621.822.2.01

スリット絞りを有する静圧スラストつば軸受の理論*

森 美 郎**, 矢 部 寛**

Analysis of Externally Pressurized Thrust Collar Bearings with Slit-Supplies

by Haruo MORI and Hiroshi YABE

In this paper, the authors analyzed theoretically the externally pressurized thrust collar bearings with single or double slit-supply.

For the bearing with single slit-supply, they found the dimensions of the slit by the condition of maximum bearing stiffness, and obtained the load capacity and the flow rate as functions of radial position of the slit.

For the bearing with double slit-supply, by the conditions of maximum bearing stiffness and maximum load capacity, they obtained the dimensions and optimum radial positions of the slits as well as load capacity and flow rate.

1. 緒 言

実用の静圧スラスト軸受においてはその構造上スラストつば形式にしなければならぬ時が多い。

このような場合には、流体の供給は、スラストつばのほぼ中央に円周上に設けられた数個の絞りを通して行なわれるか、あるいは、円環状に設けられたスリット絞りを通して行なわれる。

この場合、圧力供給部にポケットを設けることは、負荷容量を増すには役立つが、スラスト空気軸受の場合のように流体として気体を使用する場合は、その安定性を害するので望ましくない。

その点、スリット絞りを有するスラストつば軸受は、ポケットを有していなくても負荷容量はかなり大きく、また、後で述べるような二重のスリット絞りを有するスラストつば軸受は、ポケットを有していなくても大きな負荷容量をもち、かつ気体軸受として使用する場合も安定性を害しないことを期待できる。

本論文は、このような、スリット絞りを有する静圧スラストつば軸受を研究の対象とし、一重および二重のスリット絞りを有する軸受に対して、スリット絞りの位置の関数としての流量、負荷容量を理論的に解析し、この形式の軸受の設計資料を与えんとするものである。

なお、以下の解析においては、流体は非圧縮性とし

て取扱うが、圧縮性流体を用いる場合も、その圧力があまり高くないかぎり、この理論をそのまま適用することができると思われる。

2. 一重スリット絞リスラストつば軸受の解析

第1図は、一重のスリット絞りを有するスラストつば軸受を示したもので、圧力 p_s で供給された流体はスリットで絞られ、軸受部に流れ込み、圧力 p_0 となる。それより軸受すきまを内周または外周に向かって半径方向に流れ、外部に放出される。外気圧を p_a とする。

第 1 図

* 昭和 38 年 3 月 20 日 関西支部第 38 期定時総会講演会において講演，原稿受付 昭和 39 年 1 月 9 日。

** 正員，京都大学工学部(京都市左京区吉田本町)。

スリット幅はスラストつば幅に比して無視できるほど小さいと考え、スリットの半径位置を r_s とし、スラストつばの内径を $2r_0$ 、外径を $2r_1$ とする。

軸受の構造より考えて、円周方向には流体の流れは対称であるからこれを一次元流れと考えることができ、軸受すきま h および流体の粘性係数 μ が一定で、さらに軸の回転による影響が無視できる場合には、

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(r\bar{u})}{\partial r} = 0 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$\bar{u} = -\frac{h^2}{12\mu} \frac{\partial p}{\partial r} \quad \dots\dots\dots(2)$$

$\bar{u}$: 半径方向への平均流速
の基礎方程式より、圧力分布は

$$p = C_1 \log r + C_2 \quad \dots\dots\dots(3)$$

の形で与えられる。

境界条件により、定数 C_1 、 C_2 を求め、圧力分布は

$$p_0 - p_a = \frac{p_s - p_a}{1 + \left(\frac{h}{b_s}\right)^3 \left(\frac{l_s}{r_s}\right) \left(\frac{1}{\log r_s/r_0} + \frac{1}{\log r_1/r_s}\right)} \quad \dots\dots\dots(9)$$

一方、負荷容量 W は

$$\begin{aligned} W &= \int_{r_0}^{r_1} 2\pi r (p - p_a) dr \\ &= \frac{\pi}{2} (p_0 - p_a) \left(\frac{r_1^2 - r_s^2}{\log r_1/r_s} - \frac{r_s^2 - r_0^2}{\log r_s/r_0} \right) \\ &= \frac{\pi}{2} \left(\frac{r_1^2 - r_s^2}{\log r_1/r_s} - \frac{r_s^2 - r_0^2}{\log r_s/r_0} \right) \frac{p_s - p_a}{1 + \left(\frac{h}{b_s}\right)^3 \left(\frac{l_s}{r_s}\right) \left(\frac{1}{\log r_s/r_0} + \frac{1}{\log r_1/r_s}\right)} \quad \dots\dots\dots(10) \end{aligned}$$

軸受の剛性 ($\partial W / \partial h$) を最大にする条件は

$$\partial^2 W / \partial^2 h = 0$$

であるからこれを用いると

$$\frac{b_s^3}{l_s} = \frac{2h^3}{r_s} \left(\frac{1}{\log r_s/r_0} + \frac{1}{\log r_1/r_s} \right) \quad \dots\dots\dots(11)$$

これが、スリット絞りの最適の大きさを与える。(9) 式より、このときは

$$p_0 - p_a = \frac{2}{3} (p_s - p_a) \quad \dots\dots\dots(12)$$

したがって、負荷容量は

$$W = \frac{\pi}{3} (p_s - p_a) \left(\frac{r_1^2 - r_s^2}{\log r_1/r_s} - \frac{r_s^2 - r_0^2}{\log r_s/r_0} \right) = \pi r_1^2 (p_s - p_a) F_W \quad \dots\dots\dots(13)$$

ここに F_W は負荷容量特性係数で

$$\begin{aligned} F_W &\equiv \frac{W}{\pi r_1^2 (p_s - p_a)} \\ &= \frac{1}{3} \left[\frac{1 - (r_s/r_1)^2}{\log r_1/r_s} - \frac{1 - (r_0/r_s)^2}{\log r_s/r_0} \left(\frac{r_s}{r_1} \right)^2 \right] \quad \dots\dots\dots(13)^* \end{aligned}$$

また、流量は

$$\begin{aligned} Q &= Q_I + Q_{II} \\ &= \frac{\pi h^3}{9\mu} \left(\frac{1}{\log r_s/r_0} + \frac{1}{\log r_1/r_s} \right) (p_s - p_a) \\ &\equiv \frac{\pi h^3}{9\mu} (p_s - p_a) F_Q \quad \dots\dots\dots(14) \end{aligned}$$

$$\text{領域 I : } p = \frac{\log r/r_0}{\log r_s/r_0} (p_0 - p_a) + p_a \quad \dots\dots\dots(4)$$

$$\text{領域 II : } p = \frac{\log r_1/r}{\log r_1/r_s} (p_0 - p_a) + p_a \quad \dots\dots\dots(5)$$

流量は

$$\text{領域 I : } Q_I = 2\pi h (-\bar{u}) = \frac{\pi h^3}{6\mu} \frac{p_0 - p_a}{\log r_s/r_0} \quad \dots\dots\dots(6)$$

$$\text{領域 II : } Q_{II} = 2\pi h (\bar{u}) = \frac{\pi h^3}{6\mu} \frac{p_0 - p_a}{\log r_1/r_s} \quad \dots\dots\dots(7)$$

スリットを流れる流量は、これを平行平面すきまの流れと考え、

$$Q_s = \frac{\pi r_s b_s^3}{6\mu} \frac{p_s - p_0}{l_s} \quad \dots\dots\dots(8)$$

b_s : スリット幅

l_s : スリット長さ

流量の連続より $Q_I + Q_{II} = Q_s$ とおいて整理すると

ここに, F_q は流量特性係数で

$$F_q = \frac{1}{\log r_s/r_0} + \frac{1}{\log r_1/r_s} \dots\dots\dots(14)'$$

なお, 流量を最小にするスリット位置 r_{sM} を求めると $\partial Q/\partial r_s = 0$ の条件より

$$r_{sM} = \sqrt{r_0 r_1} \dots\dots\dots(15)$$

で与えられる.

第 2 図は, 数種のスラストつば内外径比 (r_1/r_0) について, スリット絞り位置と負荷容量特性係数および流量特性係数の関係を示したものである.

図において, $r_1/r_0 = \infty$ の曲線は, 半径 r_s のポケットを有する円板形スラスト軸受の場合に相当する. また, 一点鎖線は上述の流量最小の点 ($r_s = r_{sM}$) に対する値を結んだ曲線であり, 二点鎖線は $r_s = r_0$ すなわちスリットが, スラストつばの最内側にきた極限の仮想的な場合の負荷容量を示す. もちろん, この場合, 流量は無限大になる.

これらの諸式および図より, スリット絞りを有するスラストつば軸受の負荷容量および流量の特性を, スラストつば軸受設計の面より理論的に検討すると次のようになる.

(i) 軸受の剛性を最大にするためには, スリット絞りを有する流体の圧力 (ゲージ) が供給圧力 (ゲージ) の 2/3 になるように設計する.

(ii) 負荷容量は, スリット絞り位置 r_s がスラストつば外周 r_1 に近づくほど大きくなり, 最適の r_s を理論的に求めることはできない.

(iii) スリット位置がスラストつば外周に近づくほど, 流量は加速度的に増す.

(iv) したがって, 設計に際しては, 負荷容量とのかねあいで, 使用条件に即したスリット位置を選ばねばならない.

(v) 流量を最小にするスリット位置は r_{sM} で与えられる.

第 2 図

(vi) スリットを r_{sM} より内側に置くことは意味がない. なぜなら, 第 2 図から見て明らかなように, このようにスリットを r_{sM} より内側に設けると, 流量は増しているにもかかわらず, 負荷容量は減じているからである.

3. 二重スリット絞リスラストつば軸受の解析

第 3 図は二重スリット絞りを有するスラストつば軸受の概要図である. 流体は圧力 p_s で供給され, 二つのスリットから軸受すきま内に流れ込み, 軸受すきま間を内周または外周に向かって流れる. 二つのスリットの半径位置を r_{s0} , r_{s1} とする.

スリットを出た直後の圧力をそれぞれ p_{00} および p_{01} とすると, 一重スリット絞リスラストつば軸受の場合と同様, 図のような領域 I, II, III における圧力分布はそれぞれ

$$\text{領域 I : } p = \frac{\log r/r_0}{\log r_{s0}/r_0} (p_{00} - p_a) + p_a \dots\dots\dots(16)$$

$$\text{領域 II : } p = \frac{\log r}{\log r_{s1}/r_{s0}} (p_{01} - p_{00}) + \frac{p_{00} \log r_{s1} - p_{01} \log r_{s0}}{\log r_{s1}/r_{s0}} \dots\dots\dots(17)$$

$$\text{領域 III : } p = \frac{\log r_1/r}{\log r_1/r_{s1}} (p_{01} - p_a) + p_a \dots\dots\dots(18)$$

で与えられる. これらは

$r = r_{s0}$ の位置に圧力

$$p_0 = \frac{\log r_1/r_{s0}}{\log (r_{s1}/r_{s0}) \log (r_1/r_0)} (p_{00} \log r_{s1}/r_0 - p_{01} \log r_{s0}/r_0) + p_0 \dots\dots\dots(19)$$

$r = r_{s1}$ の位置に圧力

$$p_0 = \frac{\log r_{s1}/r_0}{\log (r_{s1}/r_{s0}) \log (r_1/r_0)} (p_{01} \log r_1/r_{s0} - p_{00} \log r_1/r_{s1}) + p_a \dots\dots\dots(20)$$

を持つ二つの一重スリット絞リスラストつば軸受の圧力分布を重畳したものに等しい. したがってこれら二

第 3 図

つの仮想的な一重スリット絞りスラストつば軸受を個々に取扱うと考えれば, 前章の理論がそのまま適用でき, 最大軸受剛性の条件を用いれば, それぞれのスリット直後の圧力 p_{00} および p_{01} は

$$p_{00} - p_a = p_{01} - p_a = \frac{2}{3}(p_s - p_a) \quad (21)$$

したがって, この場合, 二つのスリット出口圧力を等しくせねばならない. p_0 として

$$p_0 \equiv p_{00} = p_{01}$$

とおく. こうすると, 圧力分布はそれぞれの領域で

$$\text{領域 I : } p = \frac{\log r/r_0}{\log r_{s0}/r_0} (p_0 - p_a) + p_a \quad (16)'$$

$$\text{領域 II : } p = p_0 \quad (17)'$$

$$\text{領域 III : } p = \frac{\log r_1/r}{\log r_1/r_{s1}} (p_0 - p_a) + p_a \quad (18)'$$

それぞれの領域での流量は

$$\text{領域 I : } Q_I = \frac{\pi h^3}{6\mu} \frac{p_0 - p_a}{\log r_{s0}/r_0} \quad (22)$$

$$\text{領域 II : } Q_{II} = 0 \quad (23)$$

$$\text{領域 III : } Q_{III} = \frac{\pi h^3}{6\mu} \frac{p_0 - p_a}{\log r_1/r_{s1}} \quad (24)$$

また, それぞれのスリットを流れる流量は

$$Q_{s0} = \frac{\pi r_{s0} b_0^3}{6\mu l_0} (p_s - p_0) \quad (25)$$

$$Q_{s1} = \frac{\pi r_{s1} b_1^3}{6\mu l_1} (p_s - p_0) \quad (26)$$

おのおのの絞りは (21) 式の条件を考えて

$$\frac{b_0^3}{l_0} = \frac{h^3}{2r_{s0}} \frac{1}{\log r_{s0}/r_0} \quad (27)$$

$$\frac{b_1^3}{l_1} = \frac{h^3}{2r_{s1}} \frac{1}{\log r_1/r_{s1}} \quad (28)$$

の関係を満足するように設計しなければならない.

負荷容量 W は

$$\begin{aligned} W &= \frac{\pi}{2} \left(\frac{r_1^2 - r_{s1}^2}{\log r_1/r_{s1}} - \frac{r_{s0}^2 - r_0^2}{\log r_{s0}/r_0} \right) (p_0 - p_a) \\ &= \frac{\pi}{3} \left(\frac{r_1^2 - r_{s1}^2}{\log r_1/r_{s1}} - \frac{r_{s0}^2 - r_0^2}{\log r_{s0}/r_0} \right) (p_s - p_a) \\ &\equiv \pi r_1^2 (p_s - p_a) F_W \quad (29) \end{aligned}$$

ここに, F_W は負荷容量特性係数で

$$F_W \equiv \frac{1}{3} \left[\frac{1 - (r_{s1}/r_1)^2}{\log r_1/r_{s1}} - \frac{1 - (r_{s0}/r_0)^2}{\log r_{s0}/r_0} \left(\frac{r_0}{r_1} \right)^2 \right] \quad (30)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial r_{s0}} = \frac{1}{3} \frac{2 \frac{r_{s0}}{r_0} \log \left(\frac{r_{s0}}{r_0} \right) + \frac{1 - (r_{s0}/r_0)^2}{r_{s0}/r_0}}{r_0 [\log (r_{s0}/r_0)]^2} \left(\frac{r_0}{r_1} \right)^2 - \frac{\lambda}{r_{s0} [\log (r_{s0}/r_0)]^2} = 0 \quad (34)$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial r_{s1}} = \frac{1}{3} \frac{2 \frac{r_{s1}}{r_1} \log \frac{r_{s1}}{r_1} - \frac{1 - (r_{s1}/r_1)^2}{r_{s1}/r_1}}{r_1 [\log (r_{s1}/r_1)]^2} + \frac{\lambda}{r_{s1} [\log (r_{s1}/r_1)]^2} = 0 \quad (35)$$

より求めることができる. これらより λ を消去すると

第 4 図

また, 全流量は

$$\begin{aligned} Q &= Q_I + Q_{III} \\ &= \frac{\pi h^3}{6\mu} \left(\frac{1}{\log r_{s0}/r_0} + \frac{1}{\log r_1/r_{s1}} \right) (p_0 - p_a) \\ &= \frac{\pi h^3}{9\mu} \left(\frac{1}{\log r_{s0}/r_0} + \frac{1}{\log r_1/r_{s1}} \right) (p_s - p_a) \\ &\equiv \frac{\pi h^3}{9\mu} (p_s - p_a) F_Q \quad (31) \end{aligned}$$

ここに, F_Q は流量特性係数で

$$F_Q \equiv \frac{1}{\log r_{s0}/r_0} + \frac{1}{\log r_1/r_{s1}} \quad (32)$$

第4図は以上の理論にもとづいた F_W および F_Q を $r_1/r_0 = 2$ の場合に対して示したものである. 図において, 実線が $F_W = \text{const.}$ の曲線であり, 点線が $F_Q = \text{const.}$ の曲線である.

ところで, 軸受の性能からいうと, 流量が一定なるべく負荷容量が大きいほうが, あるいは, 負荷容量が一定なら流量は少なくなるほうが望ましいのは当然である. すなわち, $F_Q = \text{const.}$ の下で F_W を最大にすることが望ましい. そのような r_{s0} , r_{s1} は

$$\begin{aligned} \Phi &\equiv F_W + \lambda F_Q \\ &= \frac{1}{3} \left[\frac{1 - (r_{s1}/r_1)^2}{\log r_1/r_{s1}} - \frac{1 - (r_{s0}/r_0)^2}{\log r_{s0}/r_0} \left(\frac{r_0}{r_1} \right)^2 \right] \\ &\quad + \lambda \left[\frac{1}{\log r_{s0}/r_0} + \frac{1}{\log r_1/r_{s1}} \right] \quad (33) \end{aligned}$$

とおいたとき

$$\left[\left(\frac{r_{s0}}{r_0} \right)^2 \left\{ \log \left(\frac{r_{s0}}{r_0} \right)^2 - 1 \right\} + 1 \right] \left(\frac{r_0}{r_1} \right)^2 \\ = \left(\frac{r_{s1}}{r_1} \right)^2 \left\{ \log \left(\frac{r_{s1}}{r_1} \right)^2 - 1 \right\} + 1 \quad \dots\dots\dots (36)$$

与えられた (r_0/r_1) に対して、一方のスリット位置を与えれば、他方の最適スリット位置はこの式によって求めることができる。

第4図において、このような設計上最適のスリット位置の関係を示したのが、図中の一点鎖線 (AB) であり、この線上で $F_W = \text{const.}$ 曲線と $F_Q = \text{const.}$ 曲線が接する。

ところで、第4図において細線で示した直線 CD は $r_{s0} = r_{s1}$ すなわち二重スリットが接近した極限で一重スリットになった場合を示す。したがって (36) 式の最適スリット絞り位置を示す曲線 AB と CD の交点 B は、二重スリット絞りスラストつば軸受の設計の一つの限界を示す。

一重スリット絞りスラストつば軸受において、流量が最小となる点は M であって、そのときのスリット位置 r_{sM} は、B 点を与えるスリット位置 r_{sB} より内側にある。したがって設計に際しては、スリット位置は A-B-M 線上の値をとるべきである (B-M は一重スリット軸受)。

r_{sB} の値は (36) 式において、 $r_{s0} = r_{s1} = r_{sB}$ とおき

$$\frac{r_{sB}}{r_1} = \sqrt{\frac{1 - (r_0/r_1)^2}{2 \log (r_1/r_0)}} \quad \dots\dots\dots (37)$$

あるいは

$$r_{sB} = \sqrt{\frac{r_1^2 - r_0^2}{2 \log (r_1/r_0)}} \quad \dots\dots\dots (37)'$$

によって求めることができる。

第5、6図は種々のスラストつば内外径比 (r_1/r_0) に対して、以上の理論より得た最適スリット位置および

そのときの F_W および F_Q の値を示す。

第5図は、 r_1/r_0 をパラメータにとり、(36) 式より求めた最適の r_{s1}/r_1 と r_{s0}/r_1 の関係を示す。鎖線は上述のように一重スリットになった極限の場合を示す。

第6図は、 F_W 、 F_Q の値を r_1/r_0 をパラメータにとって示したものである。横軸は r_{s1}/r_1 である。 r_{s0}/r_1 の値としては、第5図で示されている最適スリット位置の値を用いて計算したものである。図において、二点鎖線は (37) 式で示す B 点 (一重スリットになった極限の場合) に対する値を結んだものである。なお、図には、 $r_{sM} < r_{s1} < r_{sB}$ に対して、前章の一重スリットの場合の値を書き加えてある。

以上の解析により、二重スリット絞りスラストつば軸受を設計の面より考察すればつぎのようになる。

(i) 軸受の剛性を最大にするためには、スリット絞り後の圧力 (ゲージ) がともに供給圧力 (ゲージ) の $2/3$ になるように設計する。この場合、スリットの諸元は (27)、(28) 式を満足しなければならない。

(ii) 負荷容量はスリットが周辺に近づくほど増すが、このとき流量も加速度的に増大する。したがって設計に際しては負荷容量と流量のかねあいで、使用条件に即したスリット位置を定めなければならない。

(iii) 一定流量で負荷容量を最大にするような二つのスリットの相互関係位置は (36) 式あるいは第5図で与えられる。

(iv) 二つのスリットが接近した極限の一重スリット位置 (r_{sB}) は (37) 式あるいは (37)' 式で与えられる。これよりさらに流量を少なくするためには、一重スリット絞りの構造にしなければならず、そのときには前章の理論が適用できる。

(v) なお、以上の理論においては領域 II では圧力

第 5 図

第 6 図