罐 胴 の 段 付 に 依 る 應 力 に 就 て⁽¹⁾

(昭和 15 年 2 月 3 日 福岡講演會 [九州機械工業會と聯合] に於て講演)

正 員 奥 田 克 巳⁽²⁾

摘 要

水管式汽罐の罐胴に於て管板の部分と然らざる部分との板の厚さを異にする場合に、罐胴の外側のみに段を付けるのが普通であるが、この形状では罐胴を完全円筒と看做したる場合の計算に比し段付部附近に著しく大なる應力を発生することを指摘し、全然段付を施さないか又は内外面共段を付けて板の中立面が眞円筒となる如くすれば、内圧に依る應力は完全円筒の場合と大差なきことを述べる。

1. 緒 言

第1図Aは罐胴の外側のみに段付を施したる場合の形状にして、Bは内外面共段付を施したる場合である。何れの場合に於ても鏡板の影響を無視し胴板を曲り棒と考へれば、内圧に依て棒の任意の断面に生ずる彎曲モーメントを数式に依て求めることは必ずしも困難でないが、求めんとする最大彎曲モーメントは R , l , t_1 , t_2 の外に更に第2図 α にも関係する極めて煩雜なる函数となり、これらの変数間の相互関係を観念的に把握することは至難である。依て本文では次節以下に述べる如く最も簡單なる場合より始めて漸次に考察を進め、應力と形状との関係を明確にせんとするものである。

第 1 図 段付の形状

第 2 図 段付の位置

2. 段付なき場合

胴板が一樣な厚さの円筒であつても管板の部分は管孔のために板の剛さが減少する故、全然管孔のない完全円筒の場合に比すれば幾分異なる変形をする筈である。管孔の縁に應力が集中することは茲では別箇の問題として考慮外に置き、胴板全体としての変形のみ就て考へれば、管板の部分(第2図 II 部)は他の部分(同図 I 部)に比し恰も弾性係数 E を異にするものと看做することができる。依てこの比を m と置けば m は $1 > m > 0$ なる常数である。

$$E_2/E_1 = m \dots \dots \dots (1)$$

先づ簡單のために $\alpha = \pi/2$ と置きたる第3図の如き場合に

第 3 図 段付なき場合

就き、I 部の半分即ち D_1C 間を恰も D_1 点に於て固定されたる曲り片持棒と考へ、その先端 C に外力 Q , F , M が作用し、内面に一樣分布荷重 p を受ける場合の C 点の外向の移動及び傾を夫々 ξ_1 及び θ_1 とすれば容易に次の如く求まる。

$$\left. \begin{aligned} \xi_1 &= \frac{pR_1R}{E_1t} + \frac{R^2}{E_1I} \left(M - \frac{\pi}{4} FR \right) \\ \theta_1 &= \frac{R}{E_1I} \left(\frac{\pi}{2} M - FR \right) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (2)$$

但し本式は次の関係を用ひて Q を除いたものである。

$$Q = pR_1 \dots \dots \dots (3)$$

同様に II 部に就て ξ_2 及び θ_2 を求め、これらをそれぞれ相等しいと置いて M を求めれば

$$\left. \begin{aligned} M &= f(m) p t^2 (2R - t) / R \\ f(m) &= \frac{1}{8} (1 - m)^2 / \{ \pi^2 (1 + m)^2 - 8(1 - m)^2 \} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (4)$$

従て M に依て生ずる彎曲應力は

$$\sigma_b = \frac{6M}{t^2} = f(m) \cdot 6p(2R - t) / R$$

これを完全円筒の場合のたが張應力

$$\sigma_0 = pR_1/t = p(2R - t)/2t \dots \dots \dots (5)$$

と比較するに

$$\sigma_b/\sigma_0 = f(m) \cdot 12t/R \dots \dots \dots (6)$$

となり、仮に $m=2$, $12t/R=1$ と置くも $\sigma_b/\sigma_0=0.0041$ に過ぎず、實際上全く問題とするに足らざることが知れる。

故に引抜罐胴の如く製作上その他の理由に依り特にその必要なものにありては、段付を施さないのが最も宜しいが、熔接々手又は鋸接手を有する罐胴に於ては薄板部に接手を設ける方が好都合であるから段付の必要を生じてくる。

3. 板の中立面が眞円筒をなす場合

段付のある場合でも胴板の内外面に同じ高さの段を付けられ

[第 6 卷 第 23 号 (第 1 部)]

(1) On the stresses due to thinning of boiler shells.

(2) Katumi OKUDA, Member, Nagasaki Shipyard, Engine Works, Mitsubishi Heavy Industries Co., Ltd. 三菱重工業株式会社長崎造船所。

ば板の中立面をして眞円筒ならしめることは可能である。先づ考へ方の便宜上茲でも $\alpha = \pi/2$ とし、且第4図の如く急激なる段のある場合を考へよう。

前節と同様に胴板の 1/4 円周を D_1 及び D_2 点に於て固定されたる曲り片持棒と考へ、棒の先端 C に作用する外力及びモーメントを図の如く記せば、 C 点の移動及び傾は (2) と同形の式となる。但し $Q_1 = p(R - \frac{1}{2}t_1)$, $Q_2 = p(R - \frac{1}{2}t_2)$ にして、 $Q_1 - Q_2$

第4図 中立面が眞円筒の場合

なる外力が内側の段に於て切線方向に作用し、中立面に対しては $\frac{1}{2}(t_1 + t_2)(Q_1 - Q_2) = \frac{1}{2}p(t_2^2 - t_1^2)$ なる彎曲モーメントとして作用するため次の関係が成立する。

$$M_1 - M_2 = M_0 = \frac{1}{2}p(t_2^2 - t_1^2) \dots\dots\dots(7)$$

これらの関係を用ひて M_1 , M_2 及び F を解くことができるが煩雜を避けて直ちに一数值例に就て計算したるに次の如き結果を得た。

数値例 $R = 67 \text{ cm}$, $t_1 = 3.8 \text{ cm}$, $t_2 = 5.2 \text{ cm}$,
 $n = E_2 I_2 / E_1 I_1 = 1.47$
 計算結果 $M_1 = 0.745 p$, $M_2 = -0.830 p$,
 $F = 0.0133 p$

即ち M_1 及び M_2 に依て夫々 I 部の内面及び II 部の外面に引張應力が加へられるが、 I 部の方が應力大なるべきに依りこれを計算して完全円筒の場合の應力 $\sigma_0 = pR/t_1$ との比を求めれば

$$\frac{\sigma_b}{\sigma_0} = \frac{6M_1}{t_1^2} \cdot \frac{pR}{t_1} = 0.0185$$

となり、この場合にも應力増加の程度は問題とするに足らないことが知られる。

尙この場合に注意すべきことは (7) に依り M_0 を求めれば $\frac{1}{2}M_0 = 0.787 p$ となり、先に求めたる M_1 及び M_2 の絶対値に略近似することである。このことは次の如く考へれば偶然ならざることが肯かれる。即ち C 点に作用する外力としての彎曲モーメント M_0 が I 部と II 部とに分割して負担されるものと考へると

き、その分担の割合は I 部と II 部との曲げに対する可撓性の大小に依て決する筈にして若しその一方が完全に剛体であるとすればその方に M_0 の全部が負担さるべきことは當然である。上記数值例に於て M_2 の絶対値が M_1 より稍大なるは II 部の方が I 部よりも厚肉なるため可撓性が小なることに帰因するものと解される。従て I 部に就て

第5図 彎曲モーメントの分布

考へれば t_1 が大なる程又 α が小なる程可撓性は減少するから M_1 が増加するものと想像することができる。併し何れにせよ實際問題に於ては I 部も II 部も共に充分可撓性が大なるため、 M_0 は略兩者に均等に分担されるものにして、 t_1 及び t_2 が R に比して小なる程 M_1 及び M_2 は $\frac{1}{2}M_0$ に一層接近する筈である。

第5図 B は上記数值例に就て胴板の任意の断面における彎曲モーメントの分布を示すものにして、 C 点を距るに連れて可成急激にモーメントが減少することが知られる。

4. 同前、なだらかな段のある場合

前節では第1図 B に於て $l \rightarrow 0$ なる場合を考へたのであるが、本節では $l \rightarrow 0$ なる場合即ち同図 $C_1 C_2$ 間に於て内外面に傾斜を持つ場合を考へよう。先づ C_1 及び C_2 の断面に作用する力及びモーメントを第6図の如く置き、両断面に依て切取られる部分の平衡の条件に就て考へるに

$$Q_1 - Q_2 = \frac{1}{2}p(t_2 - t_1)$$

$$(Q_1 + Q_2) \frac{l}{2R} = p l + F_1 - F_2$$

$$M_1 - M_2 = \frac{1}{2}p(t_2^2 - t_1^2) - \frac{1}{2}l(F_1 + F_2)$$

(7) の M_0 を用ひれば

$$M_1 - M_2 = M_0 - \frac{1}{2}l(F_1 + F_2) \dots\dots\dots(8)$$

第6図

本式を (7) と比較すれば M_0 が $M_0 - \frac{1}{2}l(F_1 + F_2)$ に置き換へられたに過ぎない。然るに前節の数值例に於て F が可なり小なりしことより察するに、仮に $l = 10 \text{ cm}$ とするも

$\frac{1}{2}l(F_1 + F_2)$ は M_0 に比して遙かに小なるべきに依り、結局本節の M_1 及び M_2 は共に前節の場合よりも幾分減少するに過ぎず、従て l の値は著しく大ならざる限り影響する所極めて僅少なることが想像できる。但し以上の所論は段付部の切欠の影響に依て生ずる應力に就ては全然触れてゐないのであるから、これを考慮すれば $l = 0$ とすることの不可なるは論を俟たず、實際問題としては切欠の影響を避け得る程度に l の値を適當に選ぶべきである。

5. 中立面が弦形をなす場合

前節では段付部に於ても板の中立面は眞円筒をなす場合に就て考へたのであるが、若し第1図 B に於て $C_1 C_2$ 間の中立面が直線なるときは胴板全体としては中立面が弦形をなすこととなる。斯る場合の應力を吟味するために胴板の厚さが一様にして中立面が第7図の如き形状をなす場合に就き計算を試みよう。第8図の如き坐標を取り、 A , C 両点の彎曲モーメントを夫々 M_A 及び M_C

第7図

第8図

即ち M_1 及び M_2 は $\frac{1}{2}M_0$ 又は δQ に近似する。

俦この場合の最大彎曲應力は C 点に於て I 部の外面に生ずる故これを σ_b として胴板が完全円周をなす場合のたが張應力 σ_0 と比較するに

$$\frac{\sigma_b}{\sigma_0} = \frac{6M_1}{t_1^2} \cdot \frac{\rho R_i}{t} = 0.516$$

この場合の彎曲モーメントの分布を求めれば第5図Aの如くなり、相當廣範圍に汎り 50% 内外の應力増加を生ずるのであるから段付の影響は罐胴設計上輕視することができないことが肯かれる。

又上記数値例に於ても Fl は M_1 又は M_2 に比し遙かに小なるものと察せられる故、段付の傾斜部の長さ l を増せば幾分 M_1 及び M_2 を減じ得るとは云へ、その効果は殆ど問題とするに足らないことは第4節の所論に依り明らかである。

7. 結 論

1. 胴板の中立面が眞円筒をなす場合には、板の厚さに不同があつても、又管孔等のために板の剛さに不同があつても、殆ど問題とするに足る程の應力増加を伴はない。

2. 胴板の中立面の一部に直線部分があつて中立面が弦形をなす場合には稍大なる應力増加を生じ、その程度は略眞円筒に対する中立面の最大偏倚 δ に たが張内力 Q を乗じたる積に等しき彎曲モーメントを生ずるものと看做して計算することができる。

3. 胴板の外面のみに段付を有する場合には著しく大なる應力増加を生じ、その程度は略段における板の中心線の喰違の半分に たが張内力 Q を乗じたる積に等しき彎曲モーメントを生ずるものと看做して計算することができる。

(昭和 15 年 3 月 4 日受付)

ベルトの振動に就て⁽¹⁾

(昭和 14 年 11 月 11 日 應用力学講演會に於て講演)

正員 下山 美徳⁽²⁾

1. 緒 言

ベルト、ロープ、チェーン等は動力を傳達する仕掛の一つとして安價に設備する事が出来るために、最も廣く用ひられてゐるもの、一つである。この簡単な装置に於ても二つのベルト車の間に張られて走つてゐる部分に時に激しい横振動を起して色々の害を及す事がある。ベルト等はその働きの上から特に屈曲し易いものである事が必要であるから、この振動は走つてゐる弦の横振動の問題として取扱ふ事が出来る。

2. 基礎式及び一般解

弦の靜かに走つてゐるときの弦の方向を x 軸に、それに直角に y 軸を選び、振動は xy 平面に於て起るものとする。先づ基礎式を求むるにあたり普通よくなされる様に次の如き假定を置く事とする。

i. 弦が強く張られてゐるので張力 T は x に無關係に一定である。

ii. 弦の單位長さの重さ μ も一定である。

iii. y 方向の変位は小さいと考へる。従て第1図に於て $\sin \theta \approx \theta \approx (\partial y / \partial x)$ と置く事が出来る。

iv. 空氣の抵抗等は一切ないものとする。

然るときは弦の横振動の方程式は

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T \frac{\partial y}{\partial x} \right) = \mu \frac{d^2 y}{dt^2} \quad \dots \dots \dots (1)$$

第 1 図

である。

今弦は x 方向に一樣なる速度 u で走つてゐるものとすれば

$$\frac{dy}{dt} = \frac{\partial y}{\partial t} + u \frac{\partial y}{\partial x}$$

であるから、

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + 2u \frac{\partial^2 y}{\partial x \partial t} + u^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

と書かれる。これ等を (1) に入れると

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = (c^2 - u^2) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - 2u \frac{\partial^2 y}{\partial x \partial t} \quad \dots \dots \dots (2)^{(3)}$$

を得る。これが走つてゐる弦の横振動の基礎式である。但し

$$c = \sqrt{\frac{gT}{\mu}} \quad \dots \dots \dots (3)$$

で、 c は靜止してゐる弦を横振動が傳はる速さである。

この (2) 式の一般解はよく知られてゐる様に

$$y = f_1(x - a_1 t) + f_2(x - a_2 t) \quad \dots \dots \dots (4)$$

で表はされる。こゝで f_1, f_2 は任意の函数で、與へられた最初の条件と境の条件に依て決定さるべきものであり、又

$$\begin{aligned} a_1 &= u + c \\ a_2 &= u - c \end{aligned}$$

である。(4) 式のうち $f_1(x - a_1 t)$ は x の正の方向に $c + u$ の速さをもつて進行する波形を表はし、 $f_2(x - a_2 t)$ は x の負の方向に $c - u$ の速さをもつて進行する波形を表はす。

今 $t = 0$ に於て $y = \varphi(x)$ 及び $\partial y / \partial t = c\psi'(x)$ が與へられたとするとその初めの条件を満足する解は

(1) Vibration of a Running Belt. (2) Yoshinori SHIMOYAMA, Member, Nagoya Imperial University. 名古屋帝国大学。

(3) H. Lorenz Lehrbuch der technischen Physik I. Technische Mechanik starrer gebilde 1 zweite Auflage, S. 376 (1b) 式。