対照的であり、ポリゴン断面軸継手の有用性を示している。

(2) ねじりをうける多葉断面軸の理論式は、いずれも丸軸の軸径基本公式と同じ形をとる。ただポリゴン断面軸剛性係数 C_2 または C_3 、あるいはポリゴン断面軸強度係数 H_2 または H_3 を含むのみである。

(3) 上記の理論解析の成果をねじり試験機を用いた実験によって確かめた結果、実用範囲内においては妥当であり、本解析結果を設計に用いてさしつかえないことがわかった。

この研究に対しご指導とご助言をいただいた東京工業大学 山本 晃教授および中原一郎教授ならびにご教示をいただいた徳島大学 稲田貞俊教授に深い感謝の意を表す。

文 献

- (1) S. Timoshenko, *Theory of Elasticity*, (1934), 228~239, McGraw-Hill.
- (2) 山田, 材料試験法, (昭 37), 107~115, 内田老鶴圃.