531.717.8.082

2点連鎖による平面度測定法について*

宮崎 孔 友**

On a Method for Measuring Flatness
by Two-Point Connecting Method

by Kouyu MIYAZAKI

In measuring of flatness of a surface plate by sensitive spirit level method, the so-called two-point connecting method, it is widely known to the public that a series of level readings is made for two series of parallel lines spaced equally, with one set of lines at right angles to the other set, so as to form a network of squares. In this case, how to connect these measuring values differs in each case, but their connecting orders are generally troublesome in some degree.

Accordingly, if the magnitude of deviation from the ideal plane at any lattice point is given as the total sum of products obtained by multiplying the measured value at each position by each coefficient provided at the above each position, we are able to find the flatness of the surface plate easily without employing such troublesome connecting order.

Now, in this paper, from the point of view mentioned above, the author gives such value of coefficient prescribed at the above each position, and makes it possible to find the flatness of the surface plate both easily and mechanically.

1. 緒 言

水準器などを用いて平面度を測定するいわゆる二点連鎖法による平面度測定においては、周知のように測定面を分割してえられる各格子点間の傾斜角または高さの差を順に測定し、これらの値を連鎖することにより平面度を求める。この場合、これらの測定値をどのような順序で連鎖するかは、それぞれの方法によって異なっているけれども、一般には連鎖手順はやや複雑である。したがって、このような連鎖手順をすべて省

略し、任意点における理想平面からの狂いの大きさを、これらの測定値にそれぞれの位置に応じて定まる一定係数を乗じた積の総和として表わすようにすれば、煩雑な連鎖手順をへることなしに平面度を機械的に求めることができる。

本論文においては、以上述べた見地から、互に隣り合う2点間の高さの差に乘ずべき一定係数の値を示し、これにより平面度を機械的にたやすく求めることができるようにしたものである。

2. 理想平面からの狂いの大きさ

第1図のように、平面度を測定すべき部分を横および縦方向に等間隔 h および k でそれぞれ m および n 等分し、えられる各格子点を $P_{00}, P_{10}, \dots, P_{mn}$ とする。つぎに、横および縦方向で互に隣り合う各格子点間の高さの差を測定し、これにより平面度を求める。

すなわち、第2図のように、 P_{00} 点を原点とし水平面を xy 平面とする直交座標系を考え、 $P_{i,j-1}$ 点と $P_{i,j}$ 点との高さの差を $\mu_{i,j}$ 、 $P_{i,j-1}$ 点と $P_{i,j}$ 点との高さの差を $\nu_{i,j}$ とすれば、任意点 $P_{i,j}$ の水平面からの高さ $z_{i,j}$ は、次式で与えられる。

$$z_{i,j} = \sum_{p=1}^i \mu_{p,0} + \sum_{q=1}^j \nu_{i,q} \dots\dots\dots (1)$$

$\mu_{i,j}$ と $\nu_{i,j}$ の符号に関しては、座標軸の正方向、す

第1図 格子点の作り方

* 昭和39年4月1日 第41期通常総会講演会において講演、原稿受付 昭和39年4月27日。

** 正員、群馬大学工学部(桐生市天神町1)。

なわち、 x 軸方向では右方へ、 y 軸方向では上方へ進むにつれて高さが増す場合を正とし、この逆を負とする。

一方、平面度を定めるための基準となる平面、すなわち理想平面を、 $A(0, 0, c_0)$ 、 $B(mh, 0, c_1)$ および $C(0, nk, c_2)$ なる 3 点を通る平面と仮定し、つぎのように表わす。

$$nk(c_1 - c_0)x + mh(c_2 - c_0)y - mnkxz + mnkzc_0 = 0 \quad \dots\dots\dots(2)$$

したがって、 $P_{i,j}$ 点の x および y 座標がそれぞれ ih および jk であることを考えれば、 $P_{i,j}$ 点の理想平面からの狂いの大きさ $\delta_{i,j}$ は (1) 式と (2) 式から、次式で与えられる。

$$\delta_{i,j} = \sum_{p=1}^i \mu_{p,0} + \sum_{q=1}^j \nu_{i,q} - \left\{ \left(1 - \frac{i}{m} - \frac{j}{n} \right) c_0 + \frac{i}{m} c_1 + \frac{j}{n} c_2 \right\} \quad \dots\dots\dots(3)$$

3. 各格子点間の高さの差の最確値

さて、第 3 図で示されるような任意の小四辺形においては、各頂点に相当する 4 個の格子点 $P_{i-1,j-1}$ 、 $P_{i,j-1}$ 、 $P_{i,j}$ 、 $P_{i-1,j}$ の間でえられる $\mu_{i,j-1}$ 、 $\nu_{i,j}$ 、 $\mu_{i,j}$ 、 $\nu_{i-1,j}$ の間で、必然的に次式が成立する。

$$f_{i,j} = \mu_{i,j-1} + \nu_{i,j} - \mu_{i,j} - \nu_{i-1,j} = 0 \quad \dots\dots\dots(4)$$

(4) 式は、すべての同様な各小四辺形について成立する条件式であり、したがって、 $\mu_{i,j}$ および $\nu_{i,j}$ の実際の測定値をそれぞれ $M_{i,j}$ および $N_{i,j}$ とすれば、 $\mu_{i,j}$ および $\nu_{i,j}$ の最確値は最小二乗法により、つぎのように求められる。すなわち、

$$S = \sum_{j=0}^n \sum_{i=1}^m (\mu_{i,j} - M_{i,j})^2 + \sum_{j=1}^n \sum_{i=0}^m (\nu_{i,j} - N_{i,j})^2 = \min. \quad \dots\dots\dots(5)$$

を成立させ、かつまた、(4) 式を成立させるように $\mu_{i,j}$ および $\nu_{i,j}$ の値を定めれば良い。このようにし

第 2 図 測定面と理想平面との関係

て、次の各式をえる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial S}{\partial \mu_{i,j}} + \sum_{q=1}^m \sum_{p=1}^n K_{p,q} \frac{\partial f_{p,q}}{\partial \mu_{i,j}} &= 0 \\ (i=1, 2, \dots, m; j=0, 1, 2, \dots, n) \\ \frac{\partial S}{\partial \nu_{i,j}} + \sum_{q=1}^m \sum_{p=1}^n K_{p,q} \frac{\partial f_{p,q}}{\partial \nu_{i,j}} &= 0 \\ (i=0, 1, 2, \dots, m; j=1, 2, \dots, n) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(6)$$

(4) 式と (6) 式から、 $K_{p,q}$ の値が求められ、したがって $\mu_{i,j}$ および $\nu_{i,j}$ の最確値をそれぞれ $M_{i,j}$ および $N_{i,j}$ の関数として求めることができ、これらの最確値を (3) 式に代入することにより、 $P_{i,j}$ 点の理想平面からの狂いの大きさ $\delta_{i,j}$ を求めることができる。

4. 係数の決定

(3) 式から明らかなように、 $\delta_{i,j}$ の値は理想平面のとり方により、いろいろと異なるので、つぎに代表的な二つの場合を示すこととする。

4.1 3 すみで定められる平面を理想平面とする場合

この場合には、次の各式が成立する。

$$c_0 = 0, \quad c_1 = \sum_{i=1}^m \mu_{i,0}, \quad c_2 = \sum_{j=1}^n \nu_{0,j} \quad \dots\dots\dots(7)$$

したがって、(7) 式を (3) 式に代入することにより、次式をえる。

$$\delta_{i,j} = \sum_{p=1}^i \mu_{p,0} + \sum_{q=1}^j \nu_{i,q} - \left(\frac{i}{m} \sum_{i=1}^m \mu_{i,0} + \frac{j}{n} \sum_{j=1}^n \nu_{0,j} \right) \quad \dots\dots\dots(8)$$

(8) 式に $\mu_{i,j}$ と $\nu_{i,j}$ の最確値を代入することによりえられる $\delta_{i,j}$ の値が、求める理想平面からの狂いを示すこととなる。

一例として、 $m=n=2$ の場合を考えれば、各格子点における理想平面からの狂い $\delta_{i,j}$ は、次の各式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \delta_{0,0} &= 0 \\ \delta_{1,0} &= 0.40M_{1,0} - 0.40M_{2,0} + 0.08M_{1,1} - \dots \\ &\quad + 0.02N_{2,2}, \\ &\dots\dots\dots \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(9)$$

第 3 図 互に隣接する各格子点間の高さの差

(9) 式を表として示したものが第1表であり, それぞれの係数表により, $\odot$ 印をつけた格子点における $\delta_{i,j}$ の値を容易に算出することができる. 同様に, $m=n=3$ および $m=n=4$ の各場合における係数表をそれぞれ第2表および第3表に示す.

4.2 各格子点における理想平面からの狂いの大きさの二乗和が最小となるように理想平面を定める場合

この場合には, (3) 式より次式をえる.

$$S = \sum_{j=0}^n \sum_{i=0}^m \delta_{i,j}^2 = \sum_{j=0}^n \sum_{i=0}^m \left[\sum_{p=1}^i \mu_{p,0} + \sum_{q=1}^j \nu_{i,q} - \left\{ \left(1 - \frac{i}{m} - \frac{j}{n} \right) c_0 + \frac{i}{m} c_1 + \frac{j}{n} c_2 \right\} \right]^2 = \min. \dots \dots \dots (10)$$

第1表 3すみで定められる平面を理想平面とする場合の係数表 ($m=n=2$)

$\odot$	0	0	0	0.65	$\odot$	-0.15	0	0.50	0	0.50	$\odot$
0	0	0	0	-0.35	0.21	0.15	-0.50	0	0.50	0	0.50
0	0	0	0	0.08	0	-0.08	0	0	0	0	0
0	0	0	0	-0.27	0.04	0.23	-0.50	0	0.50	0	0.50
0	0	0	0	0.23	0	-0.27	0	-0.50	0	-0.50	0
0.10	0.02	0	0.25	0	0	0	0.23	0.15	0	0.15	0
-0.40	-0.08	-0.02	-0.25	-0.25	0	0	-0.27	-0.08	-0.15	-0.15	0
$\odot$	-0.21	0.04	0.02	0.25	0.25	0.25	0.04	0.21	0.21	0.21	$\odot$
0.40	0.08	0.02	0	0	0.25	0.25	-0.23	0.08	0.65	0.65	0
0.10	0.02	0	0	0	-0.25	0	-0.27	-0.08	-0.35	-0.35	0
0	0	0	0.02	-0.02	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0.02	-0.04	0.02	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0.08	0	-0.08	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0.10	-0.21	0.10	0	0	0	0	0
$\odot$	0	0	0	0.40	$\odot$	-0.40	0	0	0	0	$\odot$

第2表 3すみで定められる平面を理想平面とする場合の係数表 ($m=n=3$)

$\odot$	0	0	0	0	0	0.68	$\odot$	-0.13	0	-0.06	0	0.56	0	0.51	$\odot$	-0.18	0	0.50	0	0.38	0	0.50	$\odot$
0	0	0	0	0	0	-0.32	0.19	0.08	0.06	-0.44	-0.05	0.32	0.18	-0.50	-0.13	0.13	0.13	-0.50	-0.13	0.13	0.13	0.13	0.50
0	0	0	0	0	0	0.16	0.01	0.06	0.09	0.16	0.14	0.04	0.21	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13	0.13	0.38
0	0	0	0	0	0	-0.01	0.06	0.07	0.16	-0.06	0.07	0.11	0.33	-0.13	-0.13	-0.13	-0.13	-0.13	-0.13	-0.13	-0.13	-0.13	0.38
0	0	0	0	0	0	-0.17	-0.03	0.05	0.16	-0.34	-0.08	0.10	0.33	-0.50	-0.13	0.13	0.13	-0.50	-0.13	0.13	0.13	-0.50	0.50
0	0	0	0	0	0	-0.16	-0.13	-0.18	0	-0.32	-0.24	-0.34	0	-0.50	-0.38	-0.50	0	-0.50	-0.38	-0.50	0	-0.50	0.50
0.16	0.04	0.01	0.33	0.04	-0.01	-0.33	-0.29	-0.05	0.01	-0.32	-0.13	-0.21	0	-0.34	-0.11	-0.04	-0.18	-0.34	-0.11	-0.04	-0.18	-0.34	-0.11
-0.51	-0.12	-0.03	-0.29	-0.21	-0.07	0.29	0.21	0.08	0.09	0.16	0.29	0.21	0.21	0.10	0.14	0.32	0.32	-0.24	-0.07	0.14	0.51	-0.24	-0.07
$\odot$	-0.23	0.06	0.01	0.05	0.08	0.08	0.08	0.08	0.17	-0.16	0	0.29	0.21	0.10	0.14	0.32	0.32	0.26	0.06	0.01	0.01	0.26	0.06
0.26	0.06	0.01	0.05	0.08	0.08	0.08	0.08	0.08	0.17	0	0.29	0.21	0.21	0.10	0.14	0.32	0.32	0.26	0.06	0.01	0.01	0.26	0.06
0.22	0.08	0.03	0.01	0.01	0.01	0.01	0.07	0.08	0.17	-0.17	0	0.16	0.35	-0.32	-0.06	0.16	0.56	-0.32	-0.06	0.16	0.56	-0.32	-0.06
0.11	0.04	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	-0.01	-0.09	-0.17	-0.17	-0.16	-0.32	0	-0.34	-0.29	-0.44	0	-0.34	-0.29	-0.44	0	-0.34	-0.29
0.11	0.04	0.01	0.15	0.04	0	-0.18	-0.12	-0.04	0	-0.17	-0.08	-0.07	-0.01	-0.18	-0.07	-0.03	-0.06	-0.17	-0.08	-0.07	-0.01	-0.18	-0.07
-0.22	-0.08	-0.03	-0.09	-0.25	-0.04	0.09	0.03	-0.04	-0.04	0.08	0.08	0.05	0.04	-0.13	-0.06	-0.01	-0.13	0.08	0.08	0.05	0.04	-0.13	-0.06
0.26	0.06	0.01	0.09	0.25	-0.12	0.25	0.25	0.12	0.15	-0.09	-0.08	-0.21	0.04	-0.13	-0.06	-0.01	-0.13	0.08	0.08	0.05	0.04	-0.13	-0.06
$\odot$	-0.23	0.06	0.01	0.25	-0.12	0.25	0.25	0.12	0.15	-0.09	-0.08	-0.21	0.04	-0.13	-0.06	-0.01	-0.13	0.08	0.08	0.05	0.04	-0.13	-0.06
0.51	0.12	0.03	0.01	0.17	0.25	0.09	0.17	0.25	0.15	-0.01	0.05	0.29	0.33	-0.16	-0.01	0.16	0.68	-0.16	-0.01	0.16	0.68	-0.16	-0.01
0.16	0.04	0.01	0.01	0.17	-0.09	-0.18	0	0.01	-0.04	-0.01	-0.04	-0.33	0	-0.17	-0.16	-0.32	0	-0.17	-0.16	-0.32	0	-0.17	-0.16
0	0	0	0.01	-0.01	-0.01	0.01	-0.01	0	0.01	0.01	0	-0.01	0.01	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0.03	0.01	0.03	0.03	0.01	0.03	0.04	0.03	0.01	0.03	0.04	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0.04	-0.06	-0.01	0.04	-0.06	-0.01	0.04	0.04	-0.01	-0.06	0.04	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0.12	0.06	0.08	0.12	0.06	0.08	0.11	0.08	0.06	0.12	0.11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0.16	-0.23	-0.03	0.16	-0.23	-0.03	0.11	0.11	-0.03	-0.23	0.16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\odot$	0	0	0.51	$\odot$	-0.26	-0.22	0	0.22	0.26	0.22	0.26	$\odot$	-0.51	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

さて、(10) 式を満足させるような c_0 , c_1 および c_2 の値を求めるに、簡単のため、 $m=n$ の場合を考え、 $\partial S/\partial c_0=0$, $\partial S/\partial c_1=0$ および $\partial S/\partial c_2=0$ の各式を成立させることにより、次のような c_0 , c_1 および c_2 に関する連立方程式をえる。

第 3 表 3 すみで定められる平面を理想平面とする場合の係数表 ($m=n=4$)

$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 0.53 & 0.12 & 0.06 & 0.02 & 0 \\ -0.31 & 0.19 & 0.06 & 0.03 & 0.02 \\ 0.18 & 0.01 & 0.01 & 0.02 & 0.02 \\ -0.13 & 0.02 & 0.03 & 0.04 & 0.04 \\ 0.04 & 0.01 & 0.01 & 0.03 & 0.02 \\ -0.09 & 0.03 & 0.01 & 0.04 & 0.07 \\ 0.03 & 0.05 & 0.05 & 0.05 & 0.05 \\ -0.13 & 0.04 & 0 & 0.04 & 0.12 \\ 0.12 & 0.09 & 0.09 & 0.19 & 0.13 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 0.57 & 0.52 & 0.13 & 0.07 & 0 \\ -0.43 & -0.05 & 0.29 & 0.12 & 0.07 \\ 0.20 & 0.18 & 0.18 & 0.02 & 0.03 \\ -0.23 & -0.07 & 0.09 & 0.10 & 0.11 \\ 0.04 & 0.03 & 0.03 & 0.03 & 0.04 \\ -0.19 & -0.08 & 0.03 & 0.09 & 0.15 \\ 0.07 & 0.07 & 0.07 & 0.03 & 0.10 \\ -0.26 & -0.08 & 0.01 & 0.09 & 0.24 \\ 0.24 & 0.16 & 0.16 & 0.17 & 0.26 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 0.52 & 0.39 & 0.45 & 0.19 & 0 \\ -0.48 & -0.14 & 0.06 & 0.36 & 0.19 \\ 0.18 & 0.19 & 0.16 & 0.02 & 0.13 \\ -0.23 & -0.13 & 0.03 & 0.18 & 0.20 \\ 0.02 & 0.03 & 0.01 & 0.04 & 0.24 \\ -0.27 & -0.13 & 0.01 & 0.14 & 0.24 \\ 0.11 & 0.11 & 0.12 & 0.13 & 0.37 \\ -0.38 & -0.13 & 0 & 0.13 & 0.37 \\ 0.37 & 0.24 & 0.25 & 0.38 & 0.39 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 0.39 & 0.26 & 0.19 & 0 & 0 \\ -0.36 & -0.13 & 0.07 & 0.19 & 0 \\ 0.15 & 0.19 & 0.31 & 0.19 & 0.19 \\ -0.21 & -0.09 & 0.05 & 0.31 & 0.19 \\ 0.03 & 0.05 & 0.05 & 0.07 & 0.26 \\ -0.18 & -0.07 & 0.05 & 0.19 & 0.26 \\ 0.07 & 0.07 & 0.03 & 0.13 & 0.39 \\ -0.25 & -0.07 & 0.03 & 0.15 & 0.39 \\ 0.25 & 0.18 & 0.21 & 0.36 & 0.36 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 0.25 & 0.15 & 0.09 & 0.02 & 0 \\ -0.25 & -0.10 & 0.06 & 0.07 & 0.02 \\ 0.10 & 0.11 & 0.10 & 0.03 & 0.12 \\ -0.15 & -0.09 & 0.07 & 0.20 & 0.01 \\ 0.04 & 0.03 & 0.23 & 0.24 & 0.24 \\ -0.10 & -0.04 & 0.07 & 0.33 & 0.24 \\ 0.02 & 0.01 & 0.02 & 0.15 & 0.15 \\ -0.13 & -0.03 & 0.06 & 0.20 & 0.40 \\ 0.12 & 0.10 & 0.16 & 0.35 & 0.35 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 0.13 & 0.07 & 0.04 & 0.01 & 0 \\ -0.13 & -0.05 & 0.03 & 0.03 & 0.01 \\ 0.05 & 0.05 & 0.03 & 0.01 & 0.01 \\ -0.07 & -0.05 & 0.05 & 0.07 & 0.01 \\ 0.03 & 0.05 & 0.05 & 0.05 & 0.07 \\ -0.04 & -0.03 & 0.05 & 0.19 & 0.05 \\ 0.03 & 0.07 & 0.19 & 0.31 & 0.31 \\ -0.01 & 0.01 & 0.07 & 0.31 & 0.38 \\ 0.01 & 0.01 & 0.06 & 0.38 & 0.38 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 0.01 & 0.01 & 0 & 0 & 0 \\ 0.01 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.01 & 0.01 & 0 & 0.01 & 0 \\ 0.02 & 0 & -0.01 & 0.02 & 0.01 \\ 0.02 & 0.03 & 0.01 & 0.04 & 0.05 \\ 0.04 & 0.01 & -0.03 & 0.06 & 0.05 \\ 0.06 & 0.06 & 0.03 & 0.14 & 0.14 \\ 0.10 & 0.01 & -0.06 & 0.23 & 0.19 \\ 0.15 & 0.14 & 0.20 & 0.55 & 0.55 \end{matrix}$
$\begin{matrix} 0.19 & 0.05 & 0.01 & 0 & 0 \\ -0.56 & -0.14 & -0.04 & -0.01 & 0 \\ 0.23 & 0.06 & 0.02 & 0 & 0 \\ 0.20 & 0.03 & 0.01 & 0 & 0 \\ 0.14 & 0.06 & 0.03 & 0.01 & 0.01 \\ 0.01 & 0.01 & 0 & 0 & 0 \\ 0.15 & 0.06 & 0.02 & 0.01 & 0.01 \\ 0.10 & 0.04 & 0.02 & 0.01 & 0 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 0.18 & 0.06 & 0.02 & 0.01 & 0 \\ -0.32 & -0.12 & -0.04 & -0.01 & -0.01 \\ 0.03 & 0.02 & 0.01 & 0 & 0 \\ -0.36 & -0.10 & -0.03 & -0.01 & 0 \\ 0.29 & 0.03 & 0.03 & 0.01 & 0 \\ 0.36 & 0.10 & 0.03 & 0.01 & 0 \\ 0.03 & 0.02 & 0.01 & 0 & 0 \\ 0.32 & 0.12 & 0.04 & 0.01 & 0.01 \\ 0.18 & 0.05 & 0.02 & 0.01 & 0 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 0.22 & 0.08 & 0.02 & 0 & 0 \\ -0.28 & -0.13 & -0.06 & -0.02 & 0 \\ 0.06 & 0.01 & 0.02 & 0.02 & 0 \\ -0.22 & -0.19 & -0.09 & -0.02 & 0.02 \\ 0.04 & 0.03 & 0.03 & 0.06 & 0 \\ -0.18 & -0.32 & -0.09 & 0.01 & 0.08 \\ 0.18 & 0.32 & 0.19 & 0.13 & 0.13 \\ 0 & 0.18 & 0.04 & 0.06 & 0.22 \\ 0 & 0 & 0.18 & 0.22 & 0.28 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 0.12 & 0.06 & 0.02 & 0 & 0 \\ -0.13 & -0.06 & -0.04 & -0.02 & 0 \\ 0.06 & 0.05 & 0 & 0 & 0 \\ -0.07 & -0.07 & -0.09 & -0.03 & 0.01 \\ 0.06 & 0.07 & 0.07 & 0.06 & 0.01 \\ -0.01 & -0.06 & -0.23 & -0.02 & 0.07 \\ 0.11 & 0.24 & 0.29 & 0.15 & 0.15 \\ 0.10 & 0.07 & 0.24 & 0.11 & 0.23 \\ 0.15 & 0.08 & 0.16 & 0.27 & 0.27 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 0.01 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.01 & 0 & -0.01 & 0 & 0.01 \\ 0.01 & 0.01 & 0.01 & 0.01 & 0.01 \\ 0.02 & -0.01 & -0.03 & -0.01 & 0.02 \\ 0.04 & 0.03 & 0.03 & 0.04 & 0.04 \\ 0.06 & -0.02 & -0.09 & -0.02 & 0.06 \\ 0.12 & 0.10 & 0.10 & 0.12 & 0.12 \\ 0.18 & -0.03 & -0.23 & -0.03 & 0.18 \\ 0.32 & 0.36 & 0.36 & 0.32 & 0.32 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 0.12 & 0.07 & 0.04 & 0.02 & 0 \\ -0.13 & -0.05 & -0.02 & -0.02 & -0.02 \\ 0.04 & 0.04 & 0.04 & 0.03 & 0.03 \\ -0.19 & -0.05 & -0.03 & -0.02 & -0.06 \\ 0 & 0.01 & 0.03 & 0.03 & 0.06 \\ -0.09 & -0.05 & -0.01 & 0.01 & 0.12 \\ 0.04 & 0.03 & 0.02 & 0.19 & 0.19 \\ -0.12 & -0.03 & 0.04 & 0.18 & 0.69 \\ 0.13 & 0.03 & 0.13 & 0.13 & 0.31 \end{matrix}$	$\begin{matrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$

$$\left. \begin{aligned}
 & 2(n+2)c_0 - (n+2)c_1 - (n+2)c_2 = \frac{6}{(n+1)^2} \left[-(n+1) \sum_{p=1}^n p(n-p+1)\mu_{p,0} \right. \\
 & \quad \left. + \sum_{p=0}^n \sum_{q=1}^n \left\{ n^2 - (2p+2q-1)n + (q-1)(2p+q) \right\} \nu_{p,q} \right], \\
 & -(n+2)c_0 + 2(2n+1)c_1 + 3nc_2 \\
 & = \frac{6}{(n+1)^2} \left[(n+1) \sum_{p=1}^n (n-p+1)(n+p)\mu_{p,0} + 2 \sum_{p=0}^n \sum_{q=1}^n p(n-q+1)\nu_{p,q} \right], \\
 & -(n+2)c_0 + 3nc_1 + 2(2n+1)c_2 \\
 & = \frac{6}{(n+1)^2} \left[n(n+1) \sum_{p=1}^n (n-p+1)\mu_{p,0} + \sum_{p=0}^n \sum_{q=1}^n (n+q)(n-q+1)\nu_{p,q} \right]
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(11)$$

(11) 式を解くことにより, 次の各式をえる.

第4表 二乗和が最小となるように理想平面
を定める場合の係数表 ($m=n=2$)

-0.28	-0.01	-0.01	-0.26	-0.26	-0.01	-0.01	-0.28	-0.01
0.28	-0.01	-0.10	-0.01	0.19	-0.01	-0.10	-0.01	0.28
-0.01	-0.07	-0.11	-0.06	-0.06	-0.07	-0.11	-0.07	-0.01
0.01	-0.07	-0.11	-0.07	-0.03	-0.07	-0.11	-0.07	0.01
-0.10	-0.11	-0.11	-0.01	-0.01	-0.01	-0.11	-0.10	-0.11
-0.10	-0.11	-0.11	-0.01	-0.01	-0.01	-0.11	-0.10	-0.11
-0.01	-0.07	-0.01	-0.01	-0.01	-0.01	-0.07	-0.01	-0.01
-0.26	-0.06	-0.01	-0.01	-0.06	-0.01	-0.01	-0.06	-0.26
-0.19	-0.03	-0.03	-0.06	-0.06	-0.06	-0.03	-0.19	-0.03
0.26	0.06	0.01	0.01	0.06	0.01	0.01	0.06	0.26
-0.01	-0.07	-0.07	-0.01	-0.01	-0.01	-0.07	-0.01	-0.01
-0.01	-0.07	-0.07	-0.01	-0.01	-0.01	-0.07	-0.01	-0.01
-0.10	-0.11	-0.11	-0.01	-0.01	-0.01	-0.11	-0.10	-0.11
-0.01	0.07	0.11	0.07	0.03	0.07	0.11	0.07	-0.01
-0.01	-0.07	-0.07	-0.06	-0.06	-0.06	-0.07	-0.01	-0.01
-0.28	0.01	0.10	0.01	-0.19	0.01	0.10	0.01	-0.28
-0.28	-0.01	-0.01	-0.26	-0.26	-0.26	-0.01	0.28	-0.28
-0.28	-0.01	-0.01	-0.26	-0.26	-0.26	-0.01	0.28	-0.28

$$\left. \begin{aligned}
 c_0 &= \frac{1}{(n+1)^2(n+2)} \left[(n+1) \sum_{p=1}^n (n-p+1)(n-3p+2)\mu_{p,0} \right. \\
 &\quad \left. + \sum_{p=0}^n \sum_{q=1}^n (n-q+1)(4n-6p-3q+2)\nu_{p,q} \right] \\
 c_1 &= \frac{1}{(n+1)^2(n+2)} \left[(n+1) \sum_{p=1}^n (n-p+1)(n+3p+2)\mu_{p,0} \right. \\
 &\quad \left. - \sum_{p=0}^n \sum_{q=1}^n (n-q+1)(2n-6p+3q-2)\nu_{p,q} \right] \\
 c_2 &= \frac{1}{(n+1)^2(n+2)} \left[(n+1) \sum_{p=1}^n (n-p+1)(n-3p+2)\mu_{p,0} \right. \\
 &\quad \left. + \sum_{p=0}^n \sum_{q=1}^n (n-q+1)(4n-6p+3q+2)\nu_{p,q} \right]
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

(12) 式の各値を (3) 式に代入することにより, $\delta_{i,j}$ は $\mu_{i,j}$ と $\nu_{i,j}$ の関数として求められ, 前と同様にこれらの最確値を代入することによりえられる $\delta_{i,j}$ の値が求める理想平面からの狂いを示すこととなる。

一例として, $m=n=2$ の場合を考えれば, 各格子点における理想平面からの狂い $\delta_{i,j}$ は, 次の各式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned}
 \delta_{0,0} &= -0.28M_{1,0} - 0.01M_{2,0} + 0.01M_{1,1} + \dots\dots\dots + 0.11N_{2,2} \\
 \delta_{1,0} &= 0.26M_{1,0} - 0.26M_{2,0} + 0.06M_{1,1} - \dots\dots\dots + 0.07N_{2,2}
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

(13) 式を表として示したものが第4表であり, それぞれの係数表により, $\odot$ 印をつけた格子点における $\delta_{i,j}$ の値を容易に算出することができる。同様に, $m=n=3$ および $m=n=4$ の各場合における係数表をそれぞれ第5表および第6表に示す。

第7表 各格子点における累積誤差

($m=n=2$, 単位: μ)

(a) 第1表の場合				(b) 第4表の場合			
0	±0.63	±1.41		±0.44	±0.44	±0.44	
±0.63	±0.71	±0.63		±0.44	±0.12	±0.44	
0	±0.63	0		±0.44	±0.44	±0.44	

第8表 各格子点における累積誤差

($m=n=3$, 単位: μ)

(a) 第2表の場合				(b) 第5表の場合			
0	±0.91	±1.29	±1.67	±0.59	±0.51	±0.51	±0.59
±0.71	±0.77	±0.99	±1.29	±0.51	±0.49	±0.49	±0.51
±0.71	±0.70	±0.77	±0.91	±0.51	±0.49	±0.49	±0.51
0	±0.71	±0.71	0	±0.59	±0.51	±0.51	±0.59

第9表 各格子点における累積誤差

($m=n=4$, 単位: μ)

(a) 第3表の場合					(b) 第6表の場合				
0	±0.89	±1.23	±1.51	±1.83	±0.68	±0.58	±0.58	±0.58	±0.68
±0.74	±0.81	±1.00	±1.24	±1.51	±0.58	±0.51	±0.52	±0.51	±0.58
±0.83	±0.77	±0.86	±1.00	±1.23	±0.58	±0.52	±0.55	±0.52	±0.58
±0.73	±0.93	±0.77	±0.81	±0.89	±0.58	±0.51	±0.52	±0.51	±0.58
0	±0.73	±0.83	±0.74	0	±0.68	±0.58	±0.58	±0.58	±0.68

5. 累 積 誤 差

以上の理論に基づいて理想平面からの狂い $\delta_{i,j}$ を求める場合, 各部分ごとにえられる測定値の測定誤差 ϵ が累積して $\delta_{i,j}$ におよぼす累積誤差を, 誤差伝ばの法則により, $\epsilon = \pm 1\mu$ として計算すれば, $m=n=2$, $m=n=3$ および $m=n=4$ の各場合について, それぞれ第7, 8 および9表のようになり, いずれの場合においても, $\delta_{i,j}$ の二乗和が最小となるように理想平面を定めた場合のほうが累積誤差が小さく, かつまた全体としてより均一な精度で理想平面からの狂いが求められることが知られる。

6. 結 言

以上のように, 2点連鎖による平面度測定においては, 理想平面または格子点のとり方により, それぞれ第1~6表に示されるような係数表を用いることにより, 各格子点における理想平面からの狂いを, 機械的に求めることができるが, とくに第4~6表を用いた場合のほうが, 測定誤差も小さく, かつまた全体としてより均一な精度で平面度を求めることができる。

終りにのぞみ, 数値計算, 係数表の作成などに熱心に協力された松井喜美代嬢に厚くお礼申上げる。