この曲線より右側に於て、 $k_l' \sim \alpha/\alpha_s$ 曲線は大体直線と観られる。

5. 附 録

(1) キャピテーション係数 k_l' 吾々が提唱したキャピテーション発生に関する係数は、

$$k_l' = (p_l - p_e)/q_e$$

であるが、 p_e 及び q_e は、夫々ノズルの最小断面における値である。それはキャピテーション発生圧を問題としていたので、大体発生箇所における圧力と考へられる p_e を採つたのである。

然るに翼のキャピテーション等に於ては、キャピテーション係数 k_d を流れが翼の影響を受けぬ前方における値を取つて表してゐるから、係数 k_l' も今同様に前方即ちノズルの絞りが始らない広い断面における値 p_e , q_e を採つて表し、これを k_l' とする。即ち、

$$k_l' = (p_e - p_l)/q_e$$

なる係数を以て第1図の結果を表すと、第10図のようになる。

第11図 生長キャピテーションと減縮キャピテーションの大きさとキャピテーション係数 k_d ($t_w = 5^\circ\text{C}$)

第12図 生長キャピテーションと減縮キャピテーションの大きさとキャピテーション係数 k_d ($t_w = 15^\circ\text{C}$)

第13図 生長キャピテーションと減縮キャピテーションの大きさとキャピテーション係数 k_d ($t_w = 25^\circ\text{C}$)

第14図 生長キャピテーションと減縮キャピテーションの大きさとキャピテーション係数 k_d ($t_w = 35^\circ\text{C}$)

やはり k_l' と α/α_s との間には、水温に關せず相似律が成立することは同様である。

(2) λ と k_d 生長キャピテーション並に収縮キャピテーションにおける λ の値は、 p_e に関して表しておいた(第1報)。今 p_e の代りに何等かの一般性がある係数で表すとすれば、これ等は何れもキャピテーション発生後における状態の変化であるから、キャピテーション係数 $k_d = (p_e - p_d)/q_e$ に依て表すのが妥當と考へ

られる。即ち第11~14図に示す通である。

即ちキャピテーション係数 k_d の値が同じときでも空気含有量に依てキャピテーションの大きさは異なることが分る。

終りに臨み、本研究には、日本學術振興會並に近藤記念海事財團の補助を受けたこと、なほ本研究に関しては本学宮城教授の激励を受けたこと、助手角田賢治、和泉勘次兩君の助力を受けたことを列記して茲に謝意を表す。

管内オリフィス及びノズルの流量係数及び抵抗係数の数式表示⁽¹⁾

(昭和12年10月17日 機械學會創立40周年記念學術講演會に於て講演)

正 員 沖

巖⁽²⁾

摘 要

第1に管の途中又は出口にある薄刃円型オリフィスの流量係数、第2にその抵抗係数、第3に管の途中又は出口にあるノズルの流量係数、第4にその抵抗係数をそれぞれ数式に表して管内オリフィス及びノズルの使用を便利にせんとする。

1. 緒 言

オリフィス及びノズルは共に管の途中にあるものを主として考究した。管末にあるものは実用價值頗る大なるに拘らず資料が前者程にはないので充分の研究が出来なかつた。管

の入口にある場合は資料が極めて乏しいのでこの際は全然これに触れないことにした。

管の中を流れるものは水又は圧力差の極く僅少なる空気の場合とする。但し空気の膨脹による修正係数は本學會制定送風機試験規格⁽³⁾第22条によればよい。

(1) Formulation of the Discharge and Resistance Coefficients for Pipe Orifices and Nozzles. (2) Iwao OKI, Member. The Waseda University. 早稲田大学。

(3) 機械學會誌、40, 240, (昭和12-4), 頁265。

2. 管内オリフィスの流量係数

ここに取扱ふ 管内オリフィス はドイツ標準規格 1930 年型管内オリフィス 即ち送風機試験規格⁽⁴⁾ 第 4 図に示す所の円管内に同心に置いた 薄刃円型オリフィス とする。オリフィス 前後の管の長さ、圧力の測定法その他総て規格に指定する所のものによる場合に限るものとする。

(1) オリフィスが管の途中にある場合 管の途中にあるオリフィス の流量公式は流体の膨脹収縮がないものとすれば、

$$Q = \alpha a \sqrt{2gh} \dots\dots\dots(1)$$

Q =流量 m^3/s , g =重力の加速度 $=9.80 \text{ m/s}^2$ ⁽⁵⁾, h =オリフィス直前直後の管壁上の圧力水頭差 m , d , D =オリフィス及び円管の直径 m , $a=(\pi/4)d^2$, $A=(\pi/4)D^2$ =オリフィス 及び円管面積 m^2 , m =面積比 $=a/A=(d/D)^2$.

$$\alpha = \text{流量係数} = c_v \cdot c_e / \sqrt{(1 - c_e^2 m^2)} \dots\dots\dots(2)$$

ここに c_v =オリフィス の速度係数、 c_e =同縮流係数。

ドイツの規格即ち Witte の実験結果⁽⁶⁾によれば規格オリフィスが管の途中にある場合に管壁の粗さの影響がなければレイノルズ数 RD が $2.5 \times 10^5 \times (d/D)^2$ 以上になると流量係数 α の値が一定になり RD に無関係になる。又 α の許容誤差も $\pm 0.5\%$ の程度となる。但し $RD = VD/\nu$, V, D =前出、 ν =流体の運動粘係数、何れも cm, s 単位、送風機試験規格第 7 図に與へられた流量係数 α の値は、即ちこの場合のものである。(管壁の粗さが影響する場合に就ては同規格 22(c) に記載されてあるが、本論文に於てはこの場合に就て論及しないことにした)。規格の流量係数 α の値を 第 1 表に示す。この α と面積比 m との関係は、

$$\alpha = A + Bm + Cm^2$$

の如き二次式で表せる様に思はれる。以前⁽⁷⁾に $A=0.597$ とし係数 B 及び C を第 1 表の m, α に対して最小自乗法で定めその結果、

$$\alpha = 0.597 - 0.011 m + 0.432 m^2 \dots\dots\dots(3)$$

を得た。式 (3) による α の値を α_1 として第 1 表に記入した。これと規格の α との差は表に示す如くかなり小さい。その平均値は、

$$\pm \frac{\sum |\Delta \alpha|}{n} = \pm \frac{0.036}{14} = \pm 0.0026$$

である。この程度で満足出来ないことはないが、尙第 1 表の $\alpha_1 - \alpha$ の値が $m=0.7$ の場合に特別に飛離れて大きいこと

第 1 表 管の途中にある規格オリフィスの流量係数

$m = (d/D)^2$	規格の α	式 (1) の α_1	$\alpha - \alpha_1$	式 (2) の α_2	$\alpha - \alpha_2$
0.05	0.598	0.598	0.000	0.599	-0.001
0.10	0.602	0.600	+0.002	0.602	0.000
0.15	0.608	0.605	+0.003	0.607	+0.001
0.20	0.615	0.612	+0.003	0.613	+0.002
0.25	0.624	0.621	+0.003	0.622	+0.002
0.30	0.634	0.633	+0.001	0.633	+0.001
0.35	0.646	0.646	0.000	0.647	-0.001
0.40	0.661	0.662	-0.001	0.662	-0.001
0.45	0.677	0.680	-0.003	0.679	-0.002
0.50	0.696	0.700	-0.004	0.698	-0.002
0.55	0.717	0.722	-0.005	0.718	-0.001
0.60	0.742	0.746	-0.004	0.741	+0.001
0.65	0.770	0.772	-0.002	0.767	+0.003
0.70	0.806	0.801	+0.005	0.794	+0.012

が気付かれる。そこで次にはこの $m=0.7$ を省いて公式の係数を定めて見た。但し $m=0.7$ と言ふのは管の割合にオリフィスが大きくて実際には余り都合よくないのである。又誤差の分布状態から見て $m=0$ のとき $\alpha=0.598$ とした方がよい様に思はれた (尙精しいことは次の節に譲る)。依て $A=0.598$ とし B 及び C は $m=0.05$ から $m=0.65$ までの規格の α の値に対して最小自乗法で定めその結果、

$$\alpha = 0.598 - 0.003 m + 0.404 m^2 \dots\dots\dots(4)$$

を得た。式 (4) の α を α_2 として第 1 表に記入した。これと規格の α の値との差は同表に示す如く $m=0.65$ 以下では極めて小さい。その平均値は $m=0.7$ を除いて、

$$\pm \frac{\sum |\Delta \alpha|}{n} = \pm \frac{0.018}{13} = \pm 0.0014$$

となり式 (3) の與へる平均誤差の半分である。百分率にすれば約 $\pm 0.2\%$ であつて実用上は殆ど問題にならない程である。因て以後管の途中にある オリフィス の流量係数の公式として実用上の問題には式 (4) を用ふことを奨める。

(2) 管の途中にある オリフィス の更に精密な流量公式 前節に述べた如く規格流量係数は $m=0.7$ の辺で少し大き過ぎると思はれたが果して左様であつた。Witte⁽⁸⁾ は 1934 年に更に精しい実験結果を基にして $m=0.7$ 以上 0.87 に至る間の流量係数

α の値を第 2 表の如く與へた。即ち前には $m=0.7$ の時 0.806 であつたのが今度は 0.804 になつてゐる。

α は式 (2) で分かる様に $m=1$ で無限大になるのであるから前に得た式 (3) 及び (4) は共に m の大きい所に適しないのは當然である。

$m=0$ から $m=1.0$ に亘つて適合する公式を作るためには全然別個の方法で進まなければならない。先づ第一に確めるべきは $m=0$ の時の α の値である。第 1 表に與へた α に於て相隣る α の値の差を $\Delta \alpha$ とし、相隣る $\Delta \alpha$ の差を $\Delta_1 \alpha$

(8) Witte, Neuere Mengengenstrommessungen zur Normung von Düsen und Blenden, Forschung, 5, 5, (1934-9), 205. 1937 年ドイツ規格では $m=0.7$ までの流量係数を與へてゐることは 1930 年規格と変りないがその $m=0.7$ のときの流量係数を $\alpha=0.804$ としてゐる。

(4) 前出脚註 (3), 以後脚註略す。(5) 元の規格を制定したドイツでは $g=9.81 \text{ m/s}^2$ であるがドイツの規格の流量係数 α の値をその儘用ひてもそれがために起る流量の誤差は 0.05% に過ぎない。(6) Witte, Durchflussszahlen von Düsen und Staurändern, Technische Mechanik und Thermodynamik, 1, 1, (1930-1) 34, 或は Regeln für die Durchflussmessung mit genormten Düsen und Blenden, V.D.I. Din. 1952. 以後これを 1930 年ドイツ規格と言ふ。1937 年ドイツ規格によれば流量係数 α が一定になる レイノルズ 数は上に與へられたる値より更に大きく大体の見當で言へば $RD \geq 4 \times 10^5 (d/D)^2$ の程度である。學會の送風機試験規格は 1930 年ドイツ規格に依てゐるのであるからその儘にした。(7) 沖 巖、管の中の流れ口の流量係数、機械學會誌 35, 187, (昭和 7-11), 1116.

第1図 管の途中にあるオリフィスの流量係数 α と面積比 m との関係 (その1)

第2図 管の途中にあるオリフィスの流量係数 α と面積比 m との関係 (その2)

第3図 管の途中にあるオリフィスの流量係数 α と面積比 m との関係 (その3)

として第3表に示して見る。

これによると最初の $\Delta_1\alpha$ は 0.001 で従て最初の $\Delta\alpha$ は 0.003 となる様に思はれる。即ち $m=0$ の時 $\alpha=0.595$ と推定出来る。併し後に組立てる公式に於ては $m=0$ の時 $\alpha=0.596$ とした方が式の中の常数の値が簡単に都合よい。0.595 が真に近いが 0.599 の方が正しいかは別に研究を要することである。

$\alpha=0.596$ も亦 m の函数であつて $m=1$ のとき無限大となる。故に $\alpha=0.596$ は $1/(1-m)$ の函数として表すとよい。即ち、

$$\alpha - 0.596 = \varphi\{1/(1-m)\}$$

これを図に表して見ると第1図のようになる。 $m=0$ で $\alpha=0.596=0$ であるから $1/(1-m)=1$ は $\varphi\{1/(1-m)\}=0$ の一の根である。依て、

$$\alpha - 0.596 = \left(\frac{1}{1-m} - 1\right) \lambda \left(\frac{1}{1-m}\right) = \frac{m}{1-m} F(m)$$

として宜しい。但し $\lambda\{1/(1-m)\}=F(m)$ である。更に、

$$(\alpha - 0.596)(1-m)/m = F(m) = y$$

と置き、この y の値を算出して横座標 m に対して図示して見ると第2図の如く諸点は殆ど一のパラボラ状の曲線の上に並ぶ。而してその頂点は $m=0.5$, $y=0.100$ にあると見られる。併しそれが果してパラボラになるか否かを検するため $m<0.5$ では $Y=-\sqrt{(0.100-y)}$ とし、 $0.5<m$ では $Y=+\sqrt{(0.100-y)}$ として Y を横座標 m に対して図示して見る (この Y の値は第4表に記入してある)。予想の通り第3図の如く諸点は殆ど一直線上に並んだ。図上目測で一直線、

昭和13年2月]

第3表 管途中のオリフィスの面積比 m の小なる場合の流量係数 α

$m=0.05$	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35
$\alpha=0.598$	0.602	0.608	0.615	0.624	0.634	0.646
$\Delta\alpha=0.004$	0.006	0.007	0.009	0.010	0.012	
$\Delta_1\alpha=0.002$	0.001	0.002	0.001	0.002		

第4表 管の途中にある規格オリフィスに対する1934年のWitteの流量係数

$m=(d/l)^2$	Witteの α	$\sqrt{0.100-y}$	式(5)の α	$\Delta\alpha$
0.05	0.598	0.249	0.598	0.000
0.10	0.602	0.214	0.602	0.000
0.15	0.608	0.179	0.608	0.000
0.20	0.615	0.155	0.615	0.000
0.25	0.624	0.127	0.624	0.000
0.30	0.634	0.106	0.634	0.000
0.35	0.646	0.084	0.646	0.000
0.40	0.661	0.050	0.661	0.000
0.45	0.677	0.032	0.677	0.000
0.50	0.696	0.000	0.696	0.000
0.55	0.717	0.032	0.717	0.000
0.60	0.742	0.055	0.742	0.000
0.65	0.770	0.079	0.770	0.000
0.70	0.804	0.105	0.803	+0.001
0.75	0.848	0.127	0.844	+0.004
0.80	0.898	0.155	0.895	+0.003
0.85	0.964	0.187	0.968	-0.004
0.87	1.000	0.200	1.008	-0.008

格では面積比 m の大きくなる程流量係数の公差を大きくしてゐる。

(3) オリフィスが管の出口にある場合 第5表には規格オリフィスが管の出口にあるときの流量係数 α_a の値を示す。この α_a は Stach⁽⁹⁾ の実験結果によるものである。而してこの一定の α_a の値に達するレイノルズ数は送風機試験規格第4表に示されてある。

前記の二の流量係数 α_a 及び α の差を出来る単純な形で

$$\alpha_a - \alpha = 0.030 m^2 \dots \dots \dots (6)$$

と表した。依て式(4)と(6)とで、

$$\alpha_a = 0.598 - 0.003 m + 0.434 m^2 \dots \dots \dots (7)$$

となる。式(7)による α_a の値を第5表に記入した。これ

(9) Stach, Die Beiwerte von Normdüsen und Normblenden in Einlauf und Auslauf, V.D.I., 78, 6 (1934-2-10), 或は前出脚註(3)第7図。

と規格の α_a との差は極めて小さい。尚この規格流量係数 α_a には $\pm 0.8\%$ の許容誤差が附してあるから式 (7) の α_a にはそれ以上の許容誤差を附けなければならぬ。

O'Brien 及び Folsom⁽¹⁰⁾ 両氏は内径 $D=8.10$ in (206mm) の黒皮鉄管の出口に 規格オリフィス と大差ない オリフィスを設けて、これに水を通して実験した、オリフィス上流の直線部の長さ L を $31D$ 及び $20D$ の二種類にして流量係数に及ぼす影響を見た。その結果は第 6 表に示す通りである。尚この外に 6 in 管に就ても実験してゐる。原著者はこれ等の数値に適合させるべき次の如き流量係数の公式、

$$\alpha = 0.60 + 0.40 (d/D)^4 \quad \dots\dots\dots (8)$$

を作つた。この公式の與へる α_a は同氏等の実験結果に大体よく合つてゐる様に見えるが第 5 表に與へられた規格の α_a より可なり小さい。

又 Marks⁽¹¹⁾ が空気で行つた管出口のオリフィス 実験に於ても流量係数は第 5 表の α_a 程に大きくはない。寧ろ第 1 表の管途中のオリフィスの流量係数 α と大差ない有様である。元来管出口のオリフィスの実験資料は充分数多くないので何れが正當であるか今簡単に批判は出来ない。

3. 管内オリフィスの抵抗係数

この場合のオリフィスも円型薄刃オリフィスであるけれども 規格オリフィス とは限らない。古い時代のオリフィスも含まれてゐる。レイノルズ数 との関係も明かでない。

(1) オリフィスが管の途中にある場合 第 4 図は一樣なる内径と充分なる長さをも有する円管の途中にオリフィスを置いた場合の圧力水頭分布の有様を示す。但し、圧力は管壁に垂直に穿つた孔で計る。圧力水頭線上重要な点を挙げれば第 4 図に於てオリフィスの上流で圧力が上昇し始める所を a , オリフィス直前で圧力の最も高い所を b , オリフィス直後の水頭を c , その少し下流で水頭の最も低い所を d , オリフィスから下流に管径の約 5 倍の所で圧力が充分回復した所を e とする。 bc 間の水頭差が式 (1) の h である。測圧点 I を前記 a 点に相當する所から上流に取り、測圧点 II を前記の e 点に相當する所から下流に取るものとする。

そこで L =測圧点 I, II 間の管の長さ m , D =円管内径 m , p_I, p_{II} =測圧点 I, II における圧力 kg/cm^2 , w =圧力 p_I, p_{II} の下における単位体積の流体の重さ kg/m^3 , 但しここでは一定とする。 λ =円管の摩擦係数, V =管内平均流速 m/s , h_l =オリフィスがあるために起る水頭損失で第 4 図に於て測圧点 I, II 間の水頭差 $h_{I, II}$ から摩擦水頭を差引いたものである。それ等の関係は次の式で示される。

(10) O'Brien and Folsom, Modified I.S.A. Orifice with Free discharge, Trans. A.S.M.E., 59, 1, (1937-1), 61. (11) Marks, Square-edged inlet and discharge orifices for measuring air volumes in the testing of fans and flowers, Trans. A.S.M.E., 58, 8, (1936-11), 593.

第 5 表

管の出口にある規格
オリフィスの流量係数

$m = (d/D)^2$	規格 の α_a	式 (7) の α_a	$\Delta\alpha_a$
0.05	0.598	0.599	-0.001
0.10	0.602	0.602	0.000
0.15	0.608	0.607	+0.001
0.20	0.615	0.615	0.000
0.25	0.624	0.624	0.000
0.30	0.636	0.636	0.000
0.35	0.651	0.650	+0.001
0.40	0.666	0.666	0.000
0.45	0.682	0.685	-0.003
0.50	0.701	0.705	-0.004
0.55	0.724	0.728	-0.004
0.60	0.751	0.752	-0.001
0.65	0.784	0.779	+0.004
0.70	0.820	0.809	+0.011

第 7 表

管の途中にある オリフィスの抵抗係数 Weisbach の ζ_w 及び Rankine 公式による ζ_R

m	ζ_w	ζ_R
0.1	225.9	228
0.2	47.77	48.8
0.3	17.51	17.99
0.4	7.801	8.07
0.5	3.753	3.91
0.6	1.796	1.90
0.7	0.797	0.87
0.8	0.290	0.33
0.9	0.060	0.07
1.0	0.000	0.00

第 8 表 管の途中にあるオリフィスの Hughes 及び Safford が與へた抵抗係数

$m = (d/D)^2$	H.S. の ζ	式 (16) の ζ	$\Delta\zeta$
0.1	233	233	0
0.2	49	48.8	0
0.3	18	17.73	0
0.4	8.0	7.98	0.0
0.5	4.0	3.94	+0.1
0.6	2.0	2.01	0.0
0.7	1.0	1.02	0.0
0.8	0.4	0.47	-0.1
0.9	0.2	0.17	0.0
1.0	0.0	0.00	0.0

第 6 表 O'Brien 及び Folsom 氏の管末オリフィスの流量係数

$m = (d/D)^2$	$L/D =$	
	31	20
0.161	0.610	0.612
0.222	—	0.619
0.358	0.646	—
0.438	—	0.672
0.635	0.759	0.766

第 4 図 管の途中にあるオリフィス前後の水頭分布

$$\frac{p_I}{w} + \frac{V^2}{2g} = \frac{p_{II}}{w} + \frac{V^2}{2g} + \lambda \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} + h_l \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$\therefore h_{I, II} = \frac{p_I - p_{II}}{w} = \lambda \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} + h_l \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$\text{而して、} h_l = \zeta \frac{V^2}{2g} \quad \dots\dots\dots (11)$$

と表したとき ζ をオリフィスの抵抗係数と言ふ。

(10) と (11) とにより、

$$h_{I, II} = \left(\lambda \frac{L}{D} + \zeta \right) \frac{V^2}{2g} \quad \dots\dots\dots (12)$$

となる。この式は管路の抵抗を計算するのに必要にして、且本論文の主眼とする所のものである。

抵抗係数 ζ はオリフィスの面積比 $m = (d/D)^2$ の函数であるが、管の途中にある円孔の關いてゐる板の抵抗係数として古くから知られてゐるものである。

Weisbach⁽¹²⁾ は第 7 表に示す所のものを得た。而してオリフィスの縮流係数 c_c と ζ との關係を、

$$\zeta = (1/c_c m - 1)^2 \quad \dots\dots\dots (13)$$

と表した。Rankine⁽¹³⁾ は Weisbach の得た ζ の値に合せするために式 (13) の中の c_c に対して、

$$c_c = \frac{0.618}{\sqrt{1 - 0.618 m}} \quad \dots\dots\dots (14)$$

(12) Weisbach, Lehrbuch der Ingenieur und Maschinen Mechanik, 1, (1875), 1036. (13) Rankine, Civil Engg., (1876), 677.

と言ふ公式を作つた。第7表に示す様に Rankine の式を用ひて得た ζ は Weisbach の実験で得た ζ と非常によく合ふ。併し乍ら前記の計算方法は二段の手数となつて甚だ不便である。そこで著者は次記の如き簡単な表し方を案出した。

Hughes 及び Safford⁽¹⁴⁾ はオリフィスを通るとき流体摩擦と噴流が衝突するときの損失とを考慮してオリフィスの抵抗係数を、

$$\zeta = \left(\frac{1}{c_v m} \right)^2 \left(\frac{1}{c_v^2} - 1 \right) + \left(\frac{1}{c_v m} - 1 \right)^2 \dots \dots \dots (15)$$

と表した。而してオリフィスの速度係数を $c_v = 0.975$ と置き縮流係数 c_c は Freeman の実験結果によるものを用ひた。かくの如くして得た ζ の値は第8表に示されてある。著者はこの計算法が比較的合理的(但し、後になつて速度係数 c_v を一定にすることに就て或る懸念を生じたが)であると考えてこの ζ の値を一の簡単な公式で表して見ることにした。先づ第8表の ζ の値を第5図の様に横座標 $m = (d/D)^2$ に対して記入して曲線を引いて見た。これは $m=0$ で $\zeta=\infty$ となり、 $m=1$ で $\zeta=0$ となる双曲線類似のものである。次ぎに横座標を m の代りに $1/m$ として第6図の如くに表した。これによると $1/m=1$ は ζ =函数 $f(1/m)=0$ の一の根であることが分かる。そこで、

$$\zeta = \left(\frac{1}{m} - 1 \right) \varphi \left(\frac{1}{m} \right)$$

と表して見る。依て表に與へた ζ の値から $\zeta m / (1-m)$ を算出して $1/m$ に対して図示する。これは又意外にも第7図に示す如く一直線に極めて近い分布である。そこでこれを、

$$\zeta / \left(\frac{1}{m} - 1 \right) = a + \frac{b}{m}$$

第9表 管の途中にあるオリフィスの Spitzglass の実験による抵抗係数

$m = (d/D)^2$	Spitzgl. の ζ	式(16) の ζ	$\Delta\zeta$
0.05	989	1015	-26
0.10	232	233	-1
0.15	95.6	95.0	+0.6
0.20	49.6	48.8	+0.8
0.25	28.9	28.3	+0.6
0.30	18.12	17.73	+0.39
0.35	11.91	11.70	+0.21
0.40	8.12	7.98	+0.14
0.45	5.64	5.56	+0.08
0.50	3.96	3.94	+0.02
0.55	2.82	2.81	+0.01
0.60	1.99	2.01	-0.02
0.65	1.39	1.44	-0.05
0.70	0.98	1.02	-0.04

と置いて係数 a 及び b を最小自乗法で定めた。その結果、

$$\zeta = \left(\frac{1}{m} - 1 \right) \left(\frac{2.75}{m} - 1.56 \right) \dots \dots \dots (16)$$

を得た。式(16)による ζ の値を第8表に記入した。與へら

(14) Hughes and Safford, Hydraulics, (1922), 298.

れた ζ の値との差は有効数字の範囲では殆ど零である。

上述の如く定めた抵抗係数 ζ はオリフィスの介入により増加した水頭損失を表すために用ひられるもので、管路全長の摩擦損失はオリフィスの有無に拘らず変らないものとして考へた形である。実際にはオリフィス上流 $1 \sim 1.5D$ から同下流約 $5D$ の所まで、即ち第4図の a 点から e 点に至る間では流れ方が變つてゐて普通の部分にある如き摩擦損失を起してゐるのではない。故に式(10)~(12)の如く考へるのは少し無理である。依て今 ae 間の管長を L' として式(10)及び(12)の代りに、

$$h_{f,u} = \lambda \frac{L-L'}{D} \frac{V^2}{2g} + h_l' \dots \dots \dots (10')$$

$$= \left(\lambda \frac{L-L'}{D} + \zeta' \right) \frac{V^2}{2g} \dots \dots \dots (12')$$

と書き換へてオリフィスの抵抗係数を ζ' としその中に $\overline{ae}$ 間に起る摩擦損失初め全損失を包含させることが出来る。そして $\overline{ae}$ 以外の管長 $L-L'$ の摩擦損失は別に計算する。若し $\overline{ae}$ 間の長さが判明して居ればこの方法も便利である。

前に述べた h_l を求めるにはオリフィスを取付けた場合とそれを取りはづした場合との水頭差を実測せねばならぬか

第5図 管の途中のオリフィスの抵抗係数 ζ と面積比 m との関係 (その1)

第6図 管の途中のオリフィスの抵抗係数 ζ と面積比 m との関係 (その2)

第7図 管の途中のオリフィスの抵抗係数 ζ と面積比 m との関係 (その3)

第10表 生源寺博士の管途中のオリフィスの流量係数 α と抵抗係数 ζ

$m = (d/D)^2$	2 in 眞鍮管		4 in 亜鉛引鉄管	
	α	ζ	α	ζ
0.1	0.606	239	0.601	246
0.2	0.617	51.4	0.615	51.6
0.3	0.637	18.61	0.637	18.61
0.4	0.665	8.24	0.663	8.29
0.5	0.699	4.00	0.695	4.04
0.6	0.746	2.00	0.746	1.96
0.7	0.816	0.96	0.809	0.93
0.8	0.910	0.43	0.910	0.40

ら非常に面倒である。故に実際には h_l' を測り ζ' を算出してそれをオリフィスの抵抗係数としてゐる。後に記述する諸家の実験に於ても悉く左様である。実際使用する管内オリフィスでは面積比 m がそれ程大きくないから抵抗係数の大きい割合に $\lambda L'/D$ が小さく、従て ζ , ζ' の両者は大差ない。併し原則としてはこの ζ と ζ' とは充分明瞭に區別して用ふべきである。

Spitzglass⁽¹⁵⁾ は直径 3 in から 12 in 迄の6種の太さの鋼管に空気を通して管内オリフィスの抵抗を測定した。その抵抗はオリフィス上流 $0.75 \sim 2D$ にある測圧点とオリフィス下流 $4.5D$ にある測圧点との間の水頭差にして式(12)に於て $L=L'= (5.5 \sim 6.5)D$, 或は式(12')に於て $L-L'=0$ としたときの

(15) Spitzglass, Orifice coefficients-Data and results of tests, Mechanical Engg., 45, (1922-7), 343.

$h_{1,u}$ に相當する。普通の鋼管であればこの場合は $\lambda L'/D = 0.1$ 位であるから ζ' を以て ζ としても大した差支はない。そこで Spitzglass の実験結果から $h_{1,u} = \zeta'(V^2/2g)$ を用ひて ζ' を算出しその値を各の $m = (d/D)^2$ に就て平均し ζ として第9表に示した。この平均値 ζ と式 (16) の ζ との値の差は極く僅少である。従て Hughes 及び Safford の與へた ζ ととも差が小さい。

Jakob 及び Kretschmer⁽¹⁶⁾ は内径 254mm 及び 500mm の管の空気を通してドイツ標準規格に略等しいオリフィスの抵抗を測つた。面積比 m の小さい或る一の場合に ζ が少し大きくなつたがその他の場合は大体式 (16) の與へる ζ と大差ないものを得た。

生源寺博士⁽¹⁷⁾ は内径 2 in, 3 in, 4 in の真鍮管及び内径 4 in の亜鉛引鉄管に水を通しオリフィスの精しい実験をした。

その内 2 in の真鍮管と 4 in の鉄管との実験結果を本論文の形式に依て計算し直したものを第 10 表に示す。4 in 鉄管の流量係数は第 1 表に與へられた規格の α に非常に近い。抵抗係数はこの表にあるものも亦 3 in 及び 4 in 真鍮管に対するものも $m = 0.1 \sim 0.3$ の附近に於て式 (16) によ

第 8 図 管の出口にあるオリフィス前後の水頭分布

第 9 図 管末オリフィスの抵抗係数 ζ_a と面積比 m との関係

となる。これと (20) とで次の如く流量係数 α_{a0} を得る。

$$\frac{1}{\alpha_{a0}} = \sqrt{\frac{1}{\alpha_a^2} - 0.45m^2} \quad \dots\dots(23)$$

而して管出口のオリフィス抵抗係数 ζ_a は次の如くに定まる。

$$h_0 = \zeta_a \frac{V^2}{2g} \quad \text{即ち} \quad \zeta = \frac{1}{(\alpha_{a0}m)^2} \quad \dots\dots(24)$$

h_0 の中には a 点からオリフィスに至る間の管の摩擦が含まれてゐる。併しそれは極めて僅少なものであるから省略しても支障へない。故に (17) に於て L' の代りに L を用ひて、

$$h_1 = \zeta_a \frac{V^2}{2g} + \lambda \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} = \left(\zeta_a + \lambda \frac{L}{D} \right) \frac{V^2}{2g} \quad \dots\dots(25)$$

としてもよい。又この方が取扱ひ易い。

第 11 表に式 (24) による ζ_a の値を示し、尙参考のために α_{a0} をも記入した。第 5 表に示した α_a との比較に供する。

式 (24) の抵抗係数 ζ_a の値を既述の管途中にあるオリフィスの抵抗係数 ζ と同様な取扱ひをして見ると、 $\zeta_a m / (1 - m)$ の $1/m$ に対する関係は第 9 図に示す如く殆ど一直線で表される。これに最小自乗法を適用して結局次の如き公式、

$$\zeta_a = \left(\frac{1}{m} - 1 \right) \left(\frac{2.85}{m} + 2 \right) \quad \dots\dots(26)$$

を得た。括弧の中の第二項は最小自乗法では 2.05 と得た

(16) Jakob und Kretschmer, Die Durchflusszahlen von Normaldüsen und Normalstaurändern für Rohrdurchmesser von 100 bis 1 000 mm. Forschungsarbeiten, 311, (1928). (17) 生源寺順、管に設けたる孔の流量係数に就て (水の場合、第 1 報) 九州帝國大学工学部彙報 6, 4, (昭和 6-4), 同上 (水の場合、第 2 報) 同上 10, 5, (昭和 11-2)。

(18) Witte, Die Strömung durch Düsen und Blenden, Forschung, 2, 7, (1931-7), 245, 又は前出脚註 (7). (19) 前出脚註 (17). (20) 柴山信三、管に設けた孔の流量係数に就て、機械学会誌 38, 218, (昭和 10-6)。

が、2.00とした方が実際の ζ_a との差が小さくなる。式 (26) による ζ_a と式 (24) の ζ_a との差は第 11 表に示す如く非常に小さい。Müller⁽²¹⁾ の実験に於てオリフィスを管の出口に置いたものは管内径 $D=81.9$ mm, オリフィス から上流の測圧点までの距離 $L=200$ mm, 即ち $L/D=2.46$ である。ここに摩擦係数 $\lambda=0.02$ とすれば $\lambda L/D=0.05$ である。依て式 (25) により ζ_a を求めるとその値は第 12 表に示すやうになる。

この表を見ると式 (26) が非常に良い式である様に見えるがこれだけで安心することは出来ない。更に数多くの実験結果と比較して見なければならぬ。管路の抵抗を知るためのみならばそれ程精しいものは要らないが、併し出来ればオリフィスの抵抗係数に就てもレイノルツ数の関係や許容誤差の値が判明することが望ましい。

管途中のオリフィスではオリフィス下流に於て流体圧力が或る程度まで恢復する。従て管途中のオリフィスの方が管末オリフィスより抵抗係数が小さい。両者の抵抗係数の差は式 (16) と式 (26) とから、

$$\zeta_a - \zeta = \left(\frac{1}{m} - 1\right) \left(\frac{1}{m} + 3.56\right) \dots (27)$$

となる。この問題に就ては 5. に更に詳説する。

4. 管内 ノズルの流量係数

ここに取扱ふノズルは送風機試験規格第 8 図に示されるものでその流量係数は同第 10 図に示される。これに対する公式を作製して見る。

(1) ノズルが管の途中にある場合 管内ノズルの流量公式はオリフィス同様に、

$$Q = \alpha a \sqrt{2gh}$$

で、流量係数 α はこの場合に縮流係数 $c_v=1$ なるため、

$$\alpha = c_v / \sqrt{1-m^2} \dots (28)$$

となる (式 (2) 参照)。而して規格ノズルの α の値は第 13 表に示される。但し α がこの一定の値になるのは送風機試験規格第 5 表におけるレイノルツ数に達してから後である。

第 13 表の規格流量係数 α の値を用ひて式 (28) の速度係数 c_v の値を算出すると $m=0.05$ のとき $c_v=0.986$ で $m=0.5$ のとき $c_v=0.949$ である。この様に面積比 m の大きい時に速度係数が著しく低下するのは管壁の摩擦が速度分布状態に影響を及ぼすことが大きいからであらう。依て $c_v=m$

第 12 第 Müller の管末
オリフィス 抵抗係数

d mm	$m =$ $(d/D)^2$	実験 の ζ_a	式 (26) の ζ_a
23.4	0.081 6	413	417
43.9	0.288	29.1	29.4
62.3	0.578	5.2	5.1

表 13 第 管の途中にある規
格ノズルの流量係数

$m =$ $(d/D)^2$	規格 の α	式 (29) の α	$\Delta\alpha$
0.05	0.987	0.987	0.000
0.10	0.989	0.989	0.000
0.15	0.993	0.993	0.000
0.20	0.999	0.998	+0.001
0.25	1.006	1.006	0.000
0.30	1.016	1.017	-0.001
0.35	1.029	1.030	-0.001
0.40	1.045	1.046	-0.001
0.45	1.066	1.067	-0.001
0.50	1.096	1.092	+0.004

表 14 第 管の途中にある規
格ノズルの 1934 年に Witte
の與へた流量係数

$m =$ $(d/D)^2$	Witte の α	式 (30) の α	$\Delta\alpha$
0.05	0.987	0.987	0.000
0.10	0.989	0.989	0.000
0.15	0.993	0.993	0.000
0.20	0.999	0.998	+0.001
0.25	1.006	1.006	0.000
0.30	1.016	1.015	+0.001
0.35	1.028	1.028	0.000
0.40	1.041	1.042	-0.001
0.45	1.059	1.060	-0.001
0.50	1.081	1.082	-0.001
0.55	1.108	1.109	-0.001
0.60	1.142	1.140	+0.002
0.65	1.183	1.181	+0.002

の函数 $=f(m)$ と表し従て、

$$\alpha = f(m) / \sqrt{1-m^2}$$

とすればよい。この $f(m)$ 即ち式 (28) の c_v の値により、著者は $0.986-c_v$ と m とが双曲線の関係にあると見なして、

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{1-m^2}} \left(1.071 - \sqrt{0.00723 + \frac{m^2}{30}} \right) \dots (29)$$

なる式を得た。これは $m=0.45$ 以下に於て規格の α の値との差が ± 0.001 に過ぎない。然るに $m=0.5$ の時の差が 0.004 に激増してゐる。規格流量係数がこの時大きく過ぎるのではないかと言ふ疑ひが起る。

正にその通りであつた。1934 年に Witte⁽²²⁾ は規格の流量係数の値は少し大きく過ぎると言つて第 14 表に示す如き新しい流量係数の値を発表した。ここで著者は全然考へ方を変へて新しい α の値と $(1-m^2)^{-1/3}$ との関係を調べて見た。ところがこの両者の差は $m=0.05 \sim 0.65$ の間で僅かに $0.014 \sim 0.020$ の間に変化するのみである。依てその差を m の直線式 $0.0135 + 0.010m$ と表し、

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt[3]{1-m^2}} - (0.0135 + 0.010m) \dots (30)$$

なる式を得た。Witte の新しい流量係数と式 (30) の α との値の差は第 14 表に示す如く $m=0.55$ 以下で ± 0.001 に過ぎない。而して $m=0.60$ 及び 0.65 でも僅かに 0.002 の差である。

(2) ノズルが管の出口にある場合 この場合の流量係数 α_a は第 15 表に示す通りであつてこの様な一定の値になるレイノルツ数は送風機試験規格第 7 表に示さ

れてある。この流量係数 α_a に対して前節と同様な方法で二つの公式を得た。即ち、

$$\alpha_a = \frac{1}{\sqrt{1-m^2}} \left(1.215 - \sqrt{0.0545 + \frac{m^2}{10}} \right) \dots (31)$$

$$\text{及び、} \alpha_a = \frac{1}{\sqrt[3]{1-m^2}} - (0.0180 + 0.0155m) \dots (32)$$

である。式 (31) の α_a の方が規格の α_a により良く合ふことは第 15 表で分かる。併し実用上は何れの式を用ひても宜らしい。

管の途中にある規格ノズルの流量係数には $\pm 0.5\%$ 、管の出口にあるものには $\pm 0.8\%$ の許容誤差が附けられてあるから式 (29) 及び (30) には $\pm 0.5\%$ 以上、式 (31) 及び (32) には $\pm 0.8\%$ 以上の許容誤差を附けるべきである。但し 1937

(21) Müller, Messungen von Gasmengen mit der Drosselscheibe, V.D.I., (1908-2-22), 又は Forschungsarbeiten, 49, (1908), 31.

(22) 前出脚註 (8). 1937 年ドイツ規格では $m=0.65$ までの流量係数を第 14 表その儘に與へてゐる。但し $m=0.25$ のときは $\alpha=1.007$ と訂正してゐる。この結果 $\Delta\alpha=+0.001$ となり都合よくなる。

第 15 表 管の出口にある規格 ノズル の流量係数

$m = (d/D)^2$	規格 の α_a	式 (31) の α_a	$\Delta\alpha_a$	式 (32) の α_a	$\Delta\alpha_a$
0.05	0.982	0.982	0.000	0.982	0.000
0.10	0.984	0.984	0.000	0.984	0.000
0.15	0.987	0.988	-0.001	0.987	0.000
0.20	0.993	0.993	0.000	0.993	0.000
0.25	1.000	1.000	0.000	1.000	0.000
0.30	1.009	1.009	0.000	1.009	0.000
0.35	1.020	1.021	-0.001	1.021	-0.001
0.40	1.036	1.036	0.000	1.036	0.000
0.45	1.054	1.054	0.000	1.053	+0.001
0.50	1.078	1.077	+0.001	1.075	+0.003

第 16 表 管出口にある規格 ノズル の抵抗係数 ζ_a

$m = (d/D)^2$	誘導して得た		式 (33) の ζ_a	$\Delta\zeta_a$
	α_{a0}	ζ_a		
0.05	0.982	414	414	0
0.10	0.986	102.7	102.6	+ 0.1
0.15	0.992	45.1	45.0	+ 0.1
0.20	1.002	24.9	24.8	+ 0.1
0.25	1.015	15.55	15.48	+ 0.07
0.30	1.032	10.47	10.42	+ 0.05
0.35	1.050	7.40	7.38	+ 0.02
0.40	1.078	5.37	5.40	- 0.03
0.45	1.116	3.99	4.04	- 0.05
0.50	1.516	2.99	3.08	- 0.09

年ドイツ規格には面積比 m の大きい程流量係数の公差を大きくしてゐる。

5. 管内 ノズル の抵抗係数

管内 ノズル の抵抗係数 ζ , ζ_a は 3. に於て管内 オリフィス に対して定義したものと全く同様に解釈する。管内 ノズル の上流及び下流の管壁上の圧力分布を測定した人々は少くないと思はれるが、それに関する文献が見當らなかつたので ノズル による圧力水頭損失は次の如く全部規格の流量係数から誘導して求めた。

(1) ノズルが管の出口にある場合 4. (2) の第 15 表に與へられた規格 ノズル の流量係数 α_a は ノズル 直前の管壁上の圧力水頭と ノズル 口外の圧力水頭との差 h を以て式 (18) と同様に流量を表す場合の流量係数である。ノズル 上流の圧力測定点を ノズル から管径の 1~1.5 倍の所に撰んだときその点と ノズル 口外との圧力水頭差を h_0 とすれば、この h_0 を用ひて流量を表すときの流量係数は式 (19) と同様に α_{a0} である。而して h と h_0 との差は Witte⁽²³⁾ の研究に依て オリフィス の場合と同様に、

$$h - h_0 = 0.45 V^2 / 2g$$

である。 V は管内流速である。故に α_{a0} は式 (23) に依て α_a から算出出来る。従て式 (24) により抵抗係数 ζ_a も算出される。かくの如くして得られたる規格 ノズル の α_{a0} 及び ζ_a の値は第 16 表に示される。

第 16 表の ζ_a を数式に表すためには III (2) と全く同様な方法を取る。 $\zeta_a m / (1 - m)$ を算出して $1/m$ との関係を図示して見るとこれ亦殆ど一直線上に諸点が並んだ。これに最小自乗法を應用し尙多少の修正を加へて、

$$\zeta_a = \left(\frac{1}{m} - 1 \right) \left(\frac{1.04}{m} + 1 \right) \dots \dots \dots (33)$$

を得た。與へられた ζ_a と式 (33) の ζ_a との差は第 16 表に示す如く僅少である。

後の計算のためにこの ノズル 内の流体摩擦による損失を算出して見る。管の出口にある ノズル の流量公式は式 (19) と同じ形であるが、この場合には ノズル 出口の縮流係数 $c_v = 1$ なる故に $\alpha_{a0} = c_v / \sqrt{1 - m^2}$ となり ノズル 出口の噴

出速度 $v = Q/a$ による勢力は、

$$\frac{v^2}{2g} = \alpha_{a0}^2 h_0 = \frac{c_v^2}{1 - m^2} h_0$$

ノズル 内の流体摩擦がないと仮定すれば $c_v = 1$ でそのときの噴出速度を v' とすれば、

$$\frac{v'^2}{2g} = \frac{1}{1 - m^2} h_0$$

である。故に ノズル 内の流体摩擦による損失水頭は、

$$\frac{v'^2 - v^2}{2g} = \left(\frac{1}{1 - m^2} - \alpha_{a0}^2 \right) h_0$$

となる。これに (24) 式の関係を用ふれば、

$$\frac{v'^2 - v^2}{2g} = \left(\frac{\zeta_a}{1 - m^2} - \frac{1}{m^2} \right) \frac{V^2}{2g} \dots \dots \dots (34)$$

となる。

(2) ノズル が管の途中にある場合 この場合は ノズル による損失即ちここに言ふ抵抗が二つの部分から成立するものと考へられる。即その一はノズル内の流体摩擦によるもので式 (34) に示す所のものである。

他の一は ノズル 口外の噴流の衝突によるものでこの方は前者より遙かに大きい。速度 v の噴流が低速度 V の流れに衝突する場合には、

$$\frac{(v - V)^2}{2g} \text{ 即ち、 } \frac{V^2}{2g} \left(\frac{1}{m} - 1 \right)^2 \dots \dots \dots (35)$$

の水頭損失が起ると言はれる。

依て管の途中にある ノズル による全損失水頭は (34) と (35) との和で、

$$h_l = \zeta \frac{V^2}{2g} = \left\{ \frac{\zeta_a}{1 - m^2} - \frac{1}{m^2} + \left(\frac{1}{m} - 1 \right)^2 \right\} \frac{V^2}{2g} \\ = \left(\frac{\zeta_a}{1 - m^2} + 1 - \frac{2}{m} \right) \frac{V^2}{2g} \dots \dots \dots (36)$$

$$\therefore \zeta = \frac{\zeta_a}{1 - m^2} + 1 - \frac{2}{m} \dots \dots \dots (37)$$

である。前節に於て規格流量係数 α_a から得た ζ_a の値を式 (37) に用ひて管の途中にある規格 ノズル の抵抗係数 ζ を得る。これを第 17 表に示す。これに対して前同様の方法で

$$\zeta = \left(\frac{1}{m} - 1 \right) \left(\frac{1.04}{m} - 1 \right) \dots \dots \dots (38)$$

(23) 前出脚註 (18)。

を得る。第 17 表に示す如く式 (37) の ζ と式 (38) の ζ とはその値が極めて近い。

ノズルの抵抗は式 (33) 及び (38) に依て分かる通り、管の出口にある場合の方が大きい。その差はこの両式から、

$$\zeta_a - \zeta = 2(1/m - 1) \dots \dots \dots (39)$$

即ち式 (27) で表されたオリフィスの場合のそれよりは小さい。

式 (16) と (33), 或は式 (26) と (38) の差に依て明かなる如く同一の面積比 m に対してはノズルの方がオリフィスよりも抵抗が遙かに小さい。それ故近年流量計としてはノズルが賞用される。尚一層圧力の損失を少なくするためにノズルの口外に廣がる管を取附けて排出速度を低下し衝突による損失を小さくする様にしたものがある。丁度短縮したるエンチュリ管と言ふ形のものである。

今迄記述した所を見ると管内オリフィス及びノズルの抵抗係数が管の途中にある場合には、

$$\zeta = (1/m - 1)(a'/m - b)$$

又管の出口にある場合には、

$$\zeta_a = (1/m - 1)(a'/m + b')$$

の形となつてゐる。これは全然偶然のことではない。

先づノズルの場合を考へるにノズルが管の途中にあるときの損失水頭 h_l は流体が噴出する迄に受ける摩擦損失と口外の噴流衝突とからなる。故に、

$$h_l = f \frac{v^2}{2g} + \frac{(v - V)^2}{2g}$$

v は噴出速度、 f は摩擦係数である。 f が省略されれば、

$$h_l = \frac{V^2}{2g} \left(\frac{v}{V} - 1 \right)^2 = \frac{V^2}{2g} \left(\frac{1}{m} - 1 \right)^2$$

$$\therefore \zeta = \left(\frac{1}{m} - 1 \right)^2 = \left(\frac{1}{m} - 1 \right) \left(\frac{1}{m} - 1 \right)$$

である。又ノズルが管の出口にあるときはノズルの所要圧力水頭 h_0 は、

$$h_0 = f \frac{v^2}{2g} + \frac{v^2}{2g} - \frac{V^2}{2g} = \frac{V^2}{2g} \left(1 + \frac{1}{m^2} - 1 \right)$$

f を省略すれば抵抗係数 ζ_a は、

$$\zeta_a = \frac{1}{m^2} - 1 = \left(\frac{1}{m} - 1 \right) \left(\frac{1}{m} + 1 \right)$$

而して式 (33) 及び (38) では $a = a' = 1.04$, $b = -1$, $b' = 1$ であつて上の両式に極めて酷似してゐる。

オリフィスの場合には噴流の収縮があるために a , b , a' , b' が変はるのは當然であるが a , a' , b' が正で b が負であるのはノズルの場合と同じく大に注目すべき事柄である。

6. 結 言

本論文に於て得た公式を集めて見る。

総てこれ等の公式が最も良いと言ふのではない。更に簡潔で誤差のより小なる公式の製作されることを望む。式 (26), (33), (38) は実験に依て直接に確められなければならない。又

昭和 13 年 2 月]

流 量 係 数

種類	位置	公 式	式 番号
オリフィス	途中	$\alpha = 0.597 - 0.011 m + 0.432 m^2$	(3)
		$\alpha = 0.598 - 0.003 m + 0.404 m^2$	(4)
		$\alpha = 0.596 + \frac{m}{1-m} \{0.100 - 0.28(0.50 - m)^2\}$	(5)
	出口	$\alpha_a = 0.598 - 0.003 m + 0.434 m^2$	(7)
ノズル	途中	$\alpha = \frac{1}{\sqrt{1-m^2}} \left(1.071 - \sqrt{0.00723 + \frac{m^2}{30}} \right)$	(29)
		$\alpha = \frac{1}{\sqrt{1+m^2}} - (0.0135 + 0.010 m)$	(30)
	出口	$\alpha_a = \frac{1}{\sqrt{1+m^2}} \left(1.215 - \sqrt{0.0545 + \frac{m^2}{10}} \right)$	(31)
		$\alpha_a = \frac{1}{\sqrt{1-m^2}} - (0.018 + 0.0155 m)$	(32)

抵 抗 係 数

種類	位置	公 式	式 番号
オリフィス	途中	$\zeta = \left(\frac{1}{m} - 1 \right) \left(\frac{2.75}{m} - 1.56 \right)$	(16)
	出口	$\zeta_a = \left(\frac{1}{m} - 1 \right) \left(\frac{2.85}{m} + 2 \right)$	(26)
ノズル	途中	$\zeta = \left(\frac{1}{m} - 1 \right) \left(\frac{1.04}{m} - 1 \right)$	(38)
	出口	$\zeta_a = \left(\frac{1}{m} - 1 \right) \left(\frac{1.04}{m} + 1 \right)$	(33)

管の出口にあるオリフィス及びノズルの流量公式もその実験資料に不充分なる点がある。かくして幾多の研究すべき問題は将来に残されてゐるのである。唯本論文に依て得たものは第1に簡單なる代数函数の應用に依て可なり精密な公式が得られることと、第2には適當な公式を作ることによって実験結果中の誤謬を発見し得ることを明かにしたことにある。例へば脚註 (22) の所で述べた様に 1934 年の論文では $m = 0.25$ の時 $\alpha = 1.006$ としてあつて 4α が小さ過ぎると思はれてゐたのが 1937 年ドイツ規格では $\alpha = 1.007$ と訂正されて 4α の分布が順當になつた。これに依て公式 (30) は相當に優良であると言ふ自信を得た。

1937 年に改訂出版されたドイツの管内オリフィス及びノズル規格は著者が本論文原稿完成後に入手したので本文はその儘として置いた。又學會の送風機試験規格が 1930 年ドイツ規格を基にしてゐるのでなるべくそれを基として論じたのである。併し本論文に説く所は直ちに 1937 年ドイツ規格に適用し得ることはそれぞれの必要個所における脚註を見れば明かである。

終りに本論文を草するに當り計算及び諸種の手傳をなし呉れた早稲田大学水力実験室勤務末長正雄君その他の諸君に厚く禮を述べる。