536. 25:536. 33

内部発熱を伴うふく射対流フィンの温度分布と効率*

(第 2 報, 1 枚の対流フィンの特性)

岡 本 芳 三**

Temperature Distribution and Efficiency of a Convective and Radiative Fin Accompanied by Heat Generation

(Part 2, A Single Sheet of Convective Fin)

by Yoshizo OKAMOTO

When the finned surface is used for heat exchangers, space radiators, or nuclear fuel-elements under high temperature, there are some cases where the fin emits the radiative or convective energy with the internal heat source.

This report shows the analysis of the net convective fin with the internal heat source. It was already obtained by Gardner⁽²⁾ and Minkler⁽³⁾ to solve the temperature distribution and efficiency of the net convective fin. But the systematic analysis has not yet been analysed. The dimensionless steady-state conduction equation of the plate or annular fin is introduced. By solving this equation, the temperature distribution and the efficiency are obtained.

And, the effect of the fin thickness on the temperature distribution is checked. Finally, a new relation between the net convective fin and the convective fin with the internal heat source is formulated.

1. 緒 言

第 1 報⁽¹⁾においては、任意形状のフィン付伝熱面が内部発熱を伴い、表面よりふく射および対流で放熱が行なわれる場合の解析が行なわれた。しかしながら、高温用フィン付熱交換器やガス冷却形原子炉燃料要素におけるように、伝熱面の温度がそれほど高くなく、ふく射による放熱の影響が無視できるような場合には、第 1 報⁽¹⁾の基本式 (1) 本報の (1) 式に示すような単純対流フィンの領域にかんする問題に帰着される。一般に、1 枚のフィン付伝熱面より対流で放熱が行なわれる場合には、温度分布、フィン効率などの厳密解を求めることが可能であり、すでに Gardner⁽²⁾, Minkler⁽³⁾ などの解析結果があるが、問題を体系的に取扱い、解析を行なった研究はまだ行なわれていない。本報告は、第 1 報に示すような仮定にもとづき、1 枚のフィン板および環が内部発熱を伴い、表面より対流で放熱が行なわれる場合の温度分布、フィン効率、および放熱量などの諸量を解析したものである。さらに、フィン先端より放熱が行なわれる場合の境界条件

を考えに入れて、それぞれの場合における計算図表が作成された。一方、フィンの厚みを考えに入れた場合のフィン全面よりの放熱量を求め、厚み比のあたえる影響、Keller⁽⁴⁾などが求めた二次元フィン付伝熱面にかんする効率との間の比較検討が行なわれた。

2. 基本式の確立

2.1 基本式 任意形状を有する 1 枚のフィン付伝熱面が、内部発熱を伴い、一定温度 T_g の周囲のガス g に向かい放熱を行なう場合、第 1 報に示した基本式 (1) は、次に示すように簡略化される。

$$\frac{d^2 T(x)}{dx^2} + \frac{1}{a(x)} \frac{da(x)}{dx} \frac{dT(x)}{dx} = \frac{\alpha}{\lambda_m a(x)} \frac{dA(x)}{dx} [T(x) - T_g] - \frac{q_i}{\lambda_m} \dots (1)$$

ここで、

$T(x)$: 根本面より x の距離におけるフィンの温度 °K

x : 根本面よりの距離 m

$a(x)$: 断面積 m^2

$A(x)$: 表面積 m^2

α : 表面の熱伝達率 $kcal/h m^2 ^\circ C$

λ_m : フィンの熱伝導率 $kcal/h m ^\circ C$

* 昭和 38 年 9 月 10 日 第 13 回応用力学連合講演会において講演、原稿受付 昭和 39 年 4 月 6 日。

** 正員、日本原子力研究所 (茨城県那珂郡東海村)。

q_i : 内部熱発生率 kcal/h m³

T_g : ガス温度 °K

一方, 境界条件としては, 次に示す二つの場合が考えられる.

境界条件(1): フィンの高さが厚みに比して十分に大であり, フィン先端部の放熱が無視できる場合には, 境界条件は次のように表わされる.

$$\left. \begin{aligned} x=x_r : T(x_r) &= T_r \\ x=x_f : \frac{dT(x_f)}{dx} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2)$$

境界条件(2): フィンの高さが厚みに比してそれほど大でない時に相当し, フィン先端面よりガスに向かい放熱を許す場合には, 境界条件は次のように表わされる.

$$\left. \begin{aligned} x=x_r : T(x_r) &= T_r \\ x=x_f : \frac{dT(x_f)}{dx} &= -\frac{\alpha}{\lambda_m} \{T(x_f) - T_g\} \end{aligned} \right\} \dots\dots(3)$$

ここで,

x_r : フィン根本座標 m

x_f : フィン先端座標 m

基本式(1)を境界条件(2), および(3)を使用するとき, 温度分布 $T(x)$ を求める. さらに温度分布 $T(x)$ より, フィン効率 ϕ , 伝熱量 Q などの諸量は次のように表わされる.

$$\phi = \frac{\alpha \int_{x_r}^{x_f} \{T(x) - T_g\} \frac{dA(x)}{dx} dx}{\alpha (T_r - T_g) A} \dots\dots\dots(4)$$

$$\begin{aligned} Q &= -\lambda_m a(x_r) \frac{dT(x_r)}{dx} \\ &= \alpha \int_{x_r}^{x_f} \{T(x) - T_g\} dA(x) \\ &= \alpha (T_r - T_g) \phi A \quad \text{kcal/h m} \quad \dots\dots\dots(5) \end{aligned}$$

ここで,

A : フィン全面積 m²/m

その結果, 第1表に示す8とおりの場合にかんして, 温度分布 $T(x)$, フィン効率 ϕ , および伝熱量 Q などの諸量が求められる.

2.2 厚みの一定な1枚のフィン板 厚みの一定な, うすい一次元のフィン板の場合には, 断面積 $a=$

第1表 伝熱の形態

No	形状	放熱の形態	境界条件
1	板	単純対流	(1)
2	板	"	(2)
3	板	内部発熱と対流	(1)
4	板	"	(2)
5	環	単純対流	(1)
6	環	"	(2)
7	環	内部発熱と対流	(1)
8	環	"	(2)

$2y_b$, 表面積 $A=2x$ で表わされるから, 基本式(1)は次のように表わされる.

$$\frac{d^2 T(x)}{dx^2} = \frac{\alpha}{\lambda_m y_b} \{T(x) - T_g\} - \frac{q_i}{\lambda_m} \dots\dots\dots(6)$$

一方, 境界条件(2), (3)式は次のように変形される.

$$\left. \begin{aligned} x=0 : T(0) &= T_r \\ x=x_f : \frac{dT(x_f)}{dx} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(7)$$

$$\left. \begin{aligned} x=0 : T(0) &= T_r \\ x=x_f : \frac{dT(x_f)}{dx} &= -\frac{\alpha}{\lambda_m} \{T(x_f) - T_g\} \end{aligned} \right\} \dots\dots(8)$$

(6), (7), (8)式を次に示すように無次元化する.

$$\frac{d^2 \theta(X)}{dX^2} = m \{\theta(X) - 1\} - n \dots\dots\dots(9)$$

$$\left. \begin{aligned} X=0 : \theta(0) &= \theta_r \\ X=1 : \frac{d\theta(1)}{dX} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(10)$$

$$\left. \begin{aligned} X=0 : \theta(0) &= \theta_r \\ X=1 : \frac{d\theta(1)}{dX} &= -mh \{\theta(1) - 1\} \end{aligned} \right\} \dots\dots(11)$$

ここで,

$$\left. \begin{aligned} \theta(X) &= \frac{T(x)}{T_g} : \text{無次元温度} \\ X &= \frac{x}{x_f} : \text{無次元長さ} \\ m &= \frac{\alpha x_f^2}{\lambda_m y_b} : \text{対流無次元量} \\ n &= \frac{q_i x_f^2}{\lambda_m T_g} : \text{内部発熱無次元量} \\ h &= \frac{y_b}{x_f} : \text{厚み比} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(12)$$

(9)式を(10), (11)式でとくことにより, 温度分布 $\theta(X)$ が求まる. さらに温度分布 $\theta(X)$ よりフィン効率 ϕ (4), 伝熱量 Q (5) の諸量は次のように変形される.

$$\phi = \frac{\int_0^1 \{\theta(X) - 1\} dX}{\theta_r - 1} \dots\dots\dots(13)$$

$$Q = -\frac{2\lambda_m y_b T_g d\theta(0)}{x_f dX} = \frac{2\lambda_m y_b T_g m \phi (\theta_r - 1)}{x_f} \dots\dots\dots(14)$$

2.3 厚みの一定な1枚のフィン環 厚みの一定な, うすい一次元のフィン環の場合には, 断面積 $a=4\pi r y_b$, 表面積 $A=2\pi(r^2 - r_r^2)$ で表わされるから, 基本式(1)は次のように表わされる.

$$\frac{d^2 T(r)}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dT(r)}{dr} = \frac{\alpha}{\lambda_m y_b} \{T(r) - T_g\} - \frac{q_i}{\lambda_m} \dots\dots\dots(15)$$

一方境界条件(2),(3)式は次のように変形される.

$$\left. \begin{aligned} r=r_r : T(r_r) &= T_r \\ r=r_f : \frac{dT(r_f)}{dr} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(16)$$

$$\left. \begin{aligned} r=r_r : T(r_r) &= T_r \\ r=r_f : \frac{dT(r_f)}{dr} &= -\frac{\alpha}{\lambda_m} \{T(r_f) - T_g\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(17)$$

(15), (16), (17)式を次に示すように無次元化する.

$$\frac{d^2\theta(R)}{dR^2} + \frac{1}{R+\rho} \frac{d\theta(R)}{dR} = m\{\theta(R)-1\} - n \dots\dots\dots(18)$$

$$\left. \begin{aligned} R=0 : \theta(0) &= \theta_r \\ R=1 : \frac{d\theta(1)}{dR} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(19)$$

$$\left. \begin{aligned} R=0 : \theta(0) &= \theta_r \\ R=1 : \frac{d\theta(1)}{dR} &= -mh\{\theta(1)-1\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(20)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} r : \text{半径} & \quad m \\ r_f : \text{フィン先端半径} & \quad m \\ r_r : \text{フィン根本半径} & \quad m \\ R = \frac{r-r_r}{r_f-r_r} : \text{無次元半径} & \\ \theta(R) = \frac{T(R)-T_g}{T_r-T_g} : \text{無次元温度} & \\ \rho = \frac{r_r}{r_f-r_r} : \text{無次元量} & \\ m = \frac{\alpha(r_f-r_r)^2}{\lambda_m y_b} : \text{対流無次元量} & \\ n = \frac{q_i(r_f-r_r)^2}{\lambda_m T_g} : \text{内部発熱無次元量} & \\ h = \frac{y_b}{r_f-r_r} : \text{厚み比} & \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(21)$$

(18)式を(19),(20)式で解くことにより, 温度分布 $\theta(R)$ が求まる. さらに温度分布 $\theta(R)$ より, フィン効率 Φ [(4)式], 放熱量 Q [(5)式], は次のように表わされる.

$$\Phi = \frac{2}{1+2\rho} \frac{\int_0^1 \{\theta(R)-1\} (R+\rho) dR}{(\theta_r-1)} \dots\dots\dots(22)$$

$$\begin{aligned} Q &= -4\pi\lambda_m y_b T_g \frac{r_r}{r_f-r_r} \frac{d\theta(0)}{dR} \\ &= 2\pi(1+2\rho)\lambda_m y_b T_g m(\theta_r-1) \Phi \dots\dots\dots(23) \end{aligned}$$

3. 温度分布とフィン効率の計算結果

第1表に示すように, 8とおりの放熱の形態にもとづいて, 温度分布, フィン効率などの諸量が計算された.

3.1 単純対流フィン板⁽²⁾, (境界条件 1) (9)式

において $n=0$ の場合に相当し, (10)式の境界条件を代入して求めた温度分布 $\theta(X)$, フィン効率 Φ , および放熱量 Q は, Gardner⁽²⁾ により次のように表わされる.

$$\frac{\theta(X)-1}{\theta_r-1} = \frac{T(x)-T_g}{T_r-T_g} = \frac{\cosh\sqrt{m}(1-X)}{\cosh\sqrt{m}} \dots\dots\dots(24)$$

$$\Phi = \frac{\tanh\sqrt{m}}{\sqrt{m}} \dots\dots\dots(25)$$

$$Q = \frac{2\lambda_m y_b T_g}{x_f} \sqrt{m}(\theta_r-1) \tanh\sqrt{m} \dots\dots\dots(26)$$

$m>7$ の場合, フィン効率 Φ は近似的に次のように表わされる.

$$\Phi \approx \frac{1}{\sqrt{m}} \quad (m>7) \dots\dots\dots(27)$$

第1図には, 対流無次元量 m をパラメータとした, フィンの高さ方向にそっての温度分布を示す. 対流無次元量 m が大になるほど, フィン先端への温度降下はいっそう著しくなる.

3.2 単純フィン板の温度分布とフィン効率⁽⁵⁾ (境界条件 1) 先端面より放熱を許す場合には, (9)式に(11)式を代入して解くことができ, すでに, Gröber, Grigull⁽⁵⁾ がその解を求めている. 温度分布, $\frac{\theta-1}{\theta_r-1}$, フィン効率 Φ , 伝熱量 Q は次のように表わされる.

$$\begin{aligned} \frac{\theta(X)-1}{\theta_r-1} &= \frac{\sqrt{mh} \sinh\sqrt{m}(1-X) + \cosh\sqrt{m}(1-X)}{\sqrt{mh} \sinh\sqrt{m} + \cosh\sqrt{m}} \\ &\dots\dots\dots(28) \end{aligned}$$

$$\Phi = \frac{1}{\sqrt{m}} \frac{\sqrt{mh}(\cosh\sqrt{m}-1) + \sinh\sqrt{m}}{\sqrt{mh} \sinh\sqrt{m} + \cosh\sqrt{m}} \dots\dots\dots(29)$$

第1図 単純対流フィン板の温度分布 (境界条件 1)

また, $0.5 < m < 5$ の範囲内では, $\pm 0.5\%$ の範囲内で次に示すような近似式が成立する. ここで Φ_0 は h が零の場合のフィン効率 (25) 式を示す.

$$\Phi = \Phi_0(1 - 0.3h) = \frac{\tanh \sqrt{m}}{\sqrt{m}} \left(1 - 0.3 \frac{y_b}{x_f}\right) \quad \dots\dots\dots (30)$$

放熱量 Q は次のように表わされる.

$$Q = \frac{2\lambda_m T_g y_b (\theta_r - 1)}{x_f} \sqrt{m} \frac{\sqrt{m} h (\cosh \sqrt{m} - 1) + \sinh \sqrt{m}}{\sqrt{m} h \sinh \sqrt{m} + \cosh \sqrt{m}} \quad \dots\dots\dots (31)$$

第2図には, 厚み比 h をパラメータとした対流無次元量 $\sqrt{m}$ とフィン効率の関係を示す. $h=0$ の場合は, (25)式に示すフィン効率 Φ_0 の値に相当する. 図より明らかなように, h が大となり, フィンの厚みが大となるにつれ, 先端面の放熱の影響が無視できなくなり, フィン効率 Φ の値は低下する. なお, Keller, Sommer⁽⁵⁾ の二次元フィンのフィン効率結果と比較すれば, $h=0.125$ 以下で, すなわち, フィン高さの厚みの比が 4:1 以上の値では, 1% 以内で一次元のフィンのフィン効率と一致することが明らかにされた.

3.3 内部発熱を伴う対流フィン板 (境界条件 1) 内部発熱を伴う, うすいフィン板より, 対流で放熱が行なわれる場合の解析については, Minler⁽³⁾ の研究があり, 原子炉燃料要素に使用される Magnox, Be などのフィン付伝熱面が γ 線の加熱により, フィン効率にほとんど影響を与えないことを明らかにしている. しかしながら, Minkler の研究は, 計算がごく限定された範囲にとどまっており, 温度分布, 放熱量などの解が求められていないためにここで計算を行なってみる. (9)式を(10)式に代入して解を求める.

温度分布

$$\frac{\theta(X)-1}{\theta_r-1} = \frac{T(x)-T_g}{T_r-T_g} = \frac{\cosh \sqrt{m}(1-X)}{\cosh \sqrt{m}} + \frac{n}{m(\theta_r-1)} \left(1 - \frac{\cosh \sqrt{m}(1-X)}{\cosh \sqrt{m}}\right) \quad \dots\dots\dots (32)$$

フィン効率

$$\Phi = \frac{\tanh \sqrt{m}}{\sqrt{m}} + \frac{n}{m(\theta_r-1)} \left(1 - \frac{\tanh \sqrt{m}}{\sqrt{m}}\right) \quad \dots\dots\dots (33)$$

放熱量

$$Q = \frac{2\lambda_m y_b T_g (\theta_r - 1)m}{x_f} \left[\frac{\tanh \sqrt{m}}{\sqrt{m}} + \frac{n}{m(\theta_r-1)} \left(1 - \frac{\tanh \sqrt{m}}{\sqrt{m}}\right) \right] \quad \dots\dots\dots (34)$$

第3図には, 内部発熱無次元量 n をパラメータとした対流無次元量 m とフィン効率 Φ との関係を示す. 第1報の⁽¹⁾ 第9図に示すように, $0 < \frac{n}{m(\theta_r-1)} < 1$ の範囲において, n の値の大なるほど, フィン効率 Φ の値は増加する.

3.4 内部発熱を伴う対流フィン板 (境界条件 2) (9)式に境界条件 (11) を代入して諸量が計算される.

第2図 厚み比をパラメータとした単
純対流フィン (境界条件 2)

第3図 内部発熱を伴う対流フィン板
(境界条件 1)

温度分布

$$\frac{\theta(X)-1}{\theta_r-1} = \frac{\frac{nh}{(\theta_r-1)\sqrt{m}} \sinh \sqrt{m} X + \left(1 - \frac{n}{(\theta_r-1)m}\right) \{ \cosh \sqrt{m} (1-X) + \sqrt{m} h \sinh \sqrt{m} (1-X) \}}{\cosh \sqrt{m} + \sqrt{m} h \sinh \sqrt{m}} + \frac{n}{m(\theta_r-1)} \dots (35)$$

フィン効率

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{m}} \frac{\sqrt{m} h (\cosh \sqrt{m} - 1) + \sinh \sqrt{m} - \frac{nh}{m(\theta_r-1)} \{ 2\sqrt{m} h (\cosh \sqrt{m} - 1) + \sinh \sqrt{m} \}}{\cosh \sqrt{m} + \sqrt{m} h \sinh \sqrt{m}} + \frac{n}{m(\theta_r-1)} \dots (36)$$

一方, 放熱量 Q は(36)式を(14)式に代入して求めることができる。

3・5 単純対流フィン環⁽²⁾(境界条件 1) (18)式の中で, $n=0$ の場合であり, 境界条件(19)を代入して, 温度分布などの解が Gardner⁽²⁾ により次に示すように求められている。

温度分布

$$\frac{\theta(R)-1}{\theta_r-1} = \frac{T(r)-T_g}{T_r-T_g} = \frac{I_0\{\sqrt{m}(R+\rho)\} K_1\{\sqrt{m}(1+\rho)\} + K_0\{\sqrt{m}(R+\rho)\} I_1\{\sqrt{m}(1+\rho)\}}{I_0(\sqrt{m}\rho) K_1\{\sqrt{m}(1+\rho)\} + K_0(\sqrt{m}\rho) I_1\{\sqrt{m}(1+\rho)\}} \dots (37)$$

フィン効率

$$\phi = \frac{2\rho}{(1+2\rho)\sqrt{m}} \frac{[I_1\{\sqrt{m}(1+\rho)\} K_1(\sqrt{m}\rho) - I_1(\sqrt{m}\rho) K_1\{\sqrt{m}(1+\rho)\}]}{[I_0(\sqrt{m}\rho) K_1\{\sqrt{m}(1+\rho)\} + K_0(\sqrt{m}\rho) I_1\{\sqrt{m}(1+\rho)\}]} \dots (38)$$

放熱量

$$Q = 4\pi\lambda_m y_b T_g \rho \sqrt{m} (\theta_r - 1) \frac{I_1\{\sqrt{m}(1+\rho)\} K_1(\sqrt{m}\rho) - I_1(\sqrt{m}\rho) K_1\{\sqrt{m}(1+\rho)\}}{I_0(\sqrt{m}\rho) K_1\{\sqrt{m}(1+\rho)\} + K_0(\sqrt{m}\rho) I_1\{\sqrt{m}(1+\rho)\}} \dots (39)$$

ここで, I_0 , I_1 , K_0 , K_1 は 0, 一次の変形ベッセル関数である。

Gardner⁽²⁾ は, 半径比 $\frac{r_f}{r_r} = \frac{1+\rho}{\rho}$ をパラメータとして対流無次元量 m とフィン効率 ϕ との間の関係を図表化している。

3・6 単純対流フィン環 (境界条件 2) (18)式を境界条件(2)でとくことにより, 温度分布などの解が次のように求められた。

温度分布

$$\frac{\theta(R)-1}{\theta_r-1} = \frac{K_0\{\sqrt{m}(R+\rho)\} I_1\{\sqrt{m}(1+\rho)\} + I_0\{\sqrt{m}(R+\rho)\} K_1\{\sqrt{m}(1+\rho)\}}{K_0(\sqrt{m}\rho) I_1\{\sqrt{m}(1+\rho)\} + I_0(\sqrt{m}\rho) K_1\{\sqrt{m}(1+\rho)\}} + \frac{\sqrt{m} h [K_0\{\sqrt{m}(R+\rho)\} I_0\{\sqrt{m}(1+\rho)\} - K_0\{\sqrt{m}(1+\rho)\} I_0\{\sqrt{m}(R+\rho)\}]}{\sqrt{m} h [K_0(\sqrt{m}\rho) I_0\{\sqrt{m}(1+\rho)\} - K_0\{\sqrt{m}(1+\rho)\} I_0(\sqrt{m}\rho)]} \dots (40)$$

第 4 図 対流フィン効率と厚み比の関係 ($\rho=1$) 第 5 図 対流フィン環のフィン効率と厚み比の関係 ($\rho=5$)

フィン効率

$$\Phi = \frac{2(1+\rho)}{(1+2\rho)\sqrt{m}} \frac{\frac{\rho}{1+\rho} [I_1\{\sqrt{m}(1+\rho)\} K_1(\sqrt{m}\rho) - I_1(\sqrt{m}\rho) K_1\{\sqrt{m}(1+\rho)\}] + \sqrt{m}h [I_0\{\sqrt{m}(1+\rho)\} K_1\{\sqrt{m}(1+\rho)\} + K_0\{\sqrt{m}(1+\rho)\} I_1\{\sqrt{m}(1+\rho)\} - \frac{\rho}{1+\rho} [I_0\{\sqrt{m}(1+\rho)\} K_1(\sqrt{m}\rho) + K_0\{\sqrt{m}(1+\rho)\} I_1(\sqrt{m}\rho)]] + \sqrt{m}h [I_0\{\sqrt{m}(1+\rho)\} K_0(\sqrt{m}\rho) - K_0\{\sqrt{m}(1+\rho)\} I_0(\sqrt{m}\rho)]}{I_1\{\sqrt{m}(1+\rho)\} K_0(\sqrt{m}\rho) + K_1\{\sqrt{m}(1+\rho)\} I_0(\sqrt{m}\rho)} \quad (41)$$

また、放熱量 Q は、(41)式で求めたフィン効率を(23)式に代入することにより求めることができる。

第4, 5図は、 $\rho=5, 1$ の場合のフィン効率 Φ と対流無次元量の間の関係を示す。 h の値が大きくなるほど、フィン効率 Φ の値は減少している。

3.7 内部発熱を伴う対流フィン環 (境界条件 1) 基本式(18)に境界条件(19)を代入することにより、温度分布などの諸量は次のように表わすことができる。

温度分布

$$\frac{\theta(R)-1}{\theta_r-1} = \frac{I_0\{\sqrt{m}(R+\rho)\} K_1\{\sqrt{m}(1+\rho)\} + K_0\{\sqrt{m}(R+\rho)\} I_1\{\sqrt{m}(1+\rho)\}}{I_0(\sqrt{m}\rho) K_1\{\sqrt{m}(1+\rho)\} + K_0(\sqrt{m}\rho) I_1\{\sqrt{m}(1+\rho)\}} \left(1 - \frac{n}{m(\theta_r-1)}\right) + \frac{n}{m(\theta_r-1)} \quad (42)$$

$$\text{フィン効率} \quad \Phi = \frac{2\rho}{(1+2\rho)\sqrt{m}} \frac{I_1\{\sqrt{m}(1+\rho)\} K_1(\sqrt{m}\rho) - K_1\{\sqrt{m}(1+\rho)\} I_1(\sqrt{m}\rho)}{I_0(\sqrt{m}\rho) K_1\{\sqrt{m}(1+\rho)\} + K_0(\sqrt{m}\rho) I_1\{\sqrt{m}(1+\rho)\}} \times \left(1 - \frac{n}{m(\theta_r-1)}\right) + \frac{n}{m(\theta_r-1)} \quad (43)$$

放熱量 Q は(43)式のフィン効率を(23)式に代入してえられる。

第6図は、 ρ が 0.333, 1, 1.94 の場合におけるフィン効率 Φ と対流無次元量 $\sqrt{m}$ との間の関係を、内部発熱無次元量をパラメータとして表わしたものである。

3.8 内部発熱を伴うフィン環 (境界条件 2) (18)式に境界条件(20)を代入することにより、温度分布などの諸量は次のように表わされる。

$$\frac{\theta(R)-1}{\theta_r-1} = \frac{\left\{1 - \frac{n}{m(\theta_r-1)}\right\} [K_0\{\sqrt{m}(R+\rho)\} I_1\{\sqrt{m}(1+\rho)\} + I_0\{\sqrt{m}(R+\rho)\} K_1\{\sqrt{m}(1+\rho)\}] + \sqrt{m}h [K_0\{\sqrt{m}(R+\rho)\} I_0\{\sqrt{m}(1+\rho)\} - K_0\{\sqrt{m}(1+\rho)\} I_0\{\sqrt{m}(R+\rho)\}] + \frac{hn}{\sqrt{m}(\theta_r-1)} [I_0(\sqrt{m}\rho) K_0\{\sqrt{m}(R+\rho)\} - I_0\{\sqrt{m}(R+\rho)\} K_0(\sqrt{m}\rho)] + \sqrt{m}h [K_0(\sqrt{m}\rho) I_0\{\sqrt{m}(1+\rho)\} - K_0\{\sqrt{m}(1+\rho)\} I_0(\sqrt{m}\rho)]}{I_1\{\sqrt{m}(1+\rho)\} K_0(\sqrt{m}\rho) + I_0(\sqrt{m}\rho) K_1\{\sqrt{m}(1+\rho)\}} + \frac{n}{m(\theta_r-1)} \quad (44)$$

第6図 内部発熱を伴うフィン環のフィン効率 ($\rho=0.333, 1, 1.97$).

フィン効率

$$\phi = \frac{2\rho}{(1+2\rho)\sqrt{m}} \left\{ \frac{1 - \frac{n}{m(\theta_r-1)}}{\left[\frac{\rho}{1+\rho} [I_1\{\sqrt{m}(1+\rho)\} K_1(\sqrt{m}\rho) - I_1(\sqrt{m}\rho) K_1\{\sqrt{m}(1+\rho)\}] \right]} \right. \\ \left. + \sqrt{m}h \left[\frac{\rho}{1+\rho} [K_1\{\sqrt{m}\rho\} I_0\{\sqrt{m}(1+\rho)\} + K_0(\sqrt{m}\rho) I_1\{\sqrt{m}(1+\rho)\}] \right. \right. \\ \left. \left. - I_0\{\sqrt{m}(1+\rho)\} K_1\{\sqrt{m}(1+\rho)\} - I_1\{\sqrt{m}(1+\rho)\} K_0\{\sqrt{m}(1+\rho)\}] \right] + \frac{nh}{\sqrt{m}(\theta_r-1)} \right. \\ \left. \left[\frac{\rho}{1+\rho} [I_0(\sqrt{m}\rho) K_1(\sqrt{m}\rho) + I_1(\sqrt{m}\rho) K_0(\sqrt{m}\rho)] - I_0(\sqrt{m}\rho) K_1\{\sqrt{m}(1+\rho)\} \right. \right. \\ \left. \left. - I_1\{\sqrt{m}(1+\rho)\} K_0(\sqrt{m}\rho) \right] \right. \\ \left. \left. + \sqrt{m}h [K_0(\sqrt{m}\rho) I_0\{\sqrt{m}(1+\rho)\} - K_0\{\sqrt{m}(1+\rho)\} I_0(\sqrt{m}\rho)] \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{n}{m(\theta_r-1)} \right\} \dots\dots\dots(45)$$

4. 厚み比による伝熱量の影響

3章で求めた結果をもととして、厚み比がフィン面より放熱量に与える影響について検討してみる。一般に、境界条件(2)に示すように、フィン先端より放熱を許す場合には、フィン全面より放熱量 Q_h はフィン効率 ϕ_h を使用して次のように表わすことができる。

$$Q_h = \alpha T_g [A_t \{\theta(1)-1\} + A_f (\theta_r-1) \phi_h] \dots(46)$$

ここで、

 A_f : フィン側面の面積 m^2 A_t : フィン先端面の面積 m^2 ϕ_h : 境界条件(2)の場合のフィン効率

一方、境界条件(1)の場合には、フィン先端で温度の傾斜は0であるから、先端よりの放熱は零である。したがって、放熱量 Q_0 は、次のように表わすことができる。

$$Q_0 = \alpha T_g A_f (\theta_r-1) \phi_0 \dots\dots\dots(47)$$

ここで

 ϕ_0 : 境界条件(1)の場合のフィン効率

(46)式の Q_h は、 A_t/A_f が大きくなると、 $Q_h \approx Q_0$ となる。

したがって、伝熱量 Q_h と Q_0 の比を求めると、

$$\frac{Q_h}{Q_0} = \frac{\phi_h}{\phi_0} + \frac{A_t \{\theta(1)-1\}}{A_f (\theta_r-1) \phi_0} \dots\dots\dots(48)$$

(a) 単純対流フィン板の場合：(48)式に(25)、(29)式を代入することにより伝熱量の比 Q_h/Q_0 は次のように表わされる。

$$\frac{Q_h}{Q_0} = \frac{\phi_h}{\phi_0} + \frac{h}{\phi_0} \frac{\theta(1)-1}{\theta_r-1} \\ = \frac{1}{\tanh \sqrt{m}} \frac{\sqrt{m}h(\cosh \sqrt{m}-1) + \sinh \sqrt{m}}{\sqrt{m}h \sinh \sqrt{m} + \cosh \sqrt{m}} \\ + \frac{\sqrt{m}h}{\tanh \sqrt{m} \{\sqrt{m}h \sinh \sqrt{m} + \cosh \sqrt{m}\}} \\ \dots\dots\dots(49)$$

第7図には、厚み比 h と伝熱量の比 Q_h/Q_0 との間の関係を、 m をパラメータとして求めたものである。図より明らかなように、対流無次元量 m の値が小さければ、厚み比が大きくなっても伝熱量の比 Q_h/Q_0 はほとんど1である。これに対して、 m の値が小さければ伝熱量の比 Q_h/Q_0 は1よりかなり大きくなる。厚み比 h により、伝熱量が10%増加するのはフィン厚さとフィン高さの比が1:3以上の場合であることが明らかになる。

(b) 単純対流フィン環の場合：フィン環の場合(48)式は次のように変形される。

$$\frac{Q_h}{Q_0} = \frac{\phi_h}{\phi_0} + \frac{h}{(1-R_r^2)\phi_0} \frac{\theta(1)-1}{\theta_r-1} \dots\dots\dots(50)$$

 ϕ_0 : (38)式に示すフィン効率 ϕ_h : (41)式に示すフィン効率

第7図 伝熱量の比 Q_h/Q_0 に厚み比のあたえる影響

5. 結 論

(1) 内部発熱を伴う1枚のフィン付伝熱面が、対流で放熱を行なう場合の基本式がみちびかれ、これを無次元化することにより、対流無次元量、内部発熱の無次元量がみちびかれた。

(2) 先端で放熱を許す場合、および放熱を許さない場合の二つの境界条件を適用して基本式を解き、フィン板および環のそれぞれの場合に対する8とおりの温度分布、フィン効率および伝熱量などの厳密解、および近似式が求められ、各種の計算図表が作成された。

(3) 先端より放熱を許した一次元対流フィンのフィン効率と Keller, Sommer⁽⁴⁾ の求めた二次元フィンの効率の結果を比較した結果、フィン高さと厚みの比が4:1以上の値では、フィン効率は1%以内の範囲で一致することが明らかにされた。

(4) フィン先端より放熱を許す場合、境界条件(2)のフィン全面よりの伝熱量 Q_h と、放熱を許さない場合(境界条件1)の放熱量 Q_0 と比較を行なった結果、 $1.1 Q_0 > Q_h > 1.0 Q_0$ の条件を満足するのは、フィン高さと厚みの比が3:1以上のフィンにおいて成立することが明らかにされた。

終りに、本研究にあたりご指導をたまわった、橋主任研究員、鳥飼室長、計算にあたりご協力をお願いした、根小屋真一、小野瀬吉子の両氏に深く感謝する次第である。

文 献

- (1) 岡本, 機械学会論文集, 30-210 (昭 39-2), 267.
- (2) K.A.Gardner, *Trans. ASME*, 67-8 (1945-11), 621.
- (3) W. S. Minkler, *Nucl. Sci. Engng.*, 8-7 (1960-7), 400.
- (4) H. H. Keller & E. V. Sommer, *Trans ASME, Ser. C*, 81 (1959-5), 151.
- (5) U. Grigull, *Fundamental of Heat Transfer*, (1961), McGraw-Hill.

通産省・原子力発電の計画改訂着手

通産省は最近電力各社の原子力発電建設意欲が予想外に強く、またエネルギーの需給見とおしでは今後原子力発電に負うところが大きくなるなどのため現在の原子力開発利用長期計画を改訂しようとしている。長期計画では原子力発電を45年までの前期10年に100万kW、55年までの後期10年で、600万ないし850万kW建設する目標をたてているが、現在の計画では45年には140万kWを越え、55年には1000万kWを越えることになっている。

これらの計画は国際収支の上からも石油に代るエネルギー源として当然実施せねばならず、原子力発電の大幅な増設による長期計画の改訂の必要にせまられている。

さて、通産省がとりまとめている電力各社の発電炉建設計画によると、日本原子力発電をはじめ東京、中部、関西の先発4社のほか、残る6社もことごとく計画を進めており、その計画を総合すると45年には140万kW、50年には400万kWに達し、55年末には1000万kWになることになっている。

これらの計画は先月ジュネーブで開かれた第3回原子力平和利用国際会議で発電コストキロワット時当り4ミルというアメリカのオイスタークリーク発電所(電気出力51万5000kW、沸騰水形)の資料が発表

されたことに刺激され、具体化がいっそう促進されるとみられている。

はっきりした計画については今後産業構造審議会が順次聴取することになっているが、55年までに東京、関西の各社は2号炉、中部電力は3号炉まで建設することになっている。

一方将来のエネルギー需要の見とおしについては経済審議会鉱工業分科会のエネルギー小委員会で手直し作業を進めているが、国際収支のうえからエネルギー源を今までのように石油に求めることは困難となってきた。このためエネルギー源を他に求めなければならず新しい原子力発電が大きく脚光を浴びはじめ、原子力発電長期計画改訂の構想が進められようとしている。

現在の長期計画は35年に策定され、翌36年はじめ原子力委員会で認められ本決まりとなったもの。

昨年産業構造調査会が報告した原子力発電推進の具体策や産業合理化審議会が答申した原子力発電の位置づけなどはいずれも現在の長期計画を前提としているが36年当時のエネルギー需給状況や原子力発電建設技術とは相当大きな開きがあらわれ、加えてジュネーブ会議での明るい見とおしにより、長期計画改訂の公算が大きくなってきたものである。

(服部敏夫)