連続梁の一考察⁽¹⁾

(昭和 14 年 4 月 9 日 第 16 期定時総会講演會に於て講演)

正員 長元 龜久男⁽²⁾

摘 要

連続梁を 3 モーメント 理論に拠らず梁の撓を應用して解くことは既に Wilson が論じてゐる⁽³⁾。茲では更に代数的考察を加へ任意荷重の n 径間連続梁に就て論じ数学的に甚だ簡単な結果を得たものである。

1. 予 備 理 論

連続梁を論ずるに當り先づ梁の撓に就て検討を加へてみる。即ち梁が一般荷重を持つときの撓は次式に依て求めることが出来る⁽⁴⁾。

1. 任意の等分布荷重をもつ梁の撓
(第 1 図)

第 1 図

$$m = (b + 2c)(l^2 - c^2) - 2bc^2 - b^2(b/2 + 2c)$$

$$m' = (2a + b)(l^2 - a^2) - 2a^2b - b^2(2a + b/2)$$

今梁に於て、 E =縦弾性係数、 I =断面の慣性モーメント、とし u, v, z における撓を $\delta_u, \delta_v, \delta_z$ にて表すものとす。

$$EI\delta_u = \frac{pbu}{12l} \{m - (b + 2c)u^2\} \quad (1)$$

$$EI\delta_v = \frac{pb}{12l} (a + v) \{m - (b + 2c)(a + v)^2\} + \frac{pv^4}{24} \quad (2)$$

$$EI\delta_z = \frac{pbz}{12l} \{m' - (2a + b)z^2\} \quad (3)$$

(1), (3) 式にて $b=0, pb=P$, とおけば 集中荷重の場合となり、(2) 式にて

$a=0, b=l, c=0$, とおけば全径間の等分布荷重の場合となる。

2. 任意の等変化分布荷重をもつ梁の撓 (第 2 図)

第 2 図

$$n_1 = (b/3 + c)(l^2 - c^2) - \frac{2}{3}bc^2 - b^2/2(b/5 + c)$$

$$n_1' = (b/3 + c)(l - c)(2l - c) - bc(l - \frac{2}{3}c) - b^2(a/2 + \frac{2}{3}b)$$

$$EI\delta_u = \frac{pbu}{12l} \{n_1 - (b/3 + c)u^2\} \quad (4)$$

$$EI\delta_v = \frac{pb}{12l} (a + v) \{n_1 - (b/3 + c)(a + v)^2\} + \frac{pv^5}{120b} \quad (5)$$

$$EI\delta_z = \frac{pbz}{12l} \{n_1' - (a + \frac{2}{3}b)z^2\} \quad (6)$$

(5) 式にて $a=0, b=l, c=0$ とおけば全径間の等変化分布荷重の場合となる。

3. 任意の等変化分布荷重をもつ梁の撓 (第 3 図)

第 3 図

これは第 2 図の場合を裏返しにしたもので撓の式は次の様になる。

$$n_2 = (b/3 + a)(l - a)(2l - a) - ba(l - \frac{2}{3}a) - b^2(c/2 + \frac{2}{3}b)$$

$$n_2' = (b/3 + a)(l^2 - a^2) - \frac{2}{3}ba^2 - b^2/2(b/5 + a)$$

$$EI\delta_u = \frac{pbu}{12l} \{n_2 - (c + \frac{2}{3}b)u^2\} \quad (7)$$

$$EI\delta_v = \frac{pb}{12l} (c + v) \{n_2' - (b/3 + a)(c + v)^2\} + \frac{pv^5}{120b} \quad (8)$$

$$EI\delta_z = \frac{pbz}{12l} \{n_2' - (b/3 + a)z^2\} \quad (9)$$

(8) 式にて $a=0, b=l, c=0$ とおけば全径間の等変化分布荷重の場合となる。

4. 任意荷重をもつ梁の撓

1, 2, 3 の場合を組合せた荷重をもつ梁の撓は各場合場合の撓の代数和で記述される。

今 (1) 式より (9) 式に就き

$$bu/12l \{m - (b + 2c)u^2\} = A^{m1}$$

$$b(a + v)/12l \{m - (b + 2c)(a + v)^2\} + v^4/24 = A^{v1}$$

$$bz/12l \{m' - (2a + b)z^2\} = A^{z1}$$

$$bu/12l \{n_1 - (b/3 + c)u^2\} = A^{n1}$$

$$b(a + v)/12l \{n_1 - (b/3 + c)(a + v)^2\} + v^5/120b = A^{v2}$$

$$bz/12l \{n_1' - (a + \frac{2}{3}b)z^2\} = A^{z2}$$

$$bu/12l \{n_2 - (c + \frac{2}{3}b)u^2\} = A^{n2}$$

(1) A Consideration on the Problem of Continuous Beam.

(2) Kikuo NAGAMOTO, Member. The Tokyo Ishikawajima Shipbuilding & Engineering Co., Ltd. 東京石川島造船所。

(3) Proceeding of the Royal Society of London Vol. 62, Nov. 1897. (4) 中沢盛直、機械学会誌、28, 101 (大 14-9)。

$$b(c+v)/12l\{u_3'-(b/3+a)(c+v)^2\}+v^5/120b=A'''v$$

$$bz/12l\{u_2'-(b/3+a)z^2\}=A'''z$$

A の右上の文字は撓を演算すべき式の内容を表すものとし、ダッシュは荷重の状態を表すものとし、真下の m は荷重を表すものとし、右下には撓を求むべき位置を表す文字又は数字を添ふるものとす。茲では便宜上 A を撓係数と名付けることにす。

$1/EI \times p_{m_1} A'''$ にて $b=0$, $p_{m_1} b = P_{m_0}$ とおいたものは集中荷重 P_{m_0} による撓となる。この場合撓係数を A'' にて表すものとす。斯く約束するときは (1), (2), (3) の場合を組合せた荷重をもつ梁の n 点の撓 δ_n は次式で求められる。

$$EI\delta_n = \sum_{m_0=1}^{m_0} P_{m_0} A_n^{(u,z)} + \sum_{m_1=1}^{m_1} p_{m_1} A_n^{(u,v,z)} + \sum_{m_2=1}^{m_2} p_{m_2} A_n^{(u,v,z)} + \sum_{m_3=1}^{m_3} p_{m_3} A_n^{(u,v,z)}$$

.....(10)

5. 任意荷重をもつ n 径間連続梁をその両端を支へた梁と考ふときの任意点 n の撓 (第 4 図)

第 4 図

茲で考ふる連続梁の支点は同一線上にあり、且断面の慣性モーメントは全径間を通じ不変として考察するものとす。

今一般荷重をもつ n 径間連続梁を $1 \cdots n+1$ とす。 l_1 径間を第 1 径間、 l_n 径間を第 n 径間と名付け、第 1 径間に存する荷重を I 系統荷重、第 n 径間に存する荷重を N 系統荷重と名付ける。連続梁 $1 \cdots n+1$ の両端 $1, n+1$ を支点とする梁の I 系統荷重による 2 点の撓を δ_2 で表すものとす。 $I \cdots N$ 系全荷重による梁 2 点の撓を δ_2 とす。

然らば一般荷重をもつ梁の n 点の撓は次式で表すことが出来る。

$$EI \sum_{n=1}^N \delta_n = \sum_{n=1}^N \left[\sum_{m_0=1}^{m_0} P_{m_0} A_n^{(u,z)} \right]_{n=1} + \sum_{n=1}^N \left[\sum_{m_1=1}^{m_1} p_{m_1} A_n^{(u,v,z)} \right]_{n=1} + \sum_{n=1}^N \left[\sum_{m_2=1}^{m_2} p_{m_2} A_n^{(u,v,z)} \right]_{n=1} + \sum_{n=1}^N \left[\sum_{m_3=1}^{m_3} p_{m_3} A_n^{(u,v,z)} \right]_{n=1}$$

.....(11)

I 系統荷重による n 点の撓は次の如く表される。

$$EI\delta_n = \left[\sum_{m_0=1}^{m_0} P_{m_0} A_n^{(u,z)} \right]_I + \left[\sum_{m_1=1}^{m_1} p_{m_1} A_n^{(u,v,z)} \right]_I + \left[\sum_{m_2=1}^{m_2} p_{m_2} A_n^{(u,v,z)} \right]_I + \left[\sum_{m_3=1}^{m_3} p_{m_3} A_n^{(u,v,z)} \right]_I$$

同様に N 系統荷重による n 点の撓は次の如く表される。

$$EI\delta_n = \left[\sum_{m_0=1}^{m_0} P_{m_0} A_n^{(u,z)} \right]_N + \left[\sum_{m_1=1}^{m_1} p_{m_1} A_n^{(u,v,z)} \right]_N + \left[\sum_{m_2=1}^{m_2} p_{m_2} A_n^{(u,v,z)} \right]_N + \left[\sum_{m_3=1}^{m_3} p_{m_3} A_n^{(u,v,z)} \right]_N$$

.....(12)

然らば δ_n は次の様に書ける。

$$EI\delta_n = EI\{\delta_n + \delta_n + \cdots + \delta_n + \delta_n\}$$

.....(13)

6. 集中荷重をもつ梁の撓 (第 5 図)

第 5 図

1 箇の集中荷重をもつ梁の撓は 1, 4 節にて述べた様に (1), (3) 式にて $b=0$, $pb=P$ とおけば求められる。

$$EI\delta_u = Pc/6l\{a(l+c)u-u^3\}$$

.....(14)

$$EI\delta_z = Pa/6l\{c(l+a)z-z^3\}$$

.....(15)

それ故、 $1/6l\{ca(l+c)u-cu^3\}=A''$

$$1/6l\{ac(l+a)z-az^3\}=A''$$

であり、1 箇の集中荷重の撓係数と名付ける。然らば集中荷重 P による 4 点の撓は $EI\delta_4=PA''$ にて求められる。

次に連続梁 $1, \cdots, n+1$ にて中間支点の反動力 $R_2, R_3, \cdots, R_{n-1}, R_n$ を集中荷重と考へたときの中間支点 $2, 3, \cdots, n$ 点の撓を求めよう。

反動力 R_2 による n 点の撓係数を $A_n^{(u,z)}$ にて表せば R_2 による n 点の撓は $I/EI \times A_n^{(u,z)} R_2$ で表さる。斯くすれば $R_2, R_3, \cdots, R_n$ 荷重による $2, 3, \cdots, n$ 点の撓は次の如く求められる。

$$EI \times 2 \text{ 点の撓} = A_2^u R_2 + A_2^u R_3 + \cdots + A_2^u R_{n-1} + A_2^u R_n$$

$$EI \times 3 \text{ 点の撓} = A_3^z R_2 + A_3^z R_3 + \cdots + A_3^z R_{n-1} + A_3^z R_n$$

$$EI \times n-1 \text{ 点の撓} = A_{n-1}^z R_2 + A_{n-1}^z R_3 + \cdots + A_{n-1}^z R_{n-1} + A_{n-1}^z R_n$$

$$EI \times n \text{ 点の撓} = A_n^z R_2 + A_n^z R_3 + \cdots + A_n^z R_{n-1} + A_n^z R_n$$

.....(16)

7. A の個性 (第 6 図)

前節にて述べた A は次節で述べる連続梁理論の重要因子となるを以て、今その性質を調べてみると次の様な簡明な関係があることが判る。

今 A_n^v に就て調べてみるに第6図第1線は正で $1/6 \times A$ 点の反動力に、 a から b までの長さ $(l+c)$ 、に b から c までの長さ a, c から d までの長さ v 、を乗することを表すものとす。第6線は負で $1/6 \times A$ 点における反動力に、 ef, fg, gh 即ち v の3乗を乗することを表すものとす。

第 6 図

A_n^v は第1線第6線の代数和で以て表される。同様なることを A', A'', A''' に就て調べ、これ等を経れば第1表のようになる。但し P 、及び ρ 、は単位荷重にとつてゐる。

2. 理 論

1. 任意荷重をもつ両端支への n 径間連続梁

i. 中間支点の反動力

任意荷重をもつ両端支への n 径間連続梁 1, $\dots, n+1$, にて荷重による 2, $\dots, n$, 点の撓 (13) 式と、反動力による 2, $\dots, n$, 点の撓 (16) 式を等しくおいたものが連続梁であると考へることが出来る⁽³⁾。

この場合 EI は共通であるから省く。

$$\delta_2 = \frac{A_2^u R_2}{2} + \frac{A_2^u R_3}{3} + \dots + \frac{A_2^u R_{n-1}}{n-1} + \frac{A_2^u R_n}{n} \quad \dots \dots \dots (17)$$

$$\delta_n = \frac{A_n^u R_2}{2} + \frac{A_n^u R_3}{3} + \dots + \frac{A_n^u R_{n-1}}{n-1} + \frac{A_n^u R_n}{n}$$

$$R_2 = \begin{vmatrix} \delta_2 A_2^u & \dots & A_2^u \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta_n A_n^u & \dots & A_n^u \\ A_2^u & \dots & A_n^u \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A_n^u & \dots & A_n^u \end{vmatrix} \quad \dots \dots \dots (18)$$

$$R_n = \begin{vmatrix} A_2^u & \dots & A_2^u \delta_2 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A_n^u & \dots & A_n^u \delta_n \\ A_2^u & \dots & A_n^u \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ A_n^u & \dots & A_n^u \end{vmatrix}$$

昭和 14 年 5 月]

第 1 表

A の個性						
荷重条件	A^u	A^v	A^{u_2}	A^{v_2}	A^{u_3}	A^{v_3}
第1線	$+1/6 \times R_A$	$+1/6 \times R_B$	$+1/6 \times R_A$	$+1/6 \times R_A$	$+1/6 \times R_A$	$+1/6 \times R_A$
第2線			$-1/6 l \times \text{荷重}$	$-1/6 l \times \text{荷重}$	$-1/9 l \times \text{荷重}$	$-1/6 l \times \text{荷重}$
第3線			$-1/6 l \times \text{荷重}$	$-1/6 l \times \text{荷重}$	$-1/12 l \times \text{荷重}$	$-1/12 l \times \text{荷重}$
第4線			$-1/24 l \times \text{荷重}$	$-1/24 l \times \text{荷重}$	$-1/60 l \times \text{荷重}$	$-1/60 l \times \text{荷重}$
第5線						$-1/6 l \times \text{荷重}$
第6線	$-1/6 \times R_A$	$-1/6 \times R_B$	$-1/6 \times R_A$	$-1/6 \times R_A$	$-1/6 \times R_A$	$-1/6 \times R_A$
第7線				$+1/24 \times v$ までの荷重	$+1/60 \times v$ までの荷重	$-1/60 \times \text{荷重}$
第8線						$+1/12 \times \text{荷重}$
第9線						$+1/6 \times \text{荷重}$
第10線						$+1/6 \times \text{荷重}$
備考				全径間の等分布荷重のときは第1, 第4, 第6, 第7, 線の代数和をとればよい	全径間の等変分布荷重のときは第1, 第4, 第6, 第7, 線の代数和をとればよい	

A の真下の数字は行に於ては常に一定であり、右下の数字は 2 より n まで変化する。列に於ては A の真下の数字は 2 より n まで変化する。右下の数字は常に一定である。 A の右上の文字は行列式の対角線より上半が u であり、下半が v である。又 Maxwell の理論から次の事が云へる。

$$\begin{matrix} A_4 & = & A_3 \\ \vdots & & \vdots \\ A_n & = & A_{n-1} \end{matrix}$$

故にこの事から行列式は対角線を中心として対称の位置にあるものは全部等しいといふことになる。また考へる指標は常に中間支点の 2 から n までである。この指標に就ては後節に論ずる両端固定、及び一端固定他端支への連続梁に就ても同様なる事が云へる。

ii. 中間支点の モーメント (第 7, 8 図)

第 7 図

第 8 図

中間支点の反動力と モーメント の関係を調べてみるに、
今連続梁にて相隣る 2 径間をとり、これを二つの梁に分ちて
計算すれば次の如くなる。

1 点に就て

$$P_1 \vec{a}_1 - R_2' l_1 - M_2 + M_1 = 0$$

$$\frac{P_1 \vec{a}_1}{l_1} + \frac{M_1 - M_2}{l_1} = R_2'$$

3 点に就て

$$P_2 \vec{a}_2 - R_3' l_2 - M_3 + M_2 = 0$$

$$\frac{P_2 \vec{a}_2}{l_2} + \frac{M_2 - M_3}{l_2} = R_3'$$

$$R_2 = R_2' + R_3' = \frac{M_1 - M_2}{l_1} + \frac{M_2 - M_3}{l_2} + \frac{P_1 \vec{a}_1}{l_1} + \frac{P_2 \vec{a}_2}{l_2}$$

$$1 \text{ 点に関するモーメント } \sum P_1 \vec{a}_1 = \vec{\mathfrak{M}}_1$$

$$3 \text{ 点に関するモーメント } \sum P_2 \vec{a}_2 = \vec{\mathfrak{M}}_2$$

とおき $\vec{\mathfrak{M}}_1/l_1$, $\vec{\mathfrak{M}}_2/l_2$ を荷重項と名付く、然らば

$$R_2 = \frac{M_1 - M_2}{l_1} + \frac{M_2 - M_3}{l_2} + \frac{\vec{\mathfrak{M}}_1}{l_1} + \frac{\vec{\mathfrak{M}}_2}{l_2}$$

荷重項は初めの条件できまるものであるから

$$R_2 - \left(\frac{\vec{\mathfrak{M}}_1}{l_1} + \frac{\vec{\mathfrak{M}}_2}{l_2} \right) = \frac{1}{l_1} M_1 - \frac{l_1 + l_2}{l_1 l_2} M_2 + \frac{1}{l_2} M_3$$

$$\text{そこで } K_2 = R_2 - \left(\frac{\vec{\mathfrak{M}}_1}{l_1} + \frac{\vec{\mathfrak{M}}_2}{l_2} \right)$$

$$\dots\dots\dots$$

$$K_n = R_n - \left(\frac{\vec{\mathfrak{M}}_{n-1}}{l_{n-1}} + \frac{\vec{\mathfrak{M}}_n}{l_n} \right)$$

とおけば一般に

$$K_n = \frac{1}{l_{n-1}} M_{n-1} - \frac{l_{n-1} + l_n}{l_{n-1} l_n} M_n + \frac{1}{l_n} M_{n+1} \dots\dots\dots (20)$$

(20) 式を n 径間連続梁に就て記述せば次の如くなる。

$$K_2 = \frac{1}{l_1} M_1 - \frac{l_1 + l_2}{l_1 l_2} M_2 + \frac{1}{l_2} M_3$$

$$K_3 = \frac{1}{l_2} M_2 - \frac{l_2 + l_3}{l_2 l_3} M_3 + \frac{1}{l_3} M_4$$

.....

$$K_{n-1} = \frac{1}{l_{n-2}} M_{n-2} - \frac{l_{n-2} + l_{n-1}}{l_{n-2} l_{n-1}} M_{n-1} + \frac{1}{l_{n-1}} M_n$$

$$K_n = \frac{1}{l_{n-1}} M_{n-1} - \frac{l_{n-1} + l_n}{l_{n-1} l_n} M_n + \frac{1}{l_n} M_{n+1} \dots\dots\dots (21)$$

今の場合は両端支へで $M_1 = 0$, $M_{n+1} = 0$, である。

(21) 式より

行列式にて対角線の方に $-(l_1 + l_2)/l_1 l_2$ は l_1 に始まり l_n に終つてゐる。又 $1/l_2$ は l_2 に始まり l_{n-1} に終り、対角線を中心として対称の位置にあるものは同じである。考へてゐる指標は常に論じてゐる径間 1, より n , までである。この事は後節に論ずる両端固定、及び一端固定他端支への連続梁に就ても同様なことが云へる。

iii. 両端支点の反動力 (第 9 図)

先づ一般の場合として梁が両端に モーメント を 受けてゐる場合を考へる。

2 点に就て

$$-R_1 l_1 - M_1 + P_1 a_1 + M_2 = 0$$

$$R_1 = \frac{M_2}{l_1} - \frac{M_1}{l_1} + \frac{P_1 a_1}{l_1}$$

第 9 図

$\sum P_1 a_1 = \bar{M}_1$ とおき $\sum \bar{M}_1 / l_1$ を荷重項と名付ける。

然らば

$$R_1 = \frac{M_2}{l_1} - \frac{M_1}{l_1} + \sum \frac{\bar{M}_1}{l_1} \quad (23)$$

同様に

$$R_2 = \frac{M_1}{l_1} - \frac{M_2}{l_1} + \sum \frac{\bar{M}_2}{l_1} \quad (24)$$

(23), (24) 式は指標に注意すれば一般の場合が直ちに求められる。この場合は $M_1 = 0$, $M_{n+1} = 0$, であるから次の如く求める。

$$\left. \begin{aligned} R_1 &= \frac{M_2}{l_1} + \sum \frac{\bar{M}_1}{l_1} \\ R_{n+1} &= \frac{M_n}{l_n} + \sum \frac{\bar{M}_n}{l_n} \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

2. 任意荷重をもつ両端固定の n 径間連続梁

i. 中間支点の反動力及び両固定端の モーメント

この場合は 2 章 1 節にて $n+2$ 径間をとり第 1 径間 l_1 及び第 $n+2$ 径間 l_{n+2} にて l_1 及び l_{n+2} を限りなく零に接近せしむれば得らる。

今この問題を論ずるに當り、例へば 3 径間の連続梁にて第 10 図の如き等分布荷重をもつ時 a と c を限りなく零に接近してみる。

この場合梁の荷重常数、撓常数 A 、及び 1, 4, にて支へた梁と考ふるときの 2, 3, 点の撓は次の如くなる。

第 10 図

$$m = (b+2c)(l^2 - c^2) - 2bc^2 - b^2(b/2 + 2c)$$

$$m' = (2a+b)(l^2 - a^2) - 2a^2b - b^2(2a + b/2)$$

$$\delta_2 = pba/12l\{m - (b+2c)a^2\}$$

$$\delta_3 = pbc/12l\{m' - (2a+b)c^2\}$$

$$\begin{aligned} A_2^u &= 1/6l\{(b+c)a^2(l+b+c) - (b+c)a^3\} \\ &= a^2(b+c)^2/3l \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_3^z &= 1/6l\{(b+c)a(l+a)c - ac^3\} \\ &= ac/6l\{(b+c)(l+a) - c^2\} \end{aligned}$$

$$A_3^u = ac/6l\{(b+c)(l+a) - c^2\}$$

$$\begin{aligned} A_3^u &= 1/6l\{c(a+b)(l+c)(a+b) - c(a+b)^3\} \\ &= c^2(a+b)^2/3l \end{aligned}$$

依て (17) 式を書けば次の如くなる。

$$\frac{pba}{12l}\{m - (b+2c)a^2\}$$

$$= \frac{a^2(b+c)^2}{3l}R_2 + \frac{ac\{(b+c)(l+a) - c^2\}}{6l}R_3 \quad (i)$$

$$\begin{aligned} &\frac{pba}{12l}\{m' - (2a+b)c^2\} \\ &= \frac{ac\{(b+c)(l+a) - c^2\}}{6l}R_2 + \frac{c^2(a+b)^2}{3l}R_3 \quad (ii) \end{aligned}$$

(i), (ii) にて a 及び c を限りなく零に接近せしむるに (i) $\div$ a

$$\begin{aligned} &\frac{pb}{12l}\{m - (b+2c)a^2\} \\ &= \frac{(b+c)^2}{3l}R_2a + \frac{\{(b+c)(l+a) - c^2\}}{6l}R_3c \quad (i)' \end{aligned}$$

(ii) $\div$ c

$$\begin{aligned} &\frac{pb}{12l}\{m' - (2a+b)c^2\} \\ &= \frac{\{(b+c)(l+a) - c^2\}}{6l}R_2a + \frac{(a+b)^2}{3l}R_3c \quad (ii)' \end{aligned}$$

(i)', (ii) にて $a \rightarrow 0$, $c \rightarrow 0$,

$$\frac{pb}{12b} \cdot \frac{b^3}{2} = \frac{b}{3}R_2\varepsilon + \frac{b}{6}R_3\varepsilon \quad (i)''$$

$$\frac{pb}{12b} \cdot \frac{b^3}{2} = \frac{b}{6}R_2\varepsilon + \frac{b}{3}R_3\varepsilon \quad (ii)''$$

$$R_2\varepsilon = \begin{vmatrix} pb^3/24 & b/6 \\ pb^3/24 & b/3 \\ b/3 & b/6 \end{vmatrix} = pb^2/12 \quad (iii)$$

$$R_3\varepsilon = \begin{vmatrix} b/3 & pb^3/24 \\ b/6 & pb^3/24 \\ b/3 & b/3 \end{vmatrix} = pb^2/12 \quad (iv)$$

(iii), (iv) は等分布荷重をもつ固定梁の両固定端の モーメント である⁽⁵⁾。依て一般の $n+2$ 径間に就て論ずれば次の如くなる。

$$M_2 = \lim_{\substack{l_1 \rightarrow 0 \\ l_{n+2} \rightarrow 0}} \begin{vmatrix} \delta_2 A_2^u & A_2^u \\ l_1 & l_1 \\ \delta_3 A_3^u & A_3^u \\ \vdots & \vdots \\ \delta_{n+1} A_{n+1}^u & A_{n+1}^u \\ \delta_{n+2} A_{n+2}^u & A_{n+2}^u \\ l_{n+2} & l_{n+2} \\ A_2^z & A_2^z \\ \vdots & \vdots \\ A_{n+1}^z & A_{n+1}^z \\ A_{n+2}^z & A_{n+2}^z \\ l_{n+2} & l_{n+2} \end{vmatrix}$$

(5) 只今の様に固定梁は連続梁の特別な場合として理論的に極めてきれいに論ずることが出来るが又実際上の取扱ひに就ては著者、両端固定梁の新しい解き方。石川島技報 (昭 14-1) による最も簡明に論ずることが出来る。

$$\begin{aligned}
 & \begin{array}{c}
 \begin{array}{|c|} \hline \begin{array}{c} A_2^u \delta_2 \\ \frac{2}{l_1} \end{array} \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline \begin{array}{c} A_2^u \\ \frac{n+2}{l_1} \end{array} \\ \hline \end{array} \\
 \begin{array}{|c|} \hline \begin{array}{c} A_3^z \delta_3 \\ \frac{2}{l_2} \end{array} \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline \begin{array}{c} A_3^u \\ \frac{n+2}{l_2} \end{array} \\ \hline \end{array} \\
 \vdots \\
 \begin{array}{|c|} \hline \begin{array}{c} A_{n+2}^z \delta_{n+1} \\ \frac{2}{l_{n+2}} \end{array} \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline \begin{array}{c} A_{n+1}^u \\ \frac{n+2}{l_{n+2}} \end{array} \\ \hline \end{array} \\
 \begin{array}{|c|} \hline \begin{array}{c} A_{n+2}^z \delta_{n+2} \\ \frac{2}{l_{n+2}} \end{array} \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline \begin{array}{c} A_{n+2}^u \\ \frac{n+2}{l_{n+2}} \end{array} \\ \hline \end{array} \\
 \hline
 \end{array} \\
 R_3 = \lim_{\substack{l_1 \rightarrow 0 \\ l_{n+2} \rightarrow 0}} \Delta
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \begin{array}{c}
 \begin{array}{|c|} \hline \begin{array}{c} A_1^z \delta_1 \\ \frac{2}{l_1} \end{array} \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline \begin{array}{c} A_2^u \delta_2 \\ \frac{n+2}{l_1} \end{array} \\ \hline \end{array} \\
 \begin{array}{|c|} \hline \begin{array}{c} A_3^z \delta_3 \\ \frac{2}{l_2} \end{array} \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline \begin{array}{c} A_3^u \delta_3 \\ \frac{n+1}{l_2} \end{array} \\ \hline \end{array} \\
 \vdots \\
 \begin{array}{|c|} \hline \begin{array}{c} A_{n+2}^z \delta_{n+1} \\ \frac{2}{l_{n+2}} \end{array} \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline \begin{array}{c} A_{n+1}^u \delta_{n+1} \\ \frac{n+1}{l_{n+2}} \end{array} \\ \hline \end{array} \\
 \begin{array}{|c|} \hline \begin{array}{c} A_{n+2}^z \delta_{n+2} \\ \frac{2}{l_{n+2}} \end{array} \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline \begin{array}{c} A_{n+1}^z \delta_{n+2} \\ \frac{n+1}{l_{n+2}} \end{array} \\ \hline \end{array} \\
 \hline
 \end{array} \\
 M_{n+2} = \lim_{\substack{l_1 \rightarrow 0 \\ l_{n+2} \rightarrow 0}} \Delta
 \end{aligned}
 \quad \dots\dots\dots(26)$$

これより中間支点のモーメントを求むれば次の如くなる。

$$\begin{aligned}
 & \begin{array}{c}
 \begin{array}{|c|} \hline \begin{array}{c} K'_3 \quad \frac{1}{l_3} \quad 0 \\ \hline K_4 \quad -\frac{l_3+l_4}{l_3} \quad \frac{1}{l_4} \\ \hline \frac{1}{l_4} \\ \hline 0 \\ \hline K_n \quad \frac{1}{l_n} \quad \frac{l_n+l_{n+1}}{l_n} \\ \hline K'_{n+1} \quad 0 \quad 0 \end{array} \\ \hline \end{array} \\
 M_3 = \frac{\begin{array}{|c|} \hline \begin{array}{c} -\frac{l_2+l_3}{l_2} \quad \frac{1}{l_3} \quad 0 \\ \hline \frac{1}{l_3} \\ \hline 0 \\ \hline 0 \end{array} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|} \hline \begin{array}{c} 0 \quad \frac{1}{l_n} \quad -\frac{l_n+l_{n+1}}{l_n} \\ \hline 0 \quad \frac{1}{l_n} \quad -\frac{l_n+l_{n+1}}{l_n} \end{array} \\ \hline \end{array}}
 \end{array}$$

ii. 中間支点のモーメント

$$2 \text{ 章 } 1 \text{ 節 (20) 式} \quad K_2 = \frac{1}{l_1} M_1 - \frac{l_1+l_2}{l_1 l_2} M_2 + \frac{1}{l_3} M_3$$

にて、端のモーメント M_1 が既知であれば、次の様に書ける。

$$K_2 - \frac{1}{l_1} M_1 = -\frac{l_1+l_2}{l_1 l_2} M_2 + \frac{1}{l_3} M_3$$

今 $K'_2 = K_2 - 1/l_1 \times M_1$ とおけば

$$K'_2 = -\frac{l_1+l_2}{l_1 l_2} M_2 + \frac{1}{l_3} M_3$$

また M_{n+2} が既知であれば K'_{n+1} は次の如く書ける。

$$K'_{n+1} = \frac{1}{l_n} M_n - \frac{l_n+l_{n+1}}{l_n l_{n+1}} M_{n+1}$$

然らば 2 章 1 節 (21) 式と同様に (27) 式を書くことが出来る。

$$K'_3 = -\frac{l_2+l_3}{l_2 l_3} M_3 + \frac{1}{l_4} M_4$$

$$K_4 = \frac{1}{l_3} M_3 - \frac{l_3+l_4}{l_3 l_4} M_4 + \frac{1}{l_4} M_5$$

.....

$$K_n = \frac{1}{l_{n-1}} M_{n-1} - \frac{l_{n-1}+l_n}{l_{n-1} l_n} M_n + \frac{1}{l_n} M_{n+1}$$

$$K'_{n+1} = \frac{1}{l_n} M_n - \frac{l_n+l_{n+1}}{l_n l_{n+1}} M_{n+1} \quad \dots\dots\dots(27)$$

$$\begin{aligned}
 & \begin{array}{c}
 \begin{array}{|c|} \hline \begin{array}{c} -\frac{l_2+l_3}{l_2} \quad \frac{1}{l_3} \quad 0 \\ \hline \frac{1}{l_3} \\ \hline 0 \\ \hline 0 \end{array} \\ \hline \end{array} \\
 M_{n+1} = \frac{\begin{array}{|c|} \hline \begin{array}{c} K'_3 \quad \frac{1}{l_3} \quad 0 \\ \hline K_4 \quad -\frac{l_3+l_4}{l_3} \quad \frac{1}{l_4} \\ \hline \frac{1}{l_4} \\ \hline 0 \\ \hline K_n \quad \frac{1}{l_n} \quad \frac{l_n+l_{n+1}}{l_n} \\ \hline K'_{n+1} \quad 0 \quad 0 \end{array} \\ \hline \end{array}}{\begin{array}{|c|} \hline \begin{array}{c} 0 \quad \frac{1}{l_n} \quad -\frac{l_n+l_{n+1}}{l_n} \\ \hline 0 \quad \frac{1}{l_n} \quad -\frac{l_n+l_{n+1}}{l_n} \end{array} \\ \hline \end{array}}
 \end{array}$$

Δ

.....(28)

iii. 両固定端の反動力

$$\left. \begin{aligned}
 R_2 &= \frac{M_3}{l_2} - \frac{M_2}{l_2} + \sum \frac{\overleftarrow{M}_i}{l_2} \\
 R_{n+1} &= \frac{M_{n+1}}{l_{n+1}} - \frac{M_n}{l_{n+1}} + \sum \frac{\overrightarrow{M}_i}{l_{n+1}}
 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(29)$$

3. 任意荷重をもつ一端固定他端支への n 径間連続梁

i. 中間支点の反動力及び固定端のモーメント

この場合は 2 章 1 節にて $n+1$ 径間をとり第 1 径間 l_1 を限りなく零に接近せしむれば得らる。

[第 5 巻 第 19 号

$$M_2 = \lim_{l_1 \rightarrow 0} \begin{vmatrix} \delta_2 \frac{A_2^u}{l_1} & \dots & \frac{A_2^u}{l_1} \\ \delta_3 \frac{A_3^u}{l_1} & \dots & \frac{A_3^u}{l_1} \\ \vdots & & \vdots \\ \delta_{n+1} \frac{A_{n+1}^u}{l_1} & \dots & \frac{A_{n+1}^u}{l_1} \\ \hline \frac{A_2^u}{l_1} & \dots & \frac{A_2^u}{l_1} \\ \frac{A_3^u}{l_1} & \dots & \frac{A_3^u}{l_1} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{A_{n+1}^u}{l_1} & \dots & \frac{A_{n+1}^u}{l_1} \end{vmatrix}$$

$$R_3 = \lim_{l_1 \rightarrow 0} \begin{vmatrix} \frac{A_2^u}{l_1} & \delta_2 \frac{A_3^u}{l_1} & \dots & \frac{A_1^u}{l_1} \\ \frac{A_3^u}{l_1} & \delta_3 \frac{A_4^u}{l_1} & \dots & \frac{A_2^u}{l_1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{A_{n+1}^u}{l_1} & \delta_{n+1} \frac{A_{n+2}^u}{l_1} & \dots & \frac{A_n^u}{l_1} \end{vmatrix}$$

$$R_{n+1} = \lim_{l_1 \rightarrow 0} \begin{vmatrix} \frac{A_2^u}{l_1} & \dots & \frac{A_n^u}{l_1} & \delta_2 \\ \frac{A_3^u}{l_1} & \dots & \frac{A_{n+1}^u}{l_1} & \delta_3 \\ \vdots & & \vdots & \vdots \\ \frac{A_{n+1}^u}{l_1} & \dots & \frac{A_{n+2}^u}{l_1} & \delta_{n+1} \end{vmatrix} \quad \Delta \quad \dots \dots \dots (30)$$

ii. 中間支点のモーメント

2 章 2 節に述べし中間支点のモーメントと同様に次の如く直ちに記述することが出来る。

iii. 両端の反動力

$$\left. \begin{aligned} R_2 &= \frac{M_3}{l_2} - \frac{M_2}{l_2} + \sum \frac{\overleftarrow{M}_2}{l_2} \\ R_{n+1} &= \frac{M_{n+1}}{l_{n+1}} + \sum \frac{\overrightarrow{M}_{n+1}}{l_{n+1}} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (32)$$

3. 結 び

任意荷重をもつ一般 n 径間連続梁は行列式の形で一定規則の下で無限径間まで抽象的に極めて簡明に論ずることが出来る。即ち著者は Wilson 理論を徹底せしめた一つの連続梁新理論として提唱する次第である。

(昭和 14 年 3 月 1 日受付)

$$M_3 = \begin{vmatrix} K'_3 & \frac{1}{l_3} & 0 & \dots & 0 \\ K_4 & \frac{l_3+l_4}{l_3 l_4} & \frac{1}{l_4} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{n+1} & 0 & 0 & \dots & 0 \end{vmatrix}$$

$$M_{n+1} = \begin{vmatrix} \frac{l_2+l_3}{l_2 l_3} & \frac{1}{l_3} & 0 & \dots & 0 \\ \frac{1}{l_3} & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{1}{l_n} & \dots & \dots & \dots & \dots \end{vmatrix} \quad \Delta \quad \dots \dots \dots (31)$$