液体微粒化の実験

(第3報、噴霧流内の粒の大きさの分布に就て)⁽¹⁾

(昭和13年4月10日 第15期定時総会講演會に於て講演)

正員 拔山 四郎⁽²⁾

正員 棚澤 泰⁽³⁾

摘 要

液体を霧化した場合、微小液滴の大きさは一様でなく、大小無数の粒が入り混つてゐるのが普通である。本報告では既報の水を高速気流で微粒化した場合の粒の大きさの分布を実験式で表はし、粒の大きさは全く不規則に分布してゐるものか、又は或種の分布法則に従ふものを吟味した。

その結果粒径が $(x-\Delta x/2) \sim (x+\Delta x/2)$ の間にある粒数 dn は総て $dn = a \cdot x^p \exp(-b \cdot x^q) \cdot dx$ の形の実験式で示され、水量に対して空気が充分あり而もかなり高速の場合は $p=2, q=1$ となることを知つた。即ち総粒数を n とすれば $dn = 0.5nb^2x^2 \exp(-b \cdot x) \cdot dx$ で表はされ、実験常数 b だけの函数となる。空気が不充分で且低速の場合は $p=2, q<1$ の形となるが、何れにしても $p=0 \sim 2, q=2$ の所謂誤差曲線(確率曲線)とはならない。

1. 本報告の目的

第1報⁽⁴⁾及び第2報⁽⁵⁾で第1図のやうな水流が(2)の圧縮空気に依て気孔(3)の所で吹千切られて噴霧流になった時、噴霧流の粒径が何に依

て変わるかを述べた。即ち平均粒径は主として水量 Q_w に対する空気使用量 Q_a と水速 v_w と気速 v_a 間の相対速度 $v (=v_a - v_w)$ の二つに依て定まり、水孔、気孔の形、大きさには本質的に左右されぬことを知つた。

これ等の結果を導くため噴霧流内或個所 ρ での粒の顕微鏡写真(第2図)を数多撮つたが、図で明かなやうに粒の大きさは一様でなく大小無数の粒が入り混つてゐる。

本報告ではこの種の写真を元として粒の大きさの分布を調べ、全く不規則に分布してゐるものか、又は或種の分布法則に従ひ簡単な実験式で表はせるかどうかを吟味した。従て噴霧流内の粒の大きさの分布と云つても、噴霧流の中央と端では平均粒径が如何程違ふかと云ふやうなことを問題にしたのではなく、噴霧流内の任意の点 ρ 附近の粒の大小の入り混り方を取扱つたものである。

第1図 噴霧孔

第2図 粒の顕微鏡写真 No. 874

第3図 粒度分布曲線の一例

2. 実験式の選定

第2図のやうな大小の粒の分布を示すには縦軸に粒数、横軸に粒径を採つ

た第3図のやうな分布曲線(頻度曲線とも云ふ)が従来使はれて来たが、図示上便利であるので、やはりこの曲線を元としてその実験式を作り数量的に分布状態を求めることとする。

噴霧流内の任意の一点附近の粒の大きさを測り、粒径が $(x-\Delta x/2)$ と $(x+\Delta x/2)$ の間にある粒数を Δn とすれば

$$\Delta n = f(x, \Delta x) \dots \dots \dots (1)$$

である。 Δx を充分小に採れば Δn は Δx に比例し

$$dn = f(x)dx \quad \text{即ち} \quad dn/dx = f(x) \dots \dots \dots (2)$$

となる。縦軸に粒径に対する粒数の変化率 dn/dx (以下簡単に粒数と呼ぶ。縦軸に粒数として dn を採用してゐる書物があるが適當でない) を、横軸に粒径 x を採れば、 dn は第3

(1) An Experiment on the Atomization of Liquid, (3rd Report, On the Distribution of the Size of Droplets).

(2) Shirō NUKIYAMA, Member. The Tōhoku Imperial University. 東北帝国大学。

(3) Yasuji TANASAWA, Member. The Tōhoku Imperial University. 東北帝国大学。

(4) 拔山四郎、棚澤 泰、機械学会論文、4, 14, (昭13-2), 86. (5) 拔山四郎、棚澤 泰、機械学会論文、4, 15, (昭13-5), 138.

図の影線で示した面積で示され、分布は分布函数 $f(x)$ の曲線で表はされる。

$f(x)$ の形を理論上論じたものは少なくないが、実験結果から逆に求めるには非常に多数の正確な実験結果を必要とするため実際の形は余り知られていない。

G. Martin 氏⁶⁾ は粉碎の研究のため主として石英砂を試料として

$$dn/dx = f(x) = a \exp(-b) \dots (3)$$

即ち x が等差的に減るに連れ、 dn/dx は等比的に増すとした。

その後 H. Heywood 氏⁷⁾ は (3) 式を改良し、尚微粉炭に就き実験を繰返して $f(x) = a \exp(-bx^q)$, $q < 1$ (4) としたが、径 10μ 以下の微粉の分布は測定困難なため明らかでない。液体微粒分布に関する文献は二三図示したもの以外に殆ど見当たらないが、唯藤田駿氏⁸⁾ は無気噴油に対して

$$f(x) = ax^2 \exp(-bx^2) \dots (5)$$

の式を提案している。然しこれも充分の理論及び実験的根拠は無く今後の研究に待つものと思はれる。

筆者は (3), (4), (5) 式を斟酌し、実験結果を色々整理した結果から逆に先づ (3), (4), (5) 式を含む

$$f(x) = ax^{-p} \exp(-bx^q) \dots (6)$$

即ち $dn = ax^{-p} \exp(-bx^q) \cdot dx$

の式を採用した。茲に a, b, p, q は実験定数である。(6) 式の曲線の形の一例は第 3 図のやうで極大値 x_m 、彎曲点 x_i は

$$x_m = (p/qb)^{1/q} \dots (7)$$

$$x_i = \left[\frac{\{(2p+q-1) \pm \sqrt{(2p+q-1)^2 - 4p(p-1)}\}}{2bq} \right]^{1/q} \dots (8)$$

で與へられる。若し実験結果が (6) を満足させれば、直径と粒数を主とした平均粒径 $\bar{d}$ は $x=0 \rightarrow \infty$ に対して

$$\bar{d} = \frac{\int x \cdot dn}{\int dn} = \frac{1}{b^{1/q}} \cdot \frac{\Gamma\{(p+2)/q\}}{\Gamma\{(p+1)/q\}} \dots (9)$$

表面積と容積を主とした平均粒径 d_0 は

$$d_0 = \frac{\int x^3 \cdot dn}{\int x^2 \cdot dn} = \frac{1}{b^{1/q}} \cdot \frac{\Gamma\{(p+4)/q\}}{\Gamma\{(p+3)/q\}} \dots (10)$$

となる。尚 $\bar{d}$ を基とした不均齊さ f は⁹⁾

$$f^2 = \frac{1}{n} \int \left(\frac{x-\bar{d}}{\bar{d}} \right)^2 dn = \frac{\Gamma\{(p+3)/q\} \Gamma\{(p+1)/q\}}{\Gamma^2\{(p+2)/q\}} - 1 \dots (11)$$

となり、均斉係数 $k\%$ は

$$k = 100 \sqrt{f} \dots (12)$$

で與へられる。一般に p が大、 q が小となれば k は小となる。

実験式として (6) 式を採用すると $x=\infty$ の粒もある事になる。所が実際の噴霧では水流と气流間の安定の関係で x の最大値には或極限があり (6) 式は不合理に見えるが、 x^p に較べて $\exp(-bx^q)$ は x の大きい所で桁違ひに小さく實際上問題にならない。又最大粒径を求める必要がある場合でも総粒数約 1000 個位の分布曲線から粒数が 1 個又は数個の大きい粒の直径を求めてこれを最大粒径と見做せば良いから、 x が或最大値で a が 0 となるやうな複雑な式に変へる必要はないと思はれる。

3. 実験定数の決定法

実験結果が (6) 式で表はされるならば $\log_{10}(1/x^p)(dn/dx)$ を縦軸に、 x^q を横軸に採れば実験点は或直線に乗り、 a は $x=0$ での $(1/x^p) \times (dn/dx)$ の値を、 b は直線の勾配を示す。

a は顕微鏡写真中に表はれた総粒数 n と

$$a = n \cdot q \cdot b^{(p+1)/q} / \Gamma\left(\frac{p+1}{q}\right) \dots (13)$$

の関係があり、平均粒径や分布状態が等しくとも、総数 n が違へば変つてくる定数で真に分布状態を示す常数ではない。

p は主として $x \approx 0$ 附近の粒の大きさ分布に関するもので、写真を見ても $x < 5\mu$ 以下の粒は少なく、大体第 3 図のやうな分布曲線になるから彎曲点 x_i は 2 個あり、 $p \geq 2$ であることが予想出来る。但し $x < 5\mu$ 程度の極微小な粒を厳密に検査するのはかなり困難で、既報の写真中には余り数多く見掛けなが噴霧流中に実在しないのか、蒸発又はシャッターの作用のため写真に表はれないのか真相は明らかでない。従て極微小粒の部分に対する分布は目下稍疑問で今後の研究に待つこととする。 q は x の最大値附近の分布に関するも

第 4 図 噴霧流中心線上の粒度分布

第 5 図 噴霧流横方向の粒度分布

第 6 図 流量比の影響

6) G. Martin, Trans. Ceramic Soc., 23, (1923-4), 61.

7) H. Heywood, Instn. Mech. Engr., 125, (1933-12-15), 383.

8) 藤田 駿、機械学会誌, 39, 236, (昭 11-12), 679.

9) 附記参照。

ので、 q が大なる程分布は均一である。

今迄撮つた 50 倍の顕微鏡写真を 100 倍に引伸してプロマイド紙に撮り、0.5 mm 目盛の薄硝子製尺度を當て、粒径を測り、粒径と粒数の関係を求め、 a, b, p, q の値を決定した。

引伸しの際方眼紙を写した原板を投影して、引伸用衝立上に焦点を合せると同時に、収差による寸法変化は殆どないことを確めた。

粒径は $d_r = 10\mu$ として四捨五入法で求め、例へば $15\mu \sim 25\mu$ の粒を 20μ とし、 $25\mu \sim 35\mu$ の粒を 30μ の粒に数へた。

分布曲線が求まつた後 $p = 0, 1, 2, 3$ として q を 0~2 間で種々に變へて $\log_{10}(1/v^p)(dn/dv) \sim v^{-q}$ 図上で実験点が直線上に乗るかどうかを調べた。 $p=2$ とすれば q を適當に採れば直線上に乗るが、 p が他の値では q を變へてもうまくなく、(6) 式が適用されない。即ち実験式として (6) 式を採用する以上は、彎曲点を二つ持つ点、実験点がよく直線上に乗ることから、 $p=2$ とすれば良いことを知つた。

4. 実験定数の値

取敢へず空気噴霧に就ての実験結果約 1000 の内から勝手に 50 程の結果を選んで分布曲線を求め、実験定数 a, b, p, q の値を定め、特に會誌に発表した写真に就てはその内二三を選んで第 4~9 図に示した。

(1) 容積流量比 $Q_a/Q_w > 5000$, 相対速度 $v > 180$ m/s の場合 水流を同方向に流れる高速気流で吹千切つた噴霧流中の微粒の平均径は空気と水との流量比 Q_a/Q_w , 相対速度 v の二つで定まるが、 $Q_a/Q_w > 5000$ 程度となると Q_a/Q_w の影響はなくなる。第 4 図は薄双気孔を使つた時噴霧流の中心線上での粒の大きさの分布を調べたもので、 $\log_{10}(1/v^2) \times (dn/dv) \sim v$ 図上で、中心線上各点の分布はどれも直線となり、 $p=2, q=1$ である。

昭和 14 年 2 月]

平均粒径は b の値で定まり、 $b=0.23, 0.25, 0.26, 0.28$ で大体同程度のものである。 a は色々の値を採つてゐるが、前に述べたやうに写真内に表はれた総粒数に依て変り意味のある

常数ではない。

第 5 図は細まり気孔を使つて噴霧流横方向の粒度分布を測つた一例で、 $p=2, q=1$ である。 $b=0.21, 0.21, 0.25$ で端に近付けば粒径が小さいことを示す。

以上に依て気孔形に拘らず、噴霧流内の任意の一点で粒度分布が $p=2, q=1$ の形であるならば、粒数が僅かなため統計が採れないやうな極端な点を除いて、他の部分も総て $p=2, q=1$ の形となる

ことが分かる。

第 6 図は薄双気孔で相対速度 v を一定に保ち、流量比 Q_a/Q_w を變へた場合の粒度分布の一例で、 $Q_a/Q_w > 5000$ なら $p=2, q=1$ である。

第 7 図及び第 8 図は細まり気孔で、流量比 $Q_a/Q_w > 5000$ として、相対速度 v を變へた場合で、 330 m/s $> v > 180$ m/s 程度では $p=2, q=1$ の形である。 b は v に連れて變つてゐる。

結局何れにしても $p=2, q=1$ の形で、 μ を単位とした粒度分布の実験式は、 n を写真に表はれた総粒数とすれば

$$dn = 0.5nb^3 v^{-2} \exp(-bv) \cdot dv \quad \dots\dots\dots(14)$$

となり、分布は b だけで定まる。 b は主として液体の密度、表面張力⁽¹⁰⁾、空氣の密度、相対速度に左右され、水流を略大気圧の空氣流で吹千切つたやうな場合には相対速度だけに影響される。

b が分れば分布曲線の極大値は $x_m = 2/b$ の粒径にあり、その値は $(dn/dv)_m = 0.27b$ である。

彎曲点は、 $x_i = 3.414/b$ 及び $0.586/b$,

普通の意味の平均粒径 $\bar{d} = 3/b$,

比表面積を主とした平均粒径 $d_0 = 5/b$,

(10) 第 4 報参照。

第 7 図 相対速度の影響

第 8 図 相対速度の影響

第 9 図 相対速度の影響

粒の不均一さ $f=0.577$ 、粒の大きさの均斉係数 $k=56\%$ の諸式から色々な量が計算出来る。

(2) $Q_a/Q_w < 5000$ 又は $v < 180 \text{ m/s}$ の場合 第 6 図

点線 (2) は v を一定にして Q_a/Q_w を小にした時、第 9 図点線 (3) は $Q_a/Q_w > 5000$ で、 v を 180 m/s 以下とした一例で、何れも $p=2, q<1$ となり均斉係数 k は小となる。然しこれ等の上反りの曲線も横軸として粒径 x の代りに、 $x^q (q<1)$ を使えば直線となる。例へば第 8 図は 細まり気孔 に就て $v < 180 \text{ m/s}$ とした時であるが、横軸に x を採れば上反り曲線となるが、 $x^{0.5}$ とすれば直線となり実験式 (6) に含まれる。

即ちこの場合は $p=2, q<1$ の形となり、粒度分布は

$$dn = \{nq/\Gamma(3/q)\} \cdot b^3 a \cdot x^2 \exp(-bx^q) \cdot dx \quad (15)$$

で表はされる。

5. 結 論

この種の実験式を導くには数多くの正確な

相対速度 v も大きければ影響はない。

3. 従て普通の平均粒径 $\bar{d}$ と比表面積を主とした平均粒径 d_0 の比は 3/5 となり、分布曲線は実験常数 b の如何に

依て第 10 図 (1), (2), (3) のやうになる。一般に (3) の曲線の方が (1) に較べて均斉であるやうに思はれてゐるが、(11), (12) の定義に従へば、均斉係数 k は何れも 56% で一定である。

4. 微粒化する水量 Q_w が興へられれば一般式 (16) は

$$dn = \frac{6}{\pi} \cdot qb \left(\frac{p+4}{q}\right) \cdot \frac{Q_w}{\Gamma\{(p+4)/q\}} \cdot x^p \exp(-bx^q) \cdot dx \quad (17)$$

となり、総粒数 n は

$$n = \frac{6}{\pi} \cdot b^{3/q} \cdot \frac{\Gamma\{(p+1)/q\}}{\Gamma\{(p+4)/q\}} Q_w \quad (18)$$

となる。 $p=2, q=1$ なら

$$dn = (1/20) \cdot \pi \cdot b^3 \cdot Q_w \cdot x^2 \exp(-bx) \cdot dx \quad (19)$$

$$n = (1/10) \cdot \pi \cdot b^3 \cdot Q_w \quad (20)$$

である。例へば $Q_w = 1 \text{ cm}^3/\text{s} = 10^{12} \text{ } \mu^3/\text{s}$, $b=0.2$ なら $n=2.55 \times 10^8$ 個で、一般に毎秒何億といふ夥しい水粒が噴出される。

第 10 図 粒度分布曲線の形

第 11 図 平均粒径の表はし方

第 12 図 (A) 粒の直径平均を基とした均斉係数

第 12 図 (B) 粒の表面積平均を基とした均斉係数

第 12 図 (C) 粒の容積平均を基とした均斉係数

実験結果を必要とするが、取敢へず既報の空気噴霧に就ての実験結果から勝手に 50 程の結果を選んで曲線に表はして見た。従て求めた粒度分布は水流を同方向に流れる高速気流で吹千切つた場合に適用出来る。

1. 粒径が $(v-dv/2) \sim (v+dv/2)$ の粒数 dn で噴霧流中の粒度分布を表はすこととし、

$$dn = a \cdot v^p \exp(-bv^q) \cdot dv \quad (16)$$

と置いて、実験式の常数 a, b, p, q を定めた。結果から考へて粒度分布は例外無く (16) 式中に含まれることを知つた。

2. 水量 Q_w に対しては空気量 Q_a を充分に大にすれば、粒度分布は $p=2, q=1$ とした極簡単な (14) 式で興へられ、気孔形や噴霧流中の位置に無関係である。又空気と水流間の

5. 空気量、相対速度が小になると大粒が残る、実験式は (16) で $p=2, q<1$ の形となり均斉係数 k は小になる。

本研究費の一部は學術振興會、服部報公會、豊田自動車工業株式會社よりの援助により、実験は島津勝次郎君の助力による。

附記 均斉係数の定義に就て

固体の粉碎、液体の微粒化等の効果を判定するには容積を表面積で除した所謂比容積を主とした平均直径以外に大小の破片又は粒の混合状態を示す適當な係数を定義して置く必要がある。本報告で述べた分布曲線又は実験式も混合状態を表はすのに役立つが、実用上必ずしも便利ではない。

混合状態を示す均斉係数は簡単に計算出来る無名数であつて百分率で示されるやうなものが望ましい。然し均斉さを直接定義するのは困難であるから、その逆の不揃さを考へて見る。

不揃ひさは或標準の大きさ即ち半径直径から各粒がどの程度懸離れてゐるかで示せば良いが、粒径の散り方を主とするか、表面積か、容積か等によつて色々の表し方が出て来る。

第 11 図のやうに粒径 $(x-\Delta x/2) \sim (x+\Delta x/2)$ の粒が Δn 個ある時平均粒径 d 及び平均粒数 n として (A), (B) 図の粒数、直径の総和を等しいとした

$$d_1 = \Sigma x \cdot \Delta n / \Sigma \Delta n, \quad n_1 = \Sigma n \quad (1)$$

粒数、表面積の総和を等しいとした

$$d_2^2 = \Sigma x^2 \cdot \Delta n / \Sigma \Delta n, \quad n_2 = \Sigma \Delta n \quad (2)$$

粒数、容積の総和を等しいとした

$$d_3^3 = \Sigma x^3 \cdot \Delta n / \Sigma \Delta n, \quad n_3 = \Sigma \Delta n \quad (3)$$

直径、表面積の総和を等しいとした

$$d_4 = \Sigma x^2 \cdot \Delta n / \Sigma x \cdot \Delta n, \quad n_4 = \frac{\Sigma x \cdot \Delta n}{d_4} = \frac{\Sigma x^2 \cdot \Delta n}{d_4^2} \quad (4)$$

直径、容積の総和を等しいとした

$$d_5^2 = \Sigma x^3 \cdot \Delta n / \Sigma x \cdot \Delta n, \quad n_5 = \frac{\Sigma x \cdot \Delta n}{d_5} = \frac{\Sigma x^3 \cdot \Delta n}{d_5^3} \quad (5)$$

表面積、容積の総和を等しいとした

$$d_6 = \Sigma x^3 \cdot \Delta n / \Sigma x^2 \cdot \Delta n, \quad n_6 = \frac{\Sigma x^2 \cdot \Delta n}{d_6^2} = \frac{\Sigma x^3 \cdot \Delta n}{d_6^3} \quad (6)$$

の六つが考へられることは前報で屢述べた。(1), (2), (3) では実際の粒数と平均係数とは等しいから、両方の粒を一つ宛対照して、不揃さは

$$\text{粒径を主とした} \quad f_1' = \frac{1}{n} \sum \left| \frac{x-d_1}{d_1} \right| \Delta n \quad (7)'$$

$$\text{表面積を主とした} \quad f_2' = \frac{1}{n} \sum \left| \frac{x^2-d_2^2}{d_2^2} \right| \Delta n \quad (8)'$$

$$\text{容積を主とした} \quad f_3' = \frac{1}{n} \sum \left| \frac{x^3-d_3^3}{d_3^3} \right| \Delta n \quad (9)'$$

の諸式で表はされる。然し実際の計算で絶対値を採ることは一般に困難であるから、自乗して

$$f_1^2 = \frac{1}{n} \sum \left(\frac{x-d_1}{d_1} \right)^2 \cdot \Delta n \quad (7)$$

$$f_2^2 = \frac{1}{n} \sum \left(\frac{x^2-d_2^2}{d_2^2} \right)^2 \cdot \Delta n \quad (8)$$

$$f_3^2 = \frac{1}{n} \sum \left(\frac{x^3-d_3^3}{d_3^3} \right)^2 \cdot \Delta n \quad (9)$$

で不均斉率を定義することとする。 f を (7)~(9) で定義すれば、均斉さ k' は

$$k' = 1/f \quad (10)$$

となる。唯 k' は $f=0 \sim \infty$ と変るに対して $k'=\infty \sim 0$ となり、百分率で示すには都合が悪いから均斉係数として

$$k = 100 e^{-1/k'} = 100 e^{-f} \quad (11)$$

を使ふこととする。

(4), (5), (6) は元来群全体を主とした平均値で、実際の粒数と平均粒数とは一般に等しくないから、両者を一つ宛対照することは出来ない。この種のもの、均斉係数として適當なものは未だ思ひ付かないので今後の研究に待つこととする。一例として直径 d_1 の小粒が n_1 個、 d_2 の大粒が n_2 個ある時を考へると

$$f_1 = \left(1 - \frac{d_1}{d_2} \right) \sqrt{\frac{n_1}{n_2}} / \left(1 + \frac{n_1 d_1}{n_2 d_2} \right) \quad (12)$$

$$f_2 = \left\{ 1 - \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^2 \right\} \sqrt{\frac{n_1}{n_2}} / \left(1 + \frac{n_1 d_1^2}{n_2 d_2^2} \right) \quad (13)$$

$$f_3 = \left\{ 1 - \left(\frac{d_1}{d_2} \right)^3 \right\} \sqrt{\frac{n_1}{n_2}} / \left(1 + \frac{n_1 d_1^3}{n_2 d_2^3} \right) \quad (14)$$

となり、 k_1, k_2, k_3 は第 12 図 (A), (B), (C) に示すやうになる。

$n_2/n_1 > 1$ 即ち大粒の数は多い程均斉で、 d_1/d_2 には拘らない。

$n_1/n_2 > 1$ 即ち小粒が多い時は、 $d_1/d_2 \cong 1$ なら n_1/n_2 の大きい方が均斉であるが、 $d_1/d_2 \cong 0$ なら n_1/n_2 の大きい方が不均斉である。この例では均斉さ k は粒径の均斉さと、粒数の均斉さの二つから定まり、 $n_2/n_1 > 1$ の時は $n_2/n_1, d_1/d_2$ が大となる程粒径も粒数も均斉となり、係数 k は 100% に近づく。 $n_1/n_2 > 1$ の時は $d_1/d_2 \cong 1$ なら、平均粒径は殆ど変わらず、粒数の均斉さが主となるから、 n_1/n_2 が大きい程 k は大となる。 $d_1/d_2 \cong 0$ なら、小粒が増す毎に平均粒径は減り粒径の不均斉が主となるから、小粒の多いことは k を小とする。従て $d_1/d_2 \rightarrow 0$ の極限で k が n_1/n_2 に影響される理由も分かる。(昭和 13 年 12 月 17 日受付)