620.171.5.08:535.55

光弾性被膜法に関する二、三の問題について*

林 卓 夫**

Some Problems on the Photoelastic Experiment
by a Birefringent Coating Method

by Takuo HAYASHI

In the photoelastic apparatus of reflection type, a half mirror will be used sometimes in the light path to turn the polarized light at right angle, and in this case the polarization effect due to the mirror cannot be neglected usually.

In the present paper, the conditions which must be satisfied to avoid the effect, have been considered theoretically and a new convenient method applicable to this case has been proposed.

On the other hand, some attentions are paid to the stress analysis in the homogeneous anisotropic material by the use of a birefringent coating, and a new method applicable to any bodies, which are in the state of plane stress and obey Hooke's law, has been presented.

1. 緒 言

構造物,あるいはその要素の,応力測定の有効な手段の一つとして,最近,構造部材の表面に光弾性被膜を接着して,その被膜の示す光弾性効果を測定して部材の応力分布を知る光弾性被膜法が開発され,塑性域の構造物のひずみの測定⁽¹⁾,あるいは金属の弾塑性域における挙動の研究⁽²⁾等,数多くの応用例が報告されているが,被膜法の実験には反射形光弾性装置を用いるために,光学系の配列の仕方によっては,特別な実験法を用いる必要がある。また,被膜法では,被膜の示す光弾性効果は,被試験体の表面の主ひずみ差と主ひずみ方向を示すものと考えることができるが,この結果から被試験体の応力分布を求める方法は,被試験体の応力-ひずみ法則によって異なり,それぞれ特別な方法を必要とする。本論文では,この二つの問題について考察し,実験法の改良と,Hookeの法則にしたがう一般の弾性体に対する応力解析法について報告する。

2. 実験装置および実験法

被膜法による実験で,試片縁のしま次数を正確に測定するためには,被膜に入射する偏光は,被膜の面に垂直であることが望ましい。このためには,実験装置としては,第1図に示すようにガラス板 G を用いて光路を直角に導き,反射光を観測する光学系が考えら

れるが,この場合,ガラス板 G と試験片 T との間に光学装置をそう入すると,その表面からの直接の反射光が視野にはいって好ましくない。したがって,ガラス板 G は,偏光子 P と検光子 A との間にそう入することになるが,この場合はガラス板 G が偏光作用を持っているので,この点に注意して次のように実験しなければならない。

今,ガラス板 G および試験片 T が紙面に垂直に置かれていて,したがって,光源 L から写真機 S に至る光の光路は常に紙面にあるものとする。また,偏光成分を区別するための座標系としては,この光路上,それぞれの点で,常に光の進行方向を z 軸と呼ぶことにし, z 軸と直角に紙面内に x 軸,紙面に垂直に y 軸を取るものとする。ガラス板 G は, zx 面内で振動する平面偏光と, zy 面内で振動する平面偏光

L: 光源, C₁, C₂: 集光レンズ, W: 水そう, F: フィルタ, P: 検光子, Q₁, Q₂: 1/4 波長板, FL₁, FL₂: 視野レンズ, G: ガラス板, T: 試験片, A: 検光子, S: 写真機

第1図 実験装置

* 昭和 38 年 3 月 19 日 関西支部第 38 期定時総会講演会において講演, 原稿受付 昭和 38 年 6 月 13 日。

** 正員, 大阪大学基礎工学部 (豊中市北刀根山字北谷, 講演当時 神戸商船大学)。

に対し、それぞれ異なった反射率および透過率を示すので、光源からの光が、ガラス板 G で反射されて試験片に向かうときの反射率を、xz 面内の偏光に対して r_x 、yz 面内の偏光に対して r_y とし、同様に、試験片から写真機に向かう光線の G における透過率を両平面偏光に対しそれぞれ t_x, t_y と書くと、この場合の等色線および等傾線は、装置の光学系をそれぞれ次のように調整することによって求められる。

2・1 等色線の求め方 この場合は、単色光源を用い、1/4 波長板 Q_1, Q_2 の光軸を、それぞれ xz 面に一致させ、また、偏光子 P および検光子 A の偏光の振動面を、次式

$$\tan \theta_p = r_x / r_y \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\tan \theta_a = t_y / t_x \quad \dots\dots\dots (2)$$

θ_p : P の偏光振動面が xz 面となす角

θ_a : A の偏光振動面が yz 面となす角

をみたすように調整しておく。P を出た偏光を $a \cos \omega t$ とするとき、この偏光の x, y 方向の成分は、P- Q_1 、 Q_1 -G、および G-T の間でそれぞれ、第1表に示すような値となり、(1) 式を考慮して、G-T 間で円偏光になることがわかる。

試験片の主ひずみ方向の一つが x 軸となす角を φ とし、主ひずみ方向の偏光成分を ξ, η とすると、G-T

第1表

区 間	x 成 分	y 成 分
P- Q_1	$a \cos \theta_p \cos \omega t$	$a \sin \theta_p \cos \omega t$
Q_1 -G	$a \cos \theta_p \sin \omega t$	$a \sin \theta_p \cos \omega t$
G-T	$ar_x \cos \theta_p \sin \omega t$ $= a_0 \sin \omega t$	$ar_y \sin \theta_p \cos \omega t$ $= a_0 \cos \omega t$

ただし $a_0 = ar_x \cos \theta_p = ar_y \sin \theta_p$

第2表

区 間	x 成 分	y 成 分
T-G	$a_0 \cos \varphi \sin(\omega t - \delta)$ $- a_0 \sin \varphi \cos \omega t$	$a_0 \sin \varphi \sin(\omega t - \delta)$ $+ a_0 \cos \varphi \cos \omega t$
G- Q_2	$a_0 t_x \{\cos \varphi \sin(\omega t - \delta)$ $- \sin \varphi \cos \omega t\}$	$a_0 t_y \{\sin \varphi \sin(\omega t - \delta)$ $+ \cos \varphi \cos \omega t\}$
Q_2 -A	$a_0 t_x \{\cos \varphi \sin(\omega t - \delta)$ $- \sin \varphi \cos \omega t\}$	$a_0 t_y \{-\sin \varphi \cos(\omega t - \delta)$ $+ \cos \varphi \sin \omega t\}$

第3表

区 間	x 成 分	y 成 分
P-G	$a \cos \theta_p \cos \omega t$	$a \sin \theta_p \cos \omega t$
G-T	$ar_x \cos \theta_p \cos \omega t$ $= a' \cos \theta \cos \omega t$	$ar_y \sin \theta_p \cos \omega t$ $= a' \sin \theta \cos \omega t$

ただし $\tan \theta = r_y \tan \theta_p / r_x$
 $a'^2 = a^2 (r_x^2 \cos^2 \theta_p + r_y^2 \sin^2 \theta_p)$

間では円偏光であるから

$$\xi = a_0 \sin \omega t, \quad \eta = a_0 \cos \omega t \quad \dots\dots\dots (3)$$

と書いてよい。試験片 T の被膜の底面で反射され試験片を出た光は、主ひずみ差に比例する位相差 δ を受け、したがって、T-G、G- Q_2 および Q_2 -A の間で偏光の x, y 成分は、第2表に示す値となり、(2) 式の関係を考慮すると、検光子 A を通過した平面偏光は

$$I = 2a_1 \sin \frac{\delta}{2} \cos \left(\omega t - \frac{\delta}{2} + \varphi \right) \quad \dots\dots\dots (4)$$

ただし $a_0 t_x \sin \theta_a = a_0 t_y \cos \theta_a = a_1$

となって、位相差 $\delta = n\pi$, $n=0, 1, 2, \dots$ に応じて明暗の等色線を得ることがわかる。

なお、このように光学系を調整するには、次のようにすればよい。第1図の試験片 T の位置に Q_2 と A を移し、 Q_1, Q_2 の光軸を zx 面に一致させる。ガラス板 G で反射された光が円偏光になっておれば、 Q_2 で位相の変化を受けた後は、xz 面に 45° 傾いた平面偏光になるはずであるから、検光子 A の偏光面を xz 平面に対し 45° 傾けて配置し、偏光子 P の偏光面を回転しながら、視野の最も明るく（あるいは、最も暗く）なる位置に P の偏光面を設定すれば、G からの反射光は円偏光になり、(1) 式がみたされたことになる。

次に、 Q_2 と A を第1図の位置にもどし、試験片 T の位置に適当な反射板（普通の鏡でよい）を置いて、反射光がガラス板 G を通って Q_2 A にはいるようにする。検光子 A の偏光面を回転して、視野が最も暗くなる位置に A の偏光面を設定すれば、これで(2)式もみたすように光学系が調整されたことになるので、試験片 T を所定の位置に置いて荷重を加えると、正確な等色線を得ることができる。

2・2 等傾線の求め方 この場合は、白色光源を用い、第1図の光学系からフィルタ F と 1/4 波長板 Q_1, Q_2 を除き、偏光子 P と検光子 A の偏光面を、常に次式の関係をもたすように調整しながら回転し、実験を行なう。

$$r_y \tan \theta_p / r_x = t_x \tan \theta_a / t_y = \tan \theta \quad \dots\dots\dots (5)$$

θ_p : P の偏光振動面が xz 面となす角

θ_a : A の偏光振動面が yz 面となす角

θ : 後述の偏光有効回転角

今の場合も、検光子 P を出た平面偏光を $a \cos \omega t$ とするとき、各区分での偏光の x, y 成分は、第3表に示すとおりとなって、試験片 T に入射するときは、G-T 間で(5)式で与えられる角 θ だけ xz 平面に対し傾いた平面偏光となっている。したがって、G-T 間では、

$$x = a' \cos \theta \cos \omega t, \quad y = a' \sin \theta \cos \omega t \quad \dots\dots\dots (6)$$

ただし $a'^2 = a^2(r_x^2 \cos^2 \theta_p + r_y^2 \sin^2 \theta_p)$
と書くことができ、主ひずみ方向の成分は、それぞれ

$$\left. \begin{aligned} \xi &= a' \cos(\theta - \varphi) \cos \omega t \\ \eta &= a' \sin(\theta - \varphi) \cos \omega t \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

となる。試験片で主ひずみ差に比例する位相差 δ を受けた光は、各区間で第 4 表に示すような x, y 成分を持っているが、(5) 式の関係を考慮すると、検光子 A を通過した偏光成分は、

$$I = a'' \sin 2(\varphi - \theta) \sin \frac{\delta}{2} \sin \left(\omega t - \frac{\delta}{2} \right) \dots\dots\dots (8)$$

ただし $a''^2 = a'^2(t_y^2 \cos^2 \theta_a + t_x^2 \sin^2 \theta_a)$
となつて、 $\varphi = \theta, \theta + \pi/2$ に相当する点に黒い等傾線を得る。ただし、この場合、等傾線上の主ひずみ方向は、偏光子 P の偏光面回転角 θ_p とは異なり、(5) 式で定義される偏光有効回転角 θ だけ xz 面に対して傾いた方向であることに注意しなければならない。

P と A の偏光面が (5) 式の関係をみたすように調整するには、偏光子 P の偏光面回転角 θ_p を変えるごとに、試験片 T の位置に適当な反射板を置いて、その反射光を、ガラス板 G および検光子 A を通して見たときの視野が最も暗くなるように、A の偏光面回転角 θ_a を調整すればよい。

なお、(5) 式を用いて、偏光子の偏光面回転角 θ_p から主ひずみ方向 $\varphi = \theta$ を求めるには、 r_y/r_x の比を知らねばならない。このためには、P の偏光振動面を $\theta_p = 45^\circ$ に設定し、検光子 A を G-T 間に置いて、ガラス板 G からの反射光が最も暗く見えるときの A の偏光面回転角を測定し、この値を θ_a とすれば、この状態では、G-T 間の平面偏光の振動面は、A の偏光振動面と直交しているから、(5) 式の関係を考慮して、次式

$$r_y/r_x = \tan \theta_a \dots\dots\dots (9)$$

θ_a : A の偏光振動面が yz 面となす角
が成立し、 r_y/r_x の値を知ることができる。したがって、(5) 式を用いて、実験における偏光子の偏光面回転角 θ_p のそれぞれの値に対して、試験片に入射する平面偏光の実際の回転角 θ を求め、主ひずみ方向を知ることができる。

3. 応力の解析法

被膜法では、被膜の示す光弾性効果は被試験体表面

第 4 表

区間	x 成分	y 成分
T-G	$a' \cos(\theta - \varphi) \cos \varphi \cos(\omega t - \delta)$ $- a' \sin(\theta - \varphi) \sin \varphi \cos \omega t$	$a' \cos(\theta - \varphi) \sin \varphi \cos(\omega t - \delta)$ $+ a' \sin(\theta - \varphi) \cos \varphi \cos \omega t$
G-A	$a' t \{ \cos(\theta - \varphi) \cos \varphi \cos(\omega t - \delta) - \sin(\theta - \varphi) \sin \varphi \cos \omega t \}$	$a' t \{ \cos(\theta - \varphi) \sin \varphi \cos(\omega t - \delta) + \sin(\theta - \varphi) \cos \varphi \cos \omega t \}$

の主ひずみ差に比例し、その等傾線は被試験体表面の主ひずみ方向を示すものと考えることができる。したがって、光弾性実験の結果から被試験体の応力を解析する方法は、被試験体の力学的性質によって異なり、直交異方性体に対しては、林の方法⁽³⁾、塑性体の自由縁応力に対しては河田の方法⁽⁴⁾等があるが、一般には簡単でない。ここでは、被試験体の応力-ひずみ法則が、広義の Hooke の法則にしたがう場合について、応力解析法を考えよう。

今、被試験体が平面応力状態にある場合を考え、この平面を xy 平面とすると

$$\sigma_z = \tau_{xz} = \tau_{yz} = 0 \dots\dots\dots (10)$$

したがって、被試験体のひずみ成分の中で、被膜の光弾性効果に寄与する表面ひずみ成分は、Hooke の法則にしたがう一般の弾性体では、次のように書くことができる。

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= a_{11}\sigma_x + a_{12}\sigma_y + a_{13}\tau_{xy} \\ \epsilon_y &= a_{12}\sigma_x + a_{22}\sigma_y + a_{23}\tau_{xy} \\ \gamma_{xy} &= a_{13}\sigma_x + a_{23}\sigma_y + a_{33}\tau_{xy} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

このような弾性体に対しては、次に示すように、3 方向の応力感度を検定しておくことによって、応力解析を行なうことができる。

3.1 ひずみ感度、弾性係数と応力感度との関係

今、被試験体表面の主ひずみ方向を $\xi\eta$ とし、 x 軸と ξ 方向との間の角を φ とすると、ひずみ成分の間には、次の関係

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_\xi &= \epsilon_x \cos^2 \varphi + \epsilon_y \sin^2 \varphi + \gamma_{xy} \sin \varphi \cos \varphi \\ \epsilon_\eta &= \epsilon_x \sin^2 \varphi + \epsilon_y \cos^2 \varphi - \gamma_{xy} \sin \varphi \cos \varphi \\ \gamma_{xy} &= (\epsilon_y - \epsilon_x) \sin 2\varphi + \gamma_{xy} \cos 2\varphi = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

が成立し、したがって、主ひずみ差 ϵ は

$$\left. \begin{aligned} \epsilon &= \epsilon_\xi - \epsilon_\eta = (\epsilon_x - \epsilon_y) / \cos 2\varphi \\ &= \gamma_{xy} / \sin 2\varphi \\ &= [(\epsilon_x - \epsilon_y)^2 + \gamma_{xy}^2]^{1/2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (13)$$

となる。しま次数 n は ϵ に比例するから、この比例定数 β を、被膜法のひずみ感度と呼ぶことにすると、

$$\left. \begin{aligned} n &= \beta(\epsilon_x - \epsilon_y) / \cos 2\varphi \\ &= \beta \gamma_{xy} / \sin 2\varphi \\ &= \beta [(\epsilon_x - \epsilon_y)^2 + \gamma_{xy}^2]^{1/2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

で与えられる。

ここで、 x 軸と θ の角をなす方向に、被試験体に単軸応力 σ_θ が作用する場合を考えよう。この場合は

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \sigma_\theta \cos^2 \theta, \\ \sigma_y &= \sigma_\theta \sin^2 \theta, \\ \tau_{xy} &= \sigma_\theta \sin \theta \cos \theta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

となるから、被膜の示すしま次数 n は、(11), (14), (15)式より

$$\left. \begin{aligned} n &= \beta[(a_{11}-a_{12})\cos^2\theta + (a_{12}-a_{22})\sin^2\theta + (a_{13}-a_{23})\sin\theta\cos\theta]\sigma_\theta / \cos 2\varphi_\theta \\ &= \beta[a_{13}\cos^2\theta + a_{12}\sin^2\theta + a_{33}\sin\theta\cos\theta]\sigma_\theta / \sin 2\varphi_\theta \\ &= \beta[A_1\cos^4\theta + A_2\cos^3\theta\sin\theta + A_3\cos^2\theta\sin^2\theta + A_4\cos\theta\sin^3\theta + A_5\sin^4\theta]^{1/2}\sigma_\theta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(16)$$

ただし $A_1 = (a_{11}-a_{12})^2 + a_{13}^2$

$$A_2 = 2\{(a_{11}-a_{12})(a_{13}-a_{23}) + a_{13}a_{33}\}$$

$$A_3 = (a_{13}-a_{23})^2 + 2(a_{11}-a_{12})(a_{12}-a_{22}) + a_{33}^2 + 2a_{13}a_{23}$$

$$A_4 = 2\{(a_{12}-a_{22})(a_{13}-a_{23}) + a_{23}a_{33}\}$$

$$A_5 = (a_{12}-a_{22})^2 + a_{23}^2$$

φ_θ : θ 方向の単軸応力が作用する場合の主ひずみ方向

となる。したがって、被膜の示すしま次数 n と、被試験体の単軸応力 σ_θ との比、 $n/\sigma_\theta = \alpha_\theta$ を、被膜法の応力感度と呼ぶことにすると、(16)式より

$$\left. \begin{aligned} \alpha_\theta &= \beta[(a_{11}-a_{12})\cos^2\theta + (a_{12}-a_{22})\sin^2\theta + (a_{13}-a_{23})\sin\theta\cos\theta] / \cos 2\varphi_\theta \\ &= \beta[a_{13}\cos^2\theta + a_{23}\sin^2\theta + a_{33}\sin\theta\cos\theta] / \sin 2\varphi_\theta \\ &= \beta[A_1\cos^4\theta + A_2\cos^3\theta\sin\theta + A_3\cos^2\theta\sin^2\theta + A_4\cos\theta\sin^3\theta + A_5\sin^4\theta]^{1/2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(17)$$

となる。今、 $\theta = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ の3方向に切出した試験片にそれぞれ単軸応力を加え、各場合の応力感度と主ひずみ方向を検定すると、(17)の第1式、および第2式を用いて、ひずみ感度、弾性係数と応力感度との間に、次の関係

$$\left. \begin{aligned} \beta(a_{11}-a_{12}) &= \alpha_{0c}, & \beta(a_{12}-a_{22}) &= \alpha_{90c}, \\ \beta(a_{13}-a_{23}) &= 2\alpha_{45c} - \alpha_{0c} - \alpha_{90c}, \\ \beta a_{13} &= \alpha_{0s}, & \beta a_{23} &= \alpha_{90s}, \\ \beta a_{33} &= 2\alpha_{45s} - \alpha_{0s} - \alpha_{90s} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(18)$$

ただし $\alpha_{0c} = \alpha_\theta \cos 2\varphi_\theta$, $\alpha_{90c} = \alpha_\theta \sin 2\varphi_\theta$,

$$\alpha_{0s}^2 + \alpha_{90s}^2 = \alpha_\theta^2$$

が成立し、(18)式を(17)の第3式に代入して、任意方向の応力感度 α_θ を3方向の応力感度の検定値から計算することができる。

3.2 自由縁応力の求め方 第2図に示すように、自由縁境界の切線が x 軸となす角を θ と書くと、自由縁では、縁応力 σ_θ のみが作用する単軸応力状態であるから、この方向の応力感度を α_θ 、自由縁のしま次数を n とすると、

第2図

$$\sigma_\theta = n/\alpha_\theta \dots\dots\dots(19)$$

で、縁応力が求められる。また、この点の応力の xy 成分は、(15)式を用いて計算できる。

3.3 内部応力の求め方 (11)式と(18)式を用いて(14)の第1, 第2式を書き改めると

$$\left. \begin{aligned} n \cos 2\varphi &= \alpha_{0c}\sigma_x + \alpha_{90c}\sigma_y \\ &\quad + (2\alpha_{45c} - \alpha_{0c} - \alpha_{90c})\tau_{xy}, \\ n \sin 2\varphi &= \alpha_{0s}\sigma_x + \alpha_{90s}\sigma_y \\ &\quad + (2\alpha_{45s} - \alpha_{0s} - \alpha_{90s})\tau_{xy} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(20)$$

となって、左辺の n, φ は光弾性実験によって、弾性体の全領域にわたって測定できる量であり、右辺の応力成分の各係数は、前述の応力感度の検定値である。

(20)式から $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ をそれぞれ消去すると、二つの応力成分の間の次のような関係式を得る。

$$B_{11}\sigma_x + B_{12}\sigma_y = K_1(n, \varphi) \dots\dots\dots(21\cdot a)$$

$$B_{21}\sigma_x + B_{23}\tau_{xy} = K_2(n, \varphi) \dots\dots\dots(21\cdot b)$$

$$B_{32}\sigma_y + B_{33}\tau_{xy} = K_3(n, \varphi) \dots\dots\dots(21\cdot c)$$

B_{ij} : 応力感度の検定値で与えられる定数

K_i : 実験で求められる n と φ の関数

あるいは、(21・b), (21・c)式を x, y で微分して

$$B_{21} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + B_{23} \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = \frac{\partial K_2(n, \varphi)}{\partial x} \dots\dots\dots(21\cdot b)'$$

$$B_{32} \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + B_{33} \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = \frac{\partial K_3(n, \varphi)}{\partial y} \dots\dots\dots(21\cdot c)'$$

となる。平面応力状態では、各応力成分は、次のつりあい方程式

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = 0 \dots\dots\dots(22)$$

をみたしているから、(21・b)', (21・c)', (22)式の各微係数についての四元一次方程式を解くと

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} &= C_1 \frac{\partial K_2}{\partial x} + C_2 \frac{\partial K_3}{\partial y}, \\ \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} &= C_3 \frac{\partial K_2}{\partial x} + C_4 \frac{\partial K_3}{\partial y} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (23)$$

C_i : B_{ij} で定まる定数

となる。したがって、応力成分は、次式

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \sigma_{x_0} + C_1 \{K_2(xy) - K_2(x_0y)\} + C_2 \int_{x_0}^x \frac{\partial K_3}{\partial y} dx \\ \sigma_y &= \sigma_{y_0} + C_4 \{K_3(xy) - K_3(xy_0)\} + C_3 \int_{y_0}^y \frac{\partial K_2}{\partial x} dy \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (24)$$

板幅 20.4 mm, 板厚 6.15 mm,
曲げモーメント 1 500 kg mm
(a) 繊維方向の試験片

を用いて, (x_0, y_0) 点の応力 $\sigma_{x_0}, \sigma_{y_0}$ が既知の場合は, x 軸に沿って σ_x , y 軸に沿って σ_y の値を, 順次, 図式積分によって知ることができる. また, 応力成分のいずれか一つがわかると, (21)式を用いて, 他の 2 成分を計算することができる.

3.4 特別な場合 弾性的に対称な軸を持った弾性体に対しては, 上述の各式はさらに簡単になる.

たとえば, 直交異方性板では, 弾性対称軸方向を x, y 軸に選ぶと, (11) 式中の弾性係数は

$$a_{13} = a_{23} = 0 \dots\dots\dots (25)$$

板幅 20.6 mm, 板厚 6.07 mm,
曲げモーメント 1 500 kg mm
(b) 45° 方向の試験片

第 3 図 応力感度の検定

試験片 No. 1
荷 重 750 kg
板 幅 50.6 mm
板 厚 6.05 mm
(a)

試験片 No. 2
荷 重 750 kg
板 幅 49.5 mm
板 厚 6.17 mm
(b)

試験片 No. 3
荷 重 750 kg
板 幅 50.2 mm
板 厚 5.95 mm
(c)

第 4 図 等 色 線

試験片 No. 1
荷 重 113 kg
(a)

試験片 No. 2
荷 重 185 kg
(b)

試験片 No. 3
荷 重 100 kg
(c)

第 5 図 等 傾 線

となる。したがって、(17) 式、(21) 式はいくらかの計算の後

$$\alpha_\theta = [\{\alpha_0^2 \cos^2 \theta - \alpha_{90}^2 \sin^2 \theta\} \cos 2\theta + \alpha_{45}^2 \sin^2 2\theta]^{1/2} \dots\dots\dots (26)$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha_0 \sigma_x - \alpha_{90} \tau_{xy} &= n \cos 2\varphi \\ \tau_{xy} &= n \sin 2\varphi / \{\alpha_{45}^2 - (\alpha_0 - \alpha_{90})^2\}^{1/2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (27)$$

となるから、応力成分は、つりあい方程式の積分

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= \sigma_{x_0} - \int_{x_0}^x \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} dx, \\ \sigma_y &= \sigma_{y_0} - \int_{y_0}^y \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} dy \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (28)$$

として求められる。

特に、正方晶系の異方性板では、

$$\alpha_0 = \alpha_{90} \dots\dots\dots (29)$$

であるから、(26)、(27)式は、2方向の応力感度 α_0 、

α_{45} を用いて

$$\alpha_\theta = [\alpha_0 \cos^2 2\theta + \alpha_{45}^2 \sin^2 2\theta]^{1/2} \dots\dots\dots (30)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x - \sigma_y &= n \cos 2\varphi / \alpha_0, \\ \tau_{xy} &= n \sin 2\varphi / 2\alpha_{45} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (31)$$

であらわれ、等方性体では、応力感度は方向に無関係であるから

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x - \sigma_y &= n \cos 2\varphi / \alpha, \\ \tau_{xy} &= n \sin 2\varphi / 2\alpha \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (32)$$

となって、従来の周知の方法と一致する。

第5表

試験片	繊維方向	板幅 mm	円孔径 mm
No. 1	直線縁に平行	50.6	19.8
No. 2	直線縁と 45°	49.5	19.8
No. 3	直線縁と 22.5°	50.2	19.5

第6図 等傾線
円内の矢印は繊維方向を示す

第7図 帯板内の応力分布
 σ_θ : 円周応力, σ_l : 長さ方向の引張応力, σ_b : 横方向の引張応力, σ_0 : 帯板の平均応力
円内の矢印は繊維方向を示す

第7図 帯板内の応力分布

4. 実験例

4.1 試験片 試験片としては、ガラス布 10 枚で補強して正方晶系の異方性を持たせた板厚 3 mm のエポキシ板を用い、光の反射を良くするために、被膜を接着する部分に、厚さ約 2/100 mm の薄いアルミはくを接着した。被膜には、板厚 3 mm の科研ライトを用い、接着剤としては、アララダイト D を使用したが、今の場合、被膜部分の強さも考慮に入れて、被膜をはり合わせた積層板を一つの異方性被試験体と考えて取扱うことにした。この積層板の、板厚方向に平均した縦弾性係数は、繊維方向およびこれと 45° で交わる方向に、それぞれ

$$\left. \begin{aligned} E_0 &= 8.06 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2, \\ E_{45} &= 4.83 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (33)$$

であって、積層板の異方性定数⁽⁵⁾は

$$p_1 = 1/p_2 = 2.11 \dots\dots\dots (34)$$

である。

第 3 図は、純曲げによる応力感度の測定実験写真であって、この積層板から、板幅 20 mm の試験片を切出して使用した。応力感度の実測値は、繊維方向および 45° の方向に、それぞれ、

$$\alpha_0 = 1.07 \text{ mm}^2/\text{kg}, \quad \alpha_{45} = 1.83 \text{ mm}^2/\text{kg} \dots\dots (35)$$

である。

4.2 実験 ガラス板 G としては、乾板用ガラスを用いたが、その偏光作用による影響を知るため、(9) 式の θ_a の値を実測し、

$$\theta_a = 72^\circ \dots\dots\dots (36)$$

を得た。したがって

$$r_y/r_x = 3.08 \dots\dots\dots (37)$$

となる。

次に、前述の積層板で、円孔を持つ 3 種類の帯板を作った。各有孔帯板の寸法と繊維方向を第 5 表に示す。第 4 図は等色線写真、第 5 図は偏光面が帯板の直線縁に平行な場合の等傾線写真、第 6 図は等傾線の見取図であって、(a), (b), (c) 図はそれぞれ、繊維方向が帯板の直線縁に平行な場合、45° 傾いた場合、22.5° 傾いた場合を示している。また、第 6 図中の数字は、主ひずみ方向の帯板直線縁に対する傾き角であるが、偏光子の偏光面の 10° ごとの回転角を、(5) 式を用いて偏光有効回転角に換算したために端数になっている。

実験によって得られた円孔縁、および帯板の最小断面に沿う応力分布を第 7 図に示す。帯板の板幅方向と長さ方向を xy 軸とすると、(a), (b) 図の場合は、 xy 軸が板の弾性対称軸と一致するので、直交異方性板の

応力解析法を適用したが、(c) 図の場合は、板の弾性対称軸は帯板の直線縁に 22.5° 傾いていて、上述の xy 軸が弾性対称軸と一致しないために、(25) 式が成立しないことに注意して、一般弾性体に対する応力解析法に従って応力分布を求めた。図中、破線で示した円孔縁応力分布は、円孔を持つ無限平板に対する理論値であるが、等方性板に対する R. C. J. Howland⁽⁶⁾ の理論計算によると、無限平板の場合に比較して、円孔を持つ帯板の場合には、円孔縁に生ずる最大引張応力および最大圧縮応力の値はいずれも増加し、円孔縁応力の零点が引張応力側に移動することが知られていて、直交異方性板の場合にも、この傾向がみとめられる。また、最小断面に生ずる板幅方向の応力は、繊維方向が直線縁に 45° 傾いた場合に、大きな値を示すことが注目される。

5. 結 語

従来、被膜法による光弾性実験装置としては、第 1 図のガラス板 G による偏光作用をさけるために、偏光子からの偏光を直接試験片に、やや斜めに入射し、反射光を直接検光子に導く形式が多く使用されていた。しかし、ここに述べた方法によると、光の方向を変えるために、ガラス板を偏光子と検光子の間にそう入しても、理論的に正しい実験を行ない得ることがわかった。この方法は、装置の光学系を調整するのに、特殊な測定器を準備する必要もなく、透過光による光弾性実験の場合の調整とほとんど同じ手数で実験を行なうことができ、また、入射光は試験片の面に垂直になるので、試験片縁のしま次数を正確に決定できる長所もある。なお、偏光がガラス G を通過するので、ガラスの光学的ひずみにも十分注意しなければならないが、ガラスの板厚が薄いので、良質の写真乾板用ガラスを用いて実用上十分である。筆者の使用したガラス板は、(37) 式に示すように、大きな偏光作用を持っているが、得られた実験結果は理論値と比較して十分正確であると思われ、この方法は、簡便で精度のよい実験法であることがわかる。なお、G として半塗銀鏡を使用した場合でも、偏光作用に対する同様の注意が必要である。

応力解析法としては、Hooke の法則に従う一般弾性体に適用できる方法を導いたが、この方法は等方性体に対するせん断応力差積分法に相当するものであって、均質な非等方性体が平面応力状態にある場合の応力解析に広く使用することができ、弾性体の弾性係数 a_{ij} が既知の場合には、応力感度のかわりに被膜のひずみ感度 β を検定して、(17) 式を用いて同様の

方法で応力解析を行なってもよい。しかし、試験体が平面応力状態にない場合は、(22)式の応力のつりあい方程式の中に、 z 方向の応力成分の項がはいってくるので、この応力解析の方法は適用できない。その他、Hooke の法則が成立しない材料に対する応力解析法や、被膜のひずみの厚さ方向の変化が実験精度に及ぼす影響量⁽⁷⁾ の決定等、今後の問題として残されている。

この実験の一部は、今村春海、近江真一、原村豊二の3君が、卒業実験として行なったものであり、試験片の制作と実験の実施には、坂倉慧悟君にも協力していただいた。記して厚く感謝する次第である。

文 献

- (1) J.R.Linge, *Aircr. Engng.*, **32**-378 (1960), 216.; **32**-379 (1960), 261; **32**-380 (1960), 295; 河田・国尾, 機械学会誌, **64**-513 (昭 36-10), 85.
- (2) 河田・ほか2名, 第11回応用力学連合講演会前刷, 第I部(昭 36-9), 91.
- (3) 林, 応用物理, **31**-10 (昭 37-10), 808.
- (4) 河田, 塑性と加工, **1**-2 (昭 35), 77.
- (5) 林, 機械学会論文集, **26**-170 (昭 35-10), 1320.
- (6) R.C.J. Howland, *Phil. Trans. Roy. Soc., Ser. A* **229** (1930), 49.
- (7) T.C. Lee & others, *Experimental Mechanics*, **18**-2 (1961-8), 134; D.Post & F. Zandman, *Experimental Mechanics*, **18**-1 (1961-1), 21.

工学に論理の力を示す計算機

I-T-E Circuit Breaker 社では変圧器の製造設計を計算機で行なっている。つまり受けた注文がパンチカードに移され、計算機にかけられると計算機が決定表に完全な設計指示をプリントしてくれる。この方法すなわち ADE (Automated Design Engineering) は International Business Machines 社によって開発されたもので I-T-E が最初にこれを利用したわけである。

同社のマッケンジー氏によれば、これまでの企業では計算機は特殊な問題を解くのに使用されてきたが、ここ数年来新製品の設計に関する面にも使用されてきている。やがては計算機が完全な経営管理の役割を果す時代になるものと確信している。計算機を使うことによる利点は二つ考えられるが、その一つは短時間に低コストで全範囲にわたる探求の結果を示してくれるので、われわれは正しい決定を下すことができるし、もう一つはめんどろな仕事を計算機にまかせることに

よって、技師は別の研究にとり組むことができることである。

I-T-E が使用しているのは IBM 1401 で、注文に応じてそれを解説して番号順あるいはアルファベット順に計算機に同意しておく。これがパンチカードに移される仕組みになっている。しかし将来は人間の手で計算機に写しかえておく操作も必要なくなるだろう。ADE によれば、従来最低 6 日はかかっていたものも 1 日で処理できる。またファイルの索引もこれまではばく大な種類におよんでいたが、それも 6 000~2 500 に縮少された。

ADE は今後その使い方がいいかんによって経費の節減にもなることが考えられるし、さらに用途を発展させて I-T-E では建物の設計などにもこれを利用することをもっか準備中である。

(Iron Age, 1964, Vol. 193, No. 13, p.84~86)

(日本科学技術情報センター提供)

アメリカの失業者をスエーデンで雇用

アメリカはイタリアに小麦を、メキシコに機械工具を輸出しているが、スエーデンには労働者を輸出することになった。

ストックホルムの西南 25 mile の Soedertalje にあるバスやトラックの工場 Scania-Vabis にアメリカの自動車労働者をまず 50 人補充した。スエーデンには熟練労働者が不足しているためである。同社とアメリカ労働者との雇用契約は 2 箇年で、渡航および帰米の費用は会社が負担する。給与は年約 4 000 ドルで、ほかに特別給与もつき、病院加療や年 4 週間の休暇も

認められる。同社では住宅問題が少なくないように、なるべく独身者を要求している。特にスカンジナビア系のアメリカ人がいっそう適応しやすいと考えられているが、大部分のスエーデン人が英語を話すので言語上の支障はない。同社は 1960 年以来解雇したことがなく、2 年契約後もさらに滞在することができる。スイスでも建築業にアメリカ人 100 人を雇う計画があるという。(Business Week, 1964, Vol. 1964, No. 1805, p. 50)

(日本科学技術情報センター提供)