場合が モビール油 を使用する場合に比して摩擦小であり、又油の量の少ない場合より多い場合の方が摩擦小である。第 18 図は 高荷重高速度 (750 kg, 2 200 rev/mn) の場合で、第 16 図の場合

と同様油の多少による摩擦抵抗の差異は相當に著しいものがある。又 スピンドル油 を注入する場合の摩擦が最も低くなつてゐる。

以上を取纏めて次の如く云ふことが出来る。

1. 球入軸受の特徴として、

摩擦係数の小であることが第一にあげられるが、その程度は潤滑法の種類によりかなり相違するものである。

2. 小量の油を供給する場合、高荷重高速度に於て摩擦係数が最小である。

第 17 図

3. 球入軸受を粘度大なる油の中に浸しながら運轉する場合摩擦係数は極めて大となる。

4. 粘度小なる滑油を供給して運轉する場合、高い回転速

度では荷重の高い方が摩擦係数小であるが、回転速度の低い場合には逆の現象が起る。

5. グリースを用いた場合の摩擦抵抗は温度に依て著しく変わるが、運轉状態では相當に低く、粘度大なる油を使用する場合より遙かに低くなる。

第 18 図

る。従て、静止摩擦で働く球入軸受には グリース は適しないが、連続運轉をする場合には適當である。

(昭和 13 年 10 月 18 日受付)

インボリュート歯車の噛合における偏心の影響に関する解析的研究 (続報)⁽¹⁾

(昭和 13 年 2 月 3 日 第 8 回満洲地方講演會に於て講演)

正 員 浅 野 友 一⁽²⁾

摘 要

前報⁽³⁾に於て研究した インボリュート平歯車 の外側噛合 の場合における偏心の影響の理論を擴張し、原車又は供車的一方が内側歯車の場合に就て先づ考究し、その結果、單に符号の正負に就て適當な考慮を拂へば、この場合に於ても前と全く同一の諸式が成立することを確め、次でこれらの特別の場合である一方が歯竿の時に就て考察し、更に、高次の影響を省略した場合回転角、角速度比、角加速度等の変動が何れも單弦運動となることを利用してその変動状態を一目瞭然たらしめるため図式的に簡単に表はす方法を述べたものである。

6. 一方が内側歯車の場合の符号の取扱ひ方⁽⁴⁾

第 2 図は原車が普通の外側歯車で供車は内側歯車の場合、第 3 図は原車が内側歯車で供車が外側歯車の場合を示す。以下これらの場合を夫々“第 2 の場合”及び“第 3 の場合”と略称し、前章までに述べた両方共外側歯車の場合 (第 1 図) を“第 1 の場合”と略称する。第 1 の場合と同様第 2 及び第 3 の場合にもやはり A 及び B は互に噛合つてゐる二つのインボリュート歯車の回轉の中心、 C 及び D は夫々の歯

車の基円の中心であり、 C は A を中心とし、 D は B を中心として回轉する。偏心距離 AC を e , BD を g で表はし、両基円の半径を $CE=r_1$, $DF=r_2$, それ等の共通切線 EF が AB と交はる点を G , CD と交はる点を H とすることはすべて第 1 の場合と同様である。但し、第 2 の場合は供車 B が内側歯車であるため、 r_2 が r_1 より大となり、且両方の円が相交はる故共通切線は丁度 ベルト における袈裟掛けの場合の様になり G 及び H は EF の延長上に来る。第 3 の場合にもやはり同様である。但し、第 2 の場合 G は AB の A の方向への延長と EF の E の方向への延長との交点であり、 H は CD の C の方向への延長と EF の E の方向への延長との交点であるのに対し、第 3 の場合には G は AB の B の方向と EF の F の方向との延長上

⁽¹⁾ Analytical Study on the Eccentric-Gearing of Involute Teeth, (2nd Report).

⁽²⁾ Tomokazu ASANO, Member. The Ryojun College of Engineering. 旗順工科大学。

⁽³⁾ 機械学会論文

文集, 4, 15, (昭 13-5) 又は機械学会誌, 41, 251, (昭 13-3), 連載。

⁽⁴⁾ 混同を避けるため標題、式等はすべて前論文よりの通し番号とした。

昭和 14 年 2 月]

の交点、又 H は CD の D の方向と EF の F の方向との延長上の交点となるの差異がある。原車 A の回轉方向は第 1、第 2 及び第 3 の場合とも何れも右回りを正とする。

従て原車の回轉角は何れの場合にもその基円の中心 C が両歯車の中心連結線 BA から右回りに θ rad のところにある場合が正である。第 1 及び第 2 の場合原車は供車を駆動するためには正の方向に回轉すればよい故角速度 ω_1 は正の値をとる。然るに第 3 の場合には原車が内

第 1 図

但し、 $CD=m$ とおく。従て (1) は

$$x(\pm r_1 \pm r_2)/m + y\{m^2 - (\pm r_1 \pm r_2)^2\}^{1/2}/m = \pm r_2 \dots\dots(3)$$

上式を先づ原点 D はそのままとし両軸の方向を ψ だけ回轉して横軸が BA に平行な DI になる様にするのであるがその座標変換の式は第 1 の場合と全く同一の (4) である。(4) を (3) に代入すれば D を原点、 DI を X 軸、それに直角な DY を Y 軸とする EF の式は

第 2 図

側歯車であるため供車を駆動するには負の方向に回轉しなければならぬ。即ち ω_1 は負の値をとる。供車の回轉角 ϕ は $\angle ABD$ を以て表はし何れの場合にも左回りの方向を正とする。角速度 ω_1 は第 1 及び第 3 の場合は正、第 2 の場合は負となる。歯形は何れも基円 D 及び C の上に画かれた完全なインボリュートになつてゐる場合を考へる故、その接触点に引いた共通法線が常に両基円の共通切線 EF である事は前と同様である。任意の瞬間における両歯車の角速度比 ω_2/ω_1 が、回轉軸の中心連結線 AB が両基円の共通切線 EF に依て分割される線分の長さの逆比 AG/BG であることも前と同様機構学上明らかである。角速度比の式を導くに當り第 1 の場合と同様の方針により先づ第 2 及び第 3 の場合にも夫々第 2、3 図の如く DC を x 軸、それに直角な Dy を y 軸、 D を原点とし、矢に示した方向を夫々の正の方向として EF の式を作れば次の様になる。

$$x \cos \alpha + y \sin \alpha = \pm r_2, \text{ 但し } \alpha = \angle CDF \text{ とおく } \dots\dots(1)$$

r_2 に與へた三つの符号のうち、上が第 1 の場合、中が第 2 の場合、下が第 3 の場合である。以下の式に於ても皆これに準ずる。式の番号は参照に便するため前論文における第 1 の場合の諸式と何れも対応してゐる。次に

$$\cos \alpha = (\pm r_1 \pm r_2)/m, \sin \alpha = \{m^2 - (\pm r_1 \pm r_2)^2\}^{1/2}/m \dots\dots(2)$$

第 3 図

$$(X \cos \psi + Y \sin \psi)(\pm r_1 \pm r_2)/m + (X \cos \psi - Y \sin \psi) \times \{m^2 - (\pm r_1 \pm r_2)^2\}^{1/2}/m = \pm r_2 \dots\dots(5)$$

となる。次に原点 D を B に移し横座標は DI に平行な BA としてこれを λ 軸、縦座標はこれに直角な μ 軸とする。この場合の座標変換式も第 1 の場合と同一の (6) である。依て (6) を (5) に代入すれば

$$\{(\lambda - \zeta \cos \phi) \cos \psi + (\mu - \zeta \sin \phi) \sin \psi\}(\pm r_1 \pm r_2)/m + \{(\mu - \zeta \sin \phi) \cos \psi - (\lambda - \zeta \cos \phi) \sin \psi\} \times \{m^2 - (\pm r_1 \pm r_2)^2\}^{1/2}/m = \pm r_2 \dots\dots(7)$$

(7) に於て $\mu=0$ とし λ_0 即ち BG の長さを求めると

$$\lambda_0 = \frac{1}{(\pm r_1 \pm r_2) \cos \psi - \{m^2 - (\pm r_1 \pm r_2)^2\}^{1/2} \sin \psi} \times \left[\pm r_2 m + \zeta (\cos \phi \cos \psi + \sin \phi \sin \psi) (\pm r_1 \pm r_2) - \zeta (\cos \phi \sin \psi - \sin \phi \cos \psi) \{m^2 - (\pm r_1 \pm r_2)^2\}^{1/2} \right] \dots\dots(9)$$

上式中 m の長さは前に (10) で求めてあるのと同じ式であり又 $\cos \psi$ 及び $\sin \psi$ は (11) と同一式である。依てこれらの式を (9) に代入すれば

$$\begin{aligned}
BG &= \lambda_0 \\
&= \left[\frac{1}{\left(\frac{r_1}{r_2} \pm 1 \right)} (l - \zeta \cos \phi - \varepsilon \cos \theta) - (\varepsilon \sin \theta - \zeta \sin \phi) \left\{ (l - \zeta \cos \phi - \varepsilon \cos \theta)^2 + (\varepsilon \sin \theta - \zeta \sin \phi)^2 \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \left(\frac{r_1}{r_2} \pm 1 \right)^2 \right\}^{1/2} \right] \\
&\times \left[\frac{r_2}{\pm} \{ (l - \zeta \cos \phi - \varepsilon \cos \theta)^2 + (\varepsilon \sin \theta - \zeta \sin \theta)^2 \} + \zeta \{ \cos \phi (l - \zeta \cos \phi - \varepsilon \cos \theta) \right. \\
&\quad \left. + \sin \phi (\varepsilon \sin \theta - \zeta \sin \phi) \right] \left(\frac{r_1}{\pm} \pm r_2 \right) - \zeta \{ \cos \phi (\varepsilon \sin \theta - \zeta \sin \phi) \\
&\quad - \sin \phi (l - \zeta \cos \phi - \varepsilon \cos \theta) \} \left\{ (l - \zeta \cos \phi - \varepsilon \cos \theta)^2 + (\varepsilon \sin \theta - \zeta \sin \phi)^2 - \left(\frac{r_1}{\pm} \pm r_2 \right)^2 \right\} \dots \dots \dots (12)
\end{aligned}$$

以上何れの式に於ても第 1, 第 2, 第 3 の場合に單に r_1 に正、負、正、 r_2 に正、正、負、の符号を與へれば他はすべて全く同一の形である。以下の諸式もすべてこれと同様で前に求めた第 1 の場合の諸式は單に r_1 及び r_2 の符号に上記の注意を拂へばそのまゝ一方が内側歯車の場合の式となる。第 1, 第 2 及び第 3 の場合における諸元の正負の關係を表すすれば第 1 表の通りである。

第 1 表に示した符号の規則を常に考慮に入れ、一方が内側歯車の場合に、前にも述べた両方共外側歯車の場合と全く同一の諸方則が成立する故更めて考慮する必要はないことゝなる。

7. 一方が歯竿の場合

歯竿は基円の半径が無限大になつた歯車と考へることが出来る故上に求めた諸結果の極限值を求めれば一方が歯竿の場合の式を導くことが出来る。但し、歯竿は直線運動をする故この場合回轉角のかはりに刻み円周上の移動距離を考へる必要がある。第 1 図に於て原車 A が偏心運轉をする場合その刻み円は A を中心とし AG を直径としてゐる。従て回轉中に偏心のためその半径の長さが常に變動する。この場合刻み円周上の切線速度は $AG \omega_1$ である。又供車に就ても同様でその刻み円は B を中心とし、且時々刻々變動する長さ BG を半径とする円であり、その切線速度は $BG \omega_2$ である。

第 1 表

	第 1 の場合 両方共外側歯車	第 2 の場合 供車内側歯車	第 3 の場合 原車内側歯車
r_1	正	負	正
r_2	正	正	負
θ 及び ω_1	右 回 り 正	右 回 り 正	右 回 り 正
ϕ 及び ω_2	左 回 り 正	左 回 り 正	左 回 り 正
ω_2/ω_1	正	負	負
原 車 の 回 轉 方 向	正	正	負
供 車 の 回 轉 方 向	正	負	正

(1) 供車が歯竿の場合

i. 供歯竿の速度 外側歯車相互の嚙合に於ては供車の刻み円周上の切線速度を V とすれば一般に (第 1 図)

$$V = \omega_2 BG = \omega_1 AG = \omega_1 (l - \lambda_0) \dots \dots \dots (117)$$

然るに (12) より $l - \lambda_0$ を求め且、分母子を lr_2 で割れば

$$\begin{aligned}
l - \lambda_0 &= \left[\left(\frac{r_1}{r_2} + 1 \right) (l - \zeta \cos \phi - \varepsilon \cos \theta) \right. \\
&\quad \left. - (\varepsilon \sin \theta - \zeta \sin \phi) \left\{ \left(\frac{l}{r_2} - \frac{\zeta}{r_2} \cos \phi - \frac{\varepsilon}{r_2} \cos \theta \right)^2 + \left(\frac{\varepsilon}{r_2} \sin \theta - \frac{\zeta}{r_2} \sin \phi \right)^2 - \left(\frac{r_1}{r_2} + 1 \right)^2 \right\}^{1/2} \right. \\
&\quad \left. - l \left\{ \left(1 - \frac{\zeta}{l} \cos \phi - \frac{\varepsilon}{l} \cos \theta \right)^2 + \left(\frac{\varepsilon}{l} \sin \theta - \frac{\zeta}{l} \sin \phi \right)^2 \right\} \right. \\
&\quad \left. - \zeta \left\{ \cos \phi \left(1 - \frac{\zeta}{l} \cos \theta - \frac{\varepsilon}{l} \cos \theta \right) + \sin \phi \left(\frac{\varepsilon}{l} \sin \theta - \frac{\zeta}{l} \sin \phi \right) \right\} \left(\frac{r_1}{r_2} + 1 \right) \right. \\
&\quad \left. + \zeta \left\{ \cos \phi \left(\frac{\varepsilon}{l} \sin \theta - \frac{\zeta}{l} \sin \phi \right) - \sin \phi \left(1 - \frac{\zeta}{l} \cos \phi - \frac{\varepsilon}{l} \cos \theta \right) \right\} \right. \\
&\quad \times \left\{ \left(\frac{l}{r_2} - \frac{\zeta}{r_2} \cos \phi - \frac{\varepsilon}{r_2} \cos \theta \right)^2 + \left(\frac{\varepsilon}{r_2} \sin \theta - \frac{\zeta}{r_2} \sin \phi \right)^2 - \left(\frac{r_1}{r_2} + 1 \right)^2 \right\}^{1/2} \Bigg] \\
&\div \left[\left(\frac{r_1}{r_2} + 1 \right) \left(1 - \frac{\zeta}{l} \cos \phi - \frac{\varepsilon}{l} \cos \theta \right) - \left(\frac{\varepsilon}{l} \sin \theta - \frac{\zeta}{l} \sin \phi \right) \right. \\
&\quad \times \left. \left\{ \left(\frac{l}{r_2} - \frac{\zeta}{r_2} \cos \phi - \frac{\varepsilon}{r_2} \cos \theta \right)^2 + \left(\frac{\varepsilon}{r_2} \sin \theta - \frac{\zeta}{r_2} \sin \phi \right)^2 - \left(\frac{r_1}{r_2} + 1 \right)^2 \right\}^{1/2} \right] \dots \dots \dots (118)
\end{aligned}$$

而して l 及び r_2 が無限大となつた場合 l/r_2 の極限値は第 1 図に於て

$$\begin{aligned} (l/r_2)_{r_2 \rightarrow \infty} &= \{(BG+AG)/r_2\}_{r_2 \rightarrow \infty} \\ &= (DH/r_2)_{r_2 \rightarrow \infty} = \sec \alpha \end{aligned} \quad (119)$$

従てその場合 (118) は

$$(l-\lambda_0)_{r_2 \rightarrow \infty} = r_1 \sec \alpha + \epsilon \cos \theta - \epsilon \sin \theta \tan \alpha \quad (120)$$

となる。依てこれを (117) に代入すれば供歯竿の切線速度は

$$V = \omega_1 (r_1 \sec \alpha + \epsilon \cos \theta - \epsilon \sin \theta \tan \alpha) \quad (121)$$

この様に供車が歯竿になつた場合にはその速度は何等省略を行はずに原車の回轉角 θ の簡単な陽函数として表はすことができる。

ii. 供歯竿の速度変動の範囲 ω_1 が一定の場合供歯竿の速度変動の範囲に就て考へる。(121) を θ に就て微分したものを零とおけば $\omega_1 (-\epsilon \sin \theta - \epsilon \cos \theta \tan \alpha) = 0$, これより $\tan \theta = -\tan \alpha$, 従て

$$\left. \begin{aligned} \sin \theta &= \sin \alpha \\ \cos \theta &= -\cos \alpha \end{aligned} \right\} \text{又は} \left. \begin{aligned} \sin \theta &= -\sin \alpha \\ \cos \theta &= \cos \alpha \end{aligned} \right\} \quad (122)$$

これらを (121) に代入すれば

$$V_{\min} = \omega_1 (r_1 \sec \alpha - \epsilon \sec \alpha) \quad (123)$$

$$V_{\max} = \omega_1 (r_1 \sec \alpha + \epsilon \sec \alpha) \quad (124)$$

従て速度変動の範囲は

$$V_{\max} - V_{\min} = 2\epsilon \omega_1 \sec \alpha \quad \text{即ち} \quad \pm \epsilon \omega_1 \sec \alpha \quad (125)$$

尙 $V_{\max}$ を與へる θ は (122) から $\theta = -\alpha$ で第 4 象限にあり、又 $V_{\min}$ を與へる θ は同様に $\theta = \pi - \alpha$ で第 2 象限にあることがわかる。

iii. 供歯竿の移動距離 (121) に於て $V = dS/dt$ 且、 $\omega_1 = d\theta/dt$ である。但し、 S は供歯竿の移動距離である。従て (121) を積分すれば

$$\int dS = \int (r_1 \sec \alpha + \epsilon \cos \theta - \epsilon \sin \theta \tan \alpha) d\theta + K_4 \quad (126)$$

従て

$$S = r_1 \theta \sec \alpha + \epsilon \sin \theta + \epsilon \cos \theta \tan \alpha + K_4 \quad (127)$$

K_4 は積分定数で $\theta = \theta_0$ に於て $S = S_0$ とすれば

$$K_4 = S_0 - r_1 \theta_0 \sec \alpha - \epsilon \sin \theta_0 - \epsilon \cos \theta_0 \tan \alpha \quad (128)$$

となる。

iv. 供歯竿の変位の変動範囲 (127) 及び (128) から明らかな通り、供歯竿は原車が偏心でなければ

$$S_1 = r_1 \theta \sec \alpha + S_0 - r_1 \theta_0 \sec \alpha \quad (129)$$

なる変位をなし、これは θ に正比例するのであるが、原車の偏心のため

$$S_2 = \epsilon \sin \theta + \epsilon \cos \theta \tan \alpha - \epsilon \sin \theta_0 - \epsilon \cos \theta_0 \tan \alpha \quad (130)$$

だけ変動する。従て眞の変位は

$$S = S_1 + S_2 \quad (131)$$

である。変動量の最大及び最小値を求めるため (130) を θ

で微分したものを零とおけば

$$\epsilon \cos \theta - \epsilon \sin \theta \tan \alpha = 0 \quad (132)$$

これより $\tan \theta = \cot \alpha$

$$\text{従て} \quad \left. \begin{aligned} \sin \theta &= \cos \alpha \\ \cos \theta &= \sin \alpha \end{aligned} \right\} \text{又は} \quad \left. \begin{aligned} \sin \theta &= -\cos \alpha \\ \cos \theta &= -\sin \alpha \end{aligned} \right\} \quad (133)$$

第 1 の場合を (130) に代入すれば

$$\begin{aligned} S_{2\max} &= \epsilon \cos \alpha + \epsilon \sin \alpha \tan \alpha - \epsilon \sin \theta_0 - \epsilon \cos \theta_0 \tan \alpha \\ &= \epsilon \sec \alpha - \epsilon \sec \alpha \sin(\alpha + \theta_0) \end{aligned} \quad (134)$$

第 2 の場合を (130) に代入すれば

$$\begin{aligned} S_{2\min} &= -\epsilon \cos \alpha - \epsilon \sin \alpha \tan \alpha - \epsilon \sin \theta_0 - \epsilon \cos \theta_0 \tan \alpha \\ &= -\epsilon \sec \alpha - \epsilon \sec \alpha \sin(\alpha + \theta_0) \end{aligned} \quad (135)$$

従てその変動の範囲は

$$S_{2\max} - S_{2\min} = 2\epsilon \sec \alpha \quad \text{即ち} \quad \pm \epsilon \sec \alpha \quad (136)$$

尙、 $S_{2\max}$ をあたへる θ は第 1 象限に、 $S_{2\min}$ をあたへる θ は第 3 象限にある。

v. 供歯竿の加速度 (120) を時間で微分すればその加速度を得る。即ち

$$\begin{aligned} dV/dt &= (-\epsilon \sin \theta - \epsilon \cos \theta \tan \alpha) \omega_1^2 \\ &+ (r_1 \sec \alpha + \epsilon \cos \theta - \epsilon \sin \theta \tan \alpha) d\omega_1/dt \end{aligned} \quad (137)$$

特に原車の角速度が一定ならば

$$dV/dt = (-\epsilon \sin \theta - \epsilon \cos \theta \tan \alpha) \omega_1^2 \quad (138)$$

vi. 供歯竿の加速度の変動範囲 原車が等速回轉をする場合、供歯竿の加速度の最大及び最小値を求めるため (138) を時間で微分したものを零とおけば

$$-\epsilon \cos \theta + \epsilon \sin \theta \tan \alpha = 0 \quad (139)$$

これより $\tan \theta = \cot \alpha$

$$\text{従て} \quad \left. \begin{aligned} \sin \theta &= \cos \alpha \\ \cos \theta &= \sin \alpha \end{aligned} \right\} \text{又は} \quad \left. \begin{aligned} \sin \theta &= -\cos \alpha \\ \cos \theta &= -\sin \alpha \end{aligned} \right\} \quad (140)$$

第 1 の場合を (138) に代入すれば

$$\begin{aligned} (dV/dt)_{\min} &= (-\epsilon \cos \alpha - \epsilon \sin \alpha \tan \alpha) \omega_1^2 \\ &= -\omega_1^2 \epsilon \sec \alpha \end{aligned} \quad (141)$$

第 2 の場合を (138) に代入すれば

$$\begin{aligned} (dV/dt)_{\max} &= (\epsilon \cos \alpha + \epsilon \sin \alpha \tan \alpha) \omega_1^2 \\ &= \omega_1^2 \epsilon \sec \alpha \end{aligned} \quad (142)$$

従てその変動の範囲は

$$\begin{aligned} (dV/dt)_{\max} - (dV/dt)_{\min} &= 2\omega_1^2 \epsilon \sec \alpha \\ \text{即ち} \quad \pm \omega_1^2 \epsilon \sec \alpha \end{aligned} \quad (143)$$

尙、加速度が最大の場合 θ は第 3 象限に、加速度が最小の場合 θ は第 1 象限にある。

(2) 原車が歯竿の場合

i. 供車の回轉角 一般に外側歯車相互の嚙合に於ては $\omega_2 = (\omega_2/\omega_1)\omega_1$ 且、原車の刺み円周上の切線速度を V とすれば $\omega_1 = V/AG$, 然るに (13) により $AG = l - \lambda_0$, $\omega_2/\omega_1 = (l - \lambda_0)/\lambda_0$.

$$\text{従て第 1 図に於て} \quad \omega_2 = V/\lambda_0 \quad (144)$$

次に (12) の分母子を lr_1 で割れば

$$\begin{aligned} \lambda_0 = & \left[\frac{l}{r_1} r_2 \left\{ \left(1 - \frac{\zeta}{l} \cos \phi - \frac{\varepsilon}{l} \cos \theta \right)^2 + \left(\frac{\varepsilon}{l} \sin \theta - \frac{\zeta}{l} \sin \phi \right)^2 \right\} + \zeta \left\{ \cos \phi \left(1 - \frac{\zeta}{l} \cos \phi - \frac{\varepsilon}{l} \cos \theta \right) \right. \right. \\ & + \sin \phi \left(\frac{\varepsilon}{l} \sin \theta - \frac{\zeta}{l} \sin \phi \right) \left. \right\} \left(1 + \frac{r_2}{r_1} \right) - \zeta \left\{ \cos \phi \left(\frac{\varepsilon}{l} \sin \theta - \frac{\zeta}{l} \sin \phi \right) - \sin \phi \left(1 - \frac{\zeta}{l} \cos \phi - \frac{\varepsilon}{l} \cos \theta \right) \right\} \\ & \times \left\{ \left(\frac{l}{r_1} - \frac{\zeta}{r_1} \cos \phi - \frac{\varepsilon}{r_1} \cos \theta \right)^2 + \left(\frac{\varepsilon}{r_1} \sin \theta - \frac{\zeta}{r_1} \sin \phi \right)^2 - \left(1 + \frac{r_2}{r_1} \right)^2 \right\}^{1/2} \Big] \\ & \div \left[\left(1 + \frac{r_2}{r_1} \right) \left(1 - \frac{\zeta}{l} \cos \phi - \frac{\varepsilon}{l} \cos \theta \right) - \left(\frac{\varepsilon}{l} \sin \theta - \frac{\zeta}{l} \sin \phi \right) \right. \\ & \times \left. \left\{ \left(\frac{l}{r_1} - \frac{\zeta}{r_1} \cos \phi - \frac{\varepsilon}{r_1} \cos \theta \right)^2 + \left(\frac{\varepsilon}{r_1} \sin \theta - \frac{\zeta}{r_1} \sin \phi \right)^2 - \left(1 + \frac{r_2}{r_1} \right)^2 \right\}^{1/2} \right] \dots\dots\dots (145) \end{aligned}$$

而して l 及び r_1 が無限大となつた場合上式中の l/r_1 の
極限值は

$$\begin{aligned} (l/r_1)_{r_1 \rightarrow \infty} &= \{(BG + AG)/r_1\}_{r_1 \rightarrow \infty} \\ &= (CH/r_1)_{r_1 \rightarrow \infty} = \sec \alpha \dots\dots\dots (146) \end{aligned}$$

従てその場合 (145) は

$$(\lambda_0)_{r_1 \rightarrow \infty} = r_2 \sec \alpha + \zeta \cos \phi + \zeta \sin \phi \tan \alpha \dots\dots\dots (147)$$

(119) 及び (147) は第 1 図の幾何学的関係からも直接容易
に求められる。次に (147) を (144) に代入すれば

$$\omega_2 = V/(r_2 \sec \alpha + \zeta \cos \phi + \zeta \sin \phi \tan \alpha) \dots\dots\dots (148)$$

これは供車の回轉角 ϕ が與へられた場合その角速度を表
はす式である。然るに $\omega_2 = d\phi/dt$ 且、 $V = dS/dt$ 、但し S
は原歯竿の移動距離である。従てこれらの関係を代入すると
(148) は変数分離形となる。即ち

$$\int (r_2 \sec \alpha + \zeta \cos \phi + \zeta \sin \phi \tan \alpha) d\phi = \int dS + K_5 \dots\dots\dots (149)$$

従てこれを積分し且、各項を $r_2 \sec \alpha$ で割れば

$$\begin{aligned} \phi + (\zeta/r_2) \sin \phi \cos \alpha - (\zeta/r_2) \cos \phi \sin \alpha \\ = \{(S + K_5)/r_2\} \cos \alpha \dots\dots\dots (150) \end{aligned}$$

$$S = S_0 \text{ に於て } \phi = \phi_0 \dots\dots\dots (151)$$

とすれば

$$K_5 = (r_2 \sec \alpha) \phi_0 + \zeta \sin \phi_0 - \zeta \cos \phi_0 \tan \alpha - S_0 \dots\dots\dots (152)$$

(150) が原歯竿の変位 S と供車の回轉角 ϕ との関係を與
へる式であるが S をあたへて ϕ を求める場合この式は不便
である。

$$\text{依て今 } \phi = \phi_1 + \phi_2 \dots\dots\dots (153)$$

$$\text{且、} \phi_1 = (1/r_2)(S - S_0) \cos \alpha + \phi_0,$$

$$\begin{aligned} \phi_2 = (\zeta/r_2) \{-\sin \phi \cos \alpha + \cos \phi \sin \alpha + \cos \alpha \sin \phi_0 \\ - \sin \alpha \cos \phi_0\} = (\zeta/r_2) \{\sin(\alpha - \phi) - \sin(\alpha - \phi_0)\} \\ \dots\dots\dots (154) \end{aligned}$$

と置けば ϕ_1 は $\zeta=0$ の場合の供車の回轉角で、 ϕ_2 は偏心
のための回轉角の偏りである。(153) を (150) に代入すれば

$$\begin{aligned} (\phi_1 + \phi_2) + (\zeta/r_2) \cos \alpha \sin(\phi_1 + \phi_2) \\ - (\zeta/r_2) \sin \alpha \cos(\phi_1 + \phi_2) = \{(S + K_5)/r_2\} \cos \alpha \dots\dots\dots (155) \end{aligned}$$

上式中 ϕ_2 は ϕ_1 に比し小さい角であるから Taylor の展

昭和 14 年 2 月]

開により

$$\begin{aligned} \sin(\phi_1 + \phi_2) &= \sin \phi_1 + \phi_2 \cos \phi_1 - (1/2) \phi_2^2 \sin \phi_1 \\ &\quad - (1/6) \phi_2^3 \cos \phi_1 + \dots\dots\dots (156) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{及び } \cos(\phi_1 + \phi_2) &= \cos \phi_1 - \phi_2 \sin \phi_1 - (1/2) \phi_2^2 \cos \phi_1 \\ &\quad + (1/6) \phi_2^3 \sin \phi_1 + \dots\dots\dots (157) \end{aligned}$$

これらの値を (155) に代入すれば

$$\begin{aligned} \phi_2 \{1 + (\zeta/r_2) \cos \alpha \cos \phi_1 + (\zeta/r_2) \sin \alpha \sin \phi_1\} \\ + \phi_2^2 \{-1/2(\zeta/r_2) \cos \alpha \sin \phi_1 + 1/2(\zeta/r_2) \sin \alpha \cos \phi_1\} \\ + \phi_2^3 \{-1/6(\zeta/r_2) \cos \alpha \cos \phi_1 - 1/6(\zeta/r_2) \sin \alpha \sin \phi_1\} \\ + \dots \\ + [\phi_1 + (\zeta/r_2) \cos \alpha \sin \phi_1 - (\zeta/r_2) \sin \alpha \cos \phi_1 \\ - \{(S + K_5)/r_2\} \cos \alpha] = 0 \end{aligned}$$

上式中 (152) 及び (154) の関係より

$$\phi_1 - \{(S + K_5)/r_2\} \cos \alpha = (\zeta/r_2) \sin(\alpha - \phi_0)$$

$$\begin{aligned} \text{従て } \phi_2 \{1 + (\zeta/r_2) \cos(\alpha - \phi_1)\} \\ + \phi_2^2 \{1/2(\zeta/r_2) \sin(\alpha - \phi_1)\} \\ + \phi_2^3 \{-1/6(\zeta/r_2) \cos(\alpha - \phi_1)\} \\ + \dots \\ + (\zeta/r_2) \sin(\alpha - \phi_0) - (\zeta/r_2) \sin(\alpha - \phi_1) = 0 \dots\dots\dots (158) \end{aligned}$$

ϕ_2 を求めるためにはこの無限高次方程式を解く必要があ
る。従て代数的に完全解を得ることは不可能である。然し
Newton その他の方法によりその数値はいくらでも正確に計
算することができる。尚、 ϕ_2 は小さい角であるから Newton
の方法による第 1 近似値は

$$\phi_2 = \frac{-(\zeta/r_2) \{\sin(\alpha - \phi_0) - \sin(\alpha - \phi_1)\}}{1 + (\zeta/r_2) \cos(\alpha - \phi_1)} \dots\dots\dots (159)$$

更に ζ の二乗以上の高次の項を省略すれば

$$\begin{aligned} \phi_2 &= -(\zeta/r_2) \{\sin(\alpha - \phi_0) - \sin(\alpha - \phi_1)\} \\ &\quad \times \{1 - (\zeta/r_2) \cos(\alpha - \phi_1)\} \\ &= -(\zeta/r_2) \{\sin(\alpha - \phi_0) - \sin(\alpha - \phi_1)\} \dots\dots\dots (160) \end{aligned}$$

従てこれと (153), (154) の関係より

$$\begin{aligned} \phi &= (S - S_0)(1/r_2) \cos \alpha + \phi_0 \\ &\quad - (\zeta/r_2) [\sin(\alpha - \phi_0) - \sin\{\alpha - (1/r_2)(S - S_0) \cos \alpha - \phi_0\}] \\ &\quad \dots\dots\dots (161) \end{aligned}$$

これが原車が歯竿となつた場合供車の回轉角をあたへる第一次近似式である。

ii. 供車の回轉角變動の範圍 (161) の ζ の項、即ち (160) の ϕ_2 を S に就て微分したものを零と置くときは

$$\begin{aligned} d\phi_2/dS &= -(\zeta/r_2)[- \cos\{\alpha - (1/r_2)(S - S_0)\cos\alpha - \phi_0\}] \\ &\quad \times \{- (1/r_2)\cos\alpha\} = 0 \\ \text{従て} \quad \alpha - (1/r_2)(S - S_0)\cos\alpha - \phi_0 &= \pm \frac{1}{2}\pi \\ \text{即ち} \quad \alpha - \phi_1 &= \pm \frac{1}{2}\pi \quad \dots\dots\dots(162) \end{aligned}$$

従てこれを (160) に代入すれば

$$\phi_{2\max} = (\zeta/r_2)\{1 - \sin(\alpha - \phi_0)\} \quad \dots\dots\dots(163)$$

$$\text{及び} \quad \phi_{2\min} = -(\zeta/r_2)\{\sin(\alpha - \phi_0) + 1\} \quad \dots\dots\dots(164)$$

従てその變動の範圍は

$$\phi_{2\max} - \phi_{2\min} = 2(\zeta/r_2) \quad \text{即ち} \quad \pm \zeta/r_2 \quad \dots\dots\dots(165)$$

尙 $\phi_{2\max}$ の時 ϕ_1 は第 4 象限に、 $\phi_{2\min}$ の時 ϕ_1 は第 2 象限にある。

iii. 供車の角速度 供車の角速度は (161) を時間で微分することに依て得られる。

即ち

$$\begin{aligned} d\phi/dt &= (1/r_2)\cos\alpha dS/dt \\ &\quad - (\zeta/r_2)[\cos\{\alpha - (1/r_2)(S - S_0)\cos\alpha \\ &\quad - \phi_0\}](1/r_2)\cos\alpha dS/dt \quad \dots\dots\dots(166) \end{aligned}$$

iv. 供車の角速度變動の範圍 (166) を S で微分したものを零とおけば

$$\begin{aligned} (\zeta/r_2)[\sin\{\alpha - (1/r_2)(S - S_0)\cos\alpha \\ - \phi_0\}](1/r_2)^2\cos^2\alpha dS/dt = 0 \quad \dots\dots\dots(167) \end{aligned}$$

但し、原歯竿の速度 dS/dt が一定の場合にである。

(167) より $\alpha - (1/r_2)(S - S_0)\cos\alpha - \phi_0 = 0$ 又は π

$$\text{即ち} \quad \alpha - \phi_1 = 0 \quad \text{又は} \quad \pi \quad \dots\dots\dots(168)$$

これを (166) に代入すると

$$(d\phi/dt)_{\min} = (1/r_2)\cos\alpha dS/dt - (\zeta/r_2)(1/r_2)\cos\alpha dS/dt \quad \dots\dots\dots(169)$$

及び

$$(d\phi/dt)_{\max} = (1/r_2)\cos\alpha dS/dt + (\zeta/r_2)(1/r_2)\cos\alpha dS/dt \quad \dots\dots\dots(170)$$

従てその變動の範圍は

$$\begin{aligned} (d\phi/dt)_{\max} - (d\phi/dt)_{\min} &= 2(\zeta/r_2^2)\cos\alpha dS/dt \\ \text{即ち} \quad \pm (\zeta/r_2^2)\cos\alpha dS/dt &\quad \dots\dots\dots(171) \end{aligned}$$

尙 $(d\phi/dt)_{\min}$ をあたへる ϕ_1 は第 1 象限に、 $(d\phi/dt)_{\max}$ をあたへる ϕ_1 は第 3 象限にある。

v. 供車の角加速度 (166) を更に t で微分すれば供車の角加速度を得る。

$$\begin{aligned} d^2\phi/dt^2 &= (1/r_2)\cos\alpha d^2S/dt^2 \\ &\quad - (\zeta/r_2)\cos\{\alpha - (1/r_2)(S - S_0)\cos\alpha \\ &\quad - \phi_0\}(1/r_2)\cos\alpha d^2S/dt^2 \\ &\quad - (\zeta/r_2)\sin\{\alpha - (1/r_2)(S - S_0)\cos\alpha \end{aligned}$$

$$- \phi_0\}(1/r_2)^2\cos^2\alpha(dS/dt)^2 \quad \dots\dots\dots(172)$$

特に原歯竿が等速運動をする場合には

$$\begin{aligned} d^2\phi/dt^2 &= -(\zeta/r_2)(1/r_2)^2\cos^2\alpha(dS/dt)^2 \\ &\quad \times \sin\{\alpha - (1/r_2)(S - S_0)\cos\alpha - \phi_0\} \quad \dots\dots\dots(173) \end{aligned}$$

vi. 供車の角加速度變動の範圍 原歯竿が等速運動をする場合供車の角加速度變動の範圍を求めるため (173) を S で微分したものを零とおけば

$$\cos\{\alpha - (1/r_2)(S - S_0)\cos\alpha - \phi_0\} = 0 \quad \dots\dots\dots(174)$$

$$\text{これより} \quad \alpha - (1/r_2)(S - S_0)\cos\alpha - \phi_0 = \pm \frac{1}{2}\pi$$

$$\text{即ち} \quad \alpha - \phi_1 = \pm \frac{1}{2}\pi \quad \dots\dots\dots(175)$$

従てこれを (173) に代入すれば

$$(d^2\phi/dt^2)_{\min} = -(\zeta/r_2)(1/r_2)^2\cos^2\alpha(dS/dt)^2 \quad \dots\dots\dots(176)$$

$$\text{及び} \quad (d^2\phi/dt^2)_{\max} = (\zeta/r_2)(1/r_2)^2\cos^2\alpha(dS/dt)^2 \quad \dots\dots\dots(177)$$

従てその變動の範圍は

$$\pm (\zeta/r_2)(1/r_2)^2\cos^2\alpha(dS/dt)^2 \quad \dots\dots\dots(178)$$

である。

8. 各種變動状態の図示

上に述べた通り高次の項を省略すれば供車の回轉角、角速度、角加速度等の変動は何れの場合に於ても單弦運動となる故簡單な作図法に依てこれを図示しその變動の様子を明瞭にすることが出来る。以下簡単にその方法を述べよう。

(1) 外側歯車同志の嚙合の場合

i. 原車の偏心による回轉角變動の図示。 (42) に於て ϵ の第 1 項までとり

$$\phi = (r_1/r_2)\theta + (\epsilon/r_2)\{k\sin\theta + (1 - k^2)^{1/2}\cos\theta\} + K_2$$

且、これに (44) の K_2 を使用し

$$K_2 = \phi_0 - (r_1/r_2)\theta_0 - (\epsilon/r_2)\{k\sin\theta_0 + (1 - k^2)^{1/2}\cos\theta_0\}$$

これらを組合せ、且、 k を α の項で表はせば

$$\begin{aligned} \phi &= (r_1/r_2)(\theta - \theta_0) + \phi_0 + (\epsilon/r_2)\sin(\theta + \alpha) \\ &\quad - (\epsilon/r_2)\sin(\theta_0 + \alpha) \quad \dots\dots\dots(179) \end{aligned}$$

依て今第 4 図に於て AB を適當な尺度で両車の中心距離 l に等しくとり、 A 及び B を中心としてこれと同一の尺度で原車及び供車の基円 (半径 $AE=r_1$, $BF=r_2$) を画く。更にこの二つの円に共通切線 EF を引き、次に別の適當な尺度で原車の偏心距離 ϵ を r_2 で割つた長さ ϵ/r_2 を半径とし A を中心として円を画く、円 ϵ/r_2 は第 1 図における歯車の回轉に伴ふ基円の中心 C の軌跡を擴大された尺度で示す。 C が最初 C_1 にあつたとし、供車の回轉角の變動はこの点を原点として測定する。即ち $\angle C_1AB = \theta_0$ とする。 C_1 を通り AE に平行に C_1C_2 を引き円 ϵ/r_2 と他の点 C_2 で交らせる。然るときは基円の中心が円 ϵ/r_2 の周上の任意の点 C にきた時 C から AE に下した垂線の足を R 、又その C_1C_2 との交点を P とすれば $CR = (\epsilon/r_2)\sin(\theta + \alpha)$ 又 C_1 より AE への垂線の足を R_1 とすれば $C_1R_1 = (\epsilon/r_2)\sin(\theta_0 + \alpha)$

[第 5 卷 第 18 号]

従て $CP = (\varepsilon/r_2)\sin(\theta + \alpha) - (\varepsilon/r_2)\sin(\theta_0 + \alpha)$ となりこれは (179) における ε のための ϕ の変動量を表はす。この様にして “一般に円 ε/r_2 の周上の任意の一点 C から直線 C_1C_2 までの長さ CP は原車の基円を中心が AC の方向に未だ時偏心 ε のために供車の回轉角の変動の大きさを表はし且、 $\theta_0 < \theta < (\pi - \theta_0 - 2\alpha)$ の範囲 (C_1C_2 線の左上の部分) に於ては供車は正しい回轉角よりも進み、その反対側の部分に於てはおくれる。” 従て供車の回轉角の偏りは C が C_1 及び C_2 点にきた時零、又 C_3 にきた時最大進みに達し C_4 に於て最大遅れとなる。従て一般には最大進み角と最大遅れ角とは相等しくはならない。

ii. 供車の偏心による回轉角変動の図示 (91) に於て ϕ_2 は供車偏心の場合その回轉角の偏りをあたへる式であるが、式中 $(r_1/r_2)\theta + K_3$ は (72) により $\zeta = 0$, $\varepsilon = 0$ の時の供車の回轉角 ϕ である。更に (91) の k 及び c を α で表はせば結局

$$\phi_2 = (\zeta/r_2)\sin(\phi_0 - \alpha) - (\zeta/r_2)\sin(\phi - \alpha) \dots (180)$$

となる。依て今第4図に於て左側の r_2 円と同心に適當な尺度 (原車と供車との偏心の影響を比較するためには A 円に画いた ε/r_2 の半径と同一の尺度が都合がよい。以下の作図に於ても皆これに準ずる) で半径 ζ/r_2 の円を画くときは供車の偏心の位置が任意の方向 BD にきた時 D 点から BF までの長さは $DS = (\zeta/r_2)\sin(\phi - \alpha)$ である。次に BF と $(\zeta/r_2)\sin(\phi_0 - \alpha)$ の間隔を有する平行線を引き ζ/r_2 円との交点を D_1, D_2 , 又 DS との交点を Q とすれば結局

$$DQ = (\zeta/r_2)\sin(\phi - \alpha) - (\zeta/r_2)\sin(\phi_0 - \alpha)$$

となり、これは (180) の ϕ_2 の符号を変へたものである。依て D_1D_2 の左上半面即ち $\phi_0 < \phi < (\pi - \phi_0 + 2\alpha)$ の範囲に D がある場合 DQ の長さを負、その反対の場合を正にとれば DQ が供車の回轉角の偏りを示すことになる。供車の回轉角の偏りは D が D_1 及び D_2 にきた時零となり D_3 にきた時最大進み、又 D_4 にきた時最大遅れに達する。従て一般にはやはり最大進み角と最大遅れ角とは相等しくはならない。

iii. 原車の偏心による角速度比変動の図示 角速度比変動を示す式 (28) の k を α で表はせば

$$\omega_2/\omega_1 = r_1/r_2 + (\varepsilon/r_2)\sin\{\frac{1}{2}\pi - (\theta + \alpha)\} \dots (181)$$

となる。依て第4図と同様第5図に於て l を距て r_1 円及び r_2 円を画き、更に A を中心とする半径 ε/r_2 の円を画くときは、この円周上の任意の一点 C より A を通る AE の垂線 C_1C_2 までの長さ CP は丁度 (181) の第2項を表はす。但し、 $(\frac{1}{2}\pi - \alpha) > \theta > (-\frac{1}{2}\pi - \alpha)$ の範囲における CP の長さを正、その反対側における長さを負とする。従て原車の歯形を中心が C_1 及び C_2 にある場合角速度比は正しい値をとり又 C_3 に於て角速度比は最大、 C_4 に於て最小となる。

iv. 供車の偏心による角速度比変動の図示 角速度比変動の式 (98) を変形すれば

$$\omega_2/\omega_1 = r_1/r_2 - (\zeta/r_2)(r_1/r_2) \times \sin(\frac{1}{2}\pi + \phi - \alpha) \dots (182)$$

となる。依て今第5図の左側に於て B を中心とし適當な尺度で $(\zeta/r_2)(r_1/r_2)$ を半径とする円を画きこれと B を通る EF の平行線との交点を D_1D_2 とすれば、この円周上の任意の一点 D から D_1D_2 へ下した垂線の長さ DQ は丁度 $-(\zeta/r_2)(r_1/r_2)\sin(\frac{1}{2}\pi + \phi - \alpha)$ となる。但し、 D が D_1D_2 の右上の半面即ち $(\frac{1}{2}\pi + \alpha) > \phi > (-\frac{1}{2}\pi + \alpha)$ にある場合を負、その反対の側にある場合を正とする。依て供車の偏心の方向が BD にあるとき角速度比の変動は DQ で表はされる。

D が D_1 及び D_2 にある場合角速度比は正しい値となり D_3 にあるとき最大、 D_4 にあるとき最小となる。

v. 原車の偏心による角加速度変動の図示 (58) の k を α で表はせば

$$d^2\phi/dt^2 = -\omega_1^2(\varepsilon/r_2)\sin(\theta + \alpha) \dots (183)$$

依て第6図に於て前と同様適當な尺度で中心距離 $l = AB$ を距て r_1 及び r_2 の円を画き、次に別の適當な尺度で A を中心とし半径 $\omega_1^2(\varepsilon/r_2)$ の円を画けばその周上の任意の一点 C から AE までの距離 CP は丁度 (183) の符号のみを変へた値になる。従て C 点が AE 線の左上の半面即ち $-\alpha < \theta < (\pi - \alpha)$ の範囲にある場合を負、その反対の側にある場合を正とすれば CP の長さは原車の歯形を中心が AC の方向にある場合の供車の角加速度を表はす。従て原車の偏心の方向が C_1 又は C_2 の方向に未だ時供車の角加速度は零、 C_3 にきた時最大となり C_4 にきた時には最大減速度となる。

vi. 供車の偏心による角加速度変動の図示 (106) の k 及び c を α の項で表はし且 $(r_1/r_2)\theta + K_3$ を ϕ で置きかへれば

第 4 図

第 5 図

第 6 図

$$d^2\phi/dt^2 = \omega_1^2 (\zeta/r_2)(r_1/r_2)^2 \sin(\phi - \alpha) \dots \dots \dots (184)$$

となる。依て第6図に於て B を中心とし適当な尺度で $\omega_1^2 (\zeta/r_2)(r_1/r_2)^2$ を半径とする円を画けばその周上の任意の一点 D から BF

までの長さ DQ は丁度 (184) と等しくなり供車の歯形を中心が D の方向にきた場合のその角加速度をあたへる。供車の歯形を中心の位置が D_1 又は D_2 に来た場合角加速度は零、 D_3 にきたとき最大加速度、 D_4 にきたとき最大減速度となる。

(2) 供車が内側歯車の場合

i. 原車の偏心による回轉角変動の図示 この場合回轉角の式は (179) である。依て第7図に於て中心距離 $l = AB$ を距て、基円 r_1 及び r_2 を書き且、共通切線 EF を引く。次に A を中心、 ε/r_2 を半径とする円を画くときはその周上の任意の一点 C から AE までの距離 CR

は $(\varepsilon/r_2) \sin(\theta + \alpha)$ を表す。次に角 BAC_1 を θ_0 に等しく右回りの方向にとり C_1 を通る AE の平行線を引く、円 ε/r_2 と C_1 及び C_2 で交らせる。然るときは AE と C_1C_2 との間の距離は $(\varepsilon/r_2) \sin(\theta_0 + \alpha)$ となる。従て円 ε/r_2 の周上の任意の一点 C に原車の偏心がきたとき C から C_1C_2 までの距離 CP は丁度 (179) の ε を含む項に等しくなる故供車の回轉角の変動を示すこととなる。但しこの場合第1表の符号規則により供車の回轉角 ϕ は負、従て C 点が C_1C_2 より左上の部分即ち $(2 < R - 2\alpha - \theta_0) < \theta < \theta_0$ の範囲に於ては供車は正しい回轉より遅れ、又 C がその反対の側にある場合供車は正しい回轉より進みすぎることとなる。原車の偏心が C_3 に来た時供車は最大進み、 C_4 に来た時最大遅れとなり、又 C_1, C_2 に於て供車の回轉角の偏りは零となる。

ii. 供車の偏心による回轉角変動の図示 この場合にも (1) ii の場合と全く同一の式 (180) が成立する。依て第8図に於て r_1 及び r_2 の円を画き、更に B を中心とし ζ/r_2 を半径として円を画けば、その周上の任意の一点 D から

BF までの距離 DS は (180) の第2項の符号を変じたものである。又 $\angle ABD_1$ を ϕ_0 に等しくとり D_1 を通る BF の平行線を引く円 ζ/r_2 と D_1, D_2 で交はせればこの2平行線

間の距離は (180) の第1項となる。従て D 点から D_1D_2 までの距離 DQ はこれらの差即ち (180) の ϕ_2 を與へる。但し、その符号は D 点が図の如く D_1D_2 の左上半面即ち、 $\phi_0 < \phi < (\pi + 2\alpha - \phi_0)$ の範囲に於ては (180) の第1項の方が第2項より小となり従て ϕ_2 は負であるが第1表の符号規則により ϕ は左回りが正である故 ϕ_2 は供車の実際の回轉方向なる右回りに測れば正となる。依て上記 D_1D_2 の左上半面に D がある間は供車は正しい回轉角より進み、その反対の側にある間は遅れることとなる。点 D_3 は最大進み、 D_4 は最大遅れ、 D_1 及び D_2 は進み遅れ無しの点である。

iii. 原車の偏心による角速度比変動の図示 この場合にも両方共外側歯車の場合の式 (181) が成立する。従て第9図に於て中心距離 $l = AB$ を距て、 r_1 及び r_2 の円を画き、次に A を中心として ε/r_2 の円を画けばその円周上の任意の点 C に原車の偏心がある場合角速度比の変動は A を通る EF の平行線 C_1C_2 と C との間の距離 CP に依て表はされる。但し、 C が C_1C_2 の右上の半面即ち $\{(1/2)\pi - \alpha\} < \theta < \{(3/2)\pi - \alpha\}$ の範囲に於ては角速度比は正しい値より大となり、その反対の側にある間は正しい値より小となる。 C_1 及び C_2 は角速度比が正しい値となる点、 C_3 は最大角速度比、 C_4 は最小角速度比を與へる点である。

iv. 供車の偏心による角速度比変動の図示 この場合も同様 (182) が成立する。第9図に引き続き第10図に於て B を中心とし $(\zeta/r_2)(r_1/r_2)$ を半径とする円を画けば、その周上の任意の一点 D から B を通る EF への平行線 D_1D_2 までの距離 DQ は偏心が BD の方向にきた場合の角速度比の変動を表はす。偏心が D_1 及び D_2 にある場合角速度

比は正しい値となり D_3 にある場合最大、 D_4 にある場合最小となる。

v. 原車の偏心による角加速度変動の図示 この場合にも (183) がそのまゝ

あてはまる。第 11 図に於て A を中心とし $\omega_1^2(\varepsilon/r_2)$ を半径とする円を画けばこの円周上の任意の一点 C から AE までの距離 CP は AC の方向に原車の偏心がある場合の供車の角加速度を與へる。但し、 C 点が AE 線の左上、即ち、 $-\alpha < \theta < (\pi - \alpha)$ の範囲では角加速度は正、その反対の側では負となる。 C_1 及び C_2 は角加速度零の点、 C_3 は角加速度最大、 C_4 は角減速度最大の点である。

vi. 供車の偏心による角加速度変動の図示 角加速度の式は (184) である。依て第 12 図に於て $\omega_1^2(\zeta/r_2)(r_1/r_2)^2$ を半径とし B を中心とする円を画けばその周上の任意の一点 D から BF までの距離 DQ は供車の偏心が BD の方向にある場合の角加速度を與へる。但し、 D 点が BF の左上の半面、即ち $\alpha < \phi < (\pi + \alpha)$ の範囲に於ては供車は減速され、その反対に於ては加速される。 D_1 及び D_2 は供車の角加速度零の点、 D_3 は角加速度最大、 D_4 は角減速度最大の点である。

(3) 原車が内側歯車の場合 この場合にも前と全く同様の方法で回転角、角速度比、角加速度等の変動の状態を図示することが出来る。煩を避けるため詳細の説明は省略しその線図のみを列記すれば次の通りである。

i. 原車の偏心による回転角変動の図示 第 13 図、(179) 式、 C_1 及び C_2 は偏り角零の点、 C_3 は最大進みの点、 C_4 は最大遅れの点。

ii. 供車の偏心による回転角変動の図示 第 14 図、(180) 式、 D_1 及び D_2 は偏り角零の点、 D_3 は最大進みの点、 D_4 は最大遅れの点。

iii. 原車の偏心による角速度比変動の図示 第 15 図、(181) 式、 C_1 及び C_2 は角速度比正常の点、 C_3 は角速度比

最大の点、 C_4 は角速度比最小の点。

iv. 供車の偏心による角速度比変動の図示 第 16 図、(182) 式、 D_1 及び D_2 は角速度比正常の点、 D_3 は角速度比最大の点、 D_4 は角速度比最小の点。

v. 原車の偏心による角加速度変動の図示 第 17 図、(183) 式、 C_1 及び C_2 は供車の角加速度零の点、 C_3 は供車の角加速度最大の点、 C_4 は供車の角減速度最大の点。

vi. 供車の偏心による角加速度変動の図示 第 18 図、(184) 式、 D_1 及び D_2 は供車の角加速度零の点、 D_3 は供車の角加速度最大の点、 D_4 は供車の角減速度最大の点。

(4) 供車が歯竿の場合

i. 原車の偏心による供歯竿の移動距離変動の図示 第 19 図、この場合供歯竿の移動距離の変動は (130) の S_2 で

表はされる。依て S_2 が θ の種々の値に対して変動する状態を図示しよう。(130) を変形すれば

$$S_2 = \varepsilon \sec \alpha \sin(\theta + \alpha) - \varepsilon \sec \alpha \sin(\theta_0 + \alpha) \dots \dots (185)$$

となる。依て今 BD を供歯竿の運動の方向、 A を原車の回転の中心とし、 A を通る BD の垂線 AG と α の角をなす線 AH を引き、次に A を中心とし適当な尺度で $\varepsilon \sec \alpha$ を半径とする円を画く。然る時はこの円周上の任意の一点 C から AH へ下した垂線の長さ CR は原車の偏心が C にある場合における (185) の第 1 項を表はす。次に $\angle GAC_1 = \theta_0$ になる様に AC_1 を引き C_1 を通る AH の平行線と円 $\varepsilon \sec \alpha$ との交りを C_1, C_2 とすれば、この 2 平行線間の距離は (185) の第 2 項を與へる。従て円周上の任意の一点 C から C_1C_2 までの距離 CP は原車の偏心が C にある場合 (185) の S_2 即ち供歯竿の移動距離の変動を與へる。 C_1 及び C_2 は供車の変位に偏りの無い点、 C_3 は最大進みの点、 C_4 は最大遅れの点である。

ii. 原車の偏心による供歯竿の速度変動の図示 第 20 図、供歯竿の速度の式は (120) である。これを更に変形すれば

第 13 図

第 15 図

第 17 図

第 14 図

第 16 図

第 18 図

$$V = \omega_1 r_1 \sec \alpha - \omega_1 \epsilon \sec \alpha \sin(\theta + \alpha - \frac{1}{2}\pi) \dots\dots\dots (186)$$

となる。上式の第2項が供歯竿の速度変動を表はす。今前の図と同様 BD を供歯竿の運動の方向とし、原車の中心 A (これは BD から任意の距離に取つて差支ない) を通り BD の垂線 AG と α の角をなす直線 AC_3 を引き、別に A を中心、 $\epsilon \omega_1 \sec \alpha$ を半径とする円を画く時はその円周上の任意の一点 C から A を通る AC_3 の垂線 C_1C_2 までの距離、 CP は原車の偏心が C にある場合丁度 (186) の第2項、即ち供歯竿の移動距離の変動を表はす。但し、 C 点が C_1C_2 の右上の半面にある場合 CP の長さは負、その反対の場合は正である。偏心の位置が C_1 及び C_2 にあるとき、供歯竿は正しい速度となり、 C_3 に於て速度最大、 C_4 に於て速度最小となる。

iii. 原車の偏心による供歯竿の加速度変動の図示 第21図 原車の角速度一定の場合に就て考へる故供歯竿の加速度の式は (138) であるが更にこれを変形すれば

$$dV/dt = -\omega_1^2 \epsilon \sec \alpha \sin(\theta + \alpha) \dots\dots\dots (187)$$

となる。依て前の図と同様 $AG \perp BD$, $\angle GAC_1 = \alpha$ とし次に半径 $\epsilon \omega_1^2 \sec \alpha$ の円を A を中心として画くときは原車の偏心位置が任意の方向 AC に来た時、 C から AC_1 までの距離 CP は丁度 (187) に等しくなる。但し、 C が C_1C_2 の左上の半面にある場合 CP を負、その反対の場合を正とする。従て偏心の位置が C_1 及び C_2 にある場合供歯竿の加速度は零、 C_3 に於て加速度最大、 C_4 に於て減速度最大となる。

(5) 原車が歯竿の場合

i. 供車の偏心による回轉角変動の図示 第22図、この場合供車の回轉角の変動は (154) の ϕ_2 であるがこれは両方共外側歯車の場合の式 (180) と同じである。従て作図法その他全部その場合と同じになる。單に原車の基円 r_1 のかはり

に原歯竿の方向 AC を與へればよい。供車の偏心が D_1 及び D_2 にある場合その偏り角は零、 D_3 にある場合最大進み、 D_4 にある場合最大遅れを生ずる。

ii. 供車の偏心による角速度変動の図示 第23図、供車の角速度の式は (166) であるが同式中 $(1/r_2)(S-S_0) \cos \alpha$ は (154) により $\phi_1 - \phi_0$ であり且、 ϕ_1 は第一次近似的には ϕ に等しい故結局 (166) は

$$\begin{aligned} d\phi/dt &= (1/r_2) \cos \alpha dS/dt - (\zeta/r_2) \cos(\alpha - \phi) (1/r_2) \cos \alpha dS/dt \\ &= (1/r_2) \cos \alpha dS/dt - (\zeta/r_2) (1/r_2) \cos \alpha dS/dt \\ &\quad \times \sin(\frac{1}{2}\pi + \phi - \alpha) \dots\dots\dots (188) \end{aligned}$$

上式の第2項が供車の角速度の変動を表はすのであるが、これは両方共外側歯車の場合の角速度変動の式 (182) の第2項の振幅 $(\zeta/r_2)(r_1/r_2)$ を $(\zeta/r_2)(1/r_2) \cos \alpha dS/dt$ でおき換へたものである。従て作図法は第5図の左側と同様で唯円の半径を $(\zeta/r_2)(r_1/r_2)$ のかはりに $(\zeta/r_2)(1/r_2) \cos \alpha dS/dt$ とすればよい。 D_1 及び D_2 に於て供車は正しい角速度となり、 D_3 に於ては角速度最大、 D_4 に於ては角速度最小となる。

iii. 供車の偏心による角加速度変動の図示 第24図、供車の角加速度の式は (173) であるが前と同様これを書き換へると

$$\begin{aligned} d^2\phi/dt^2 &= (\zeta/r^2)(1/r_2)^2 \\ &\quad \times \cos^2 \alpha (dS/dt)^2 \sin(\phi - \alpha) \\ &\quad \dots\dots\dots (189) \end{aligned}$$

となりこれは両方共外側歯車の場合の加速度変動の式 (184) の振幅 $\omega_1^2 (\zeta/r_2)(r_1/r_2)^2$ を $(\zeta/r_2)(1/r_2)^2 \times \cos^2 \alpha (dS/dt)^2$ で置きかへたも

のである。従て作図法も第6図の左側と同様で單に円の半径を $\omega_1^2 (\zeta/r_2)(r_1/r_2)^2$ のかはりに $(dS/dt)^2 (\zeta/r_2)(1/r_2)^2 \cos^2 \alpha$ とすればよい。 D_1 及び D_2 に於て供車は角加速度零、 D_3 に於て角加速度最大、 D_4 に於て角減速度最大となる。

(昭和13年11月28日受付)

第 19 図

第 20 図

第 21 図

第 22 図

第 23 図

第 24 図