得。第 16 図は実際装置の外形を示し第 17 図は金箔の写真であり簡單なる計算に依てその表面の組織を完全に説明する

第 16 図

ことが出来る。尙撮影の時間は 2 s~60 s である。

第 17 図

の工業的使命の重要性を加へるであらう。

(昭和 15 年 1 月 15 日受付)

6. 結 語

以上述べた如く工業の進展と共にそれら材料の検査は益々重要となるに従て短時間に正確なる材料組成と材料内の不良箇所の摘発とが出来るのは X 線應用研究発達に賜であり更に將來益々 X 線

糸の縦弾性係数に就て⁽¹⁾

(昭和 14 年 9 月 22 日 日本機械学会京都地方講演會に於て講演)

正 員 藤 野 清 久⁽²⁾

摘 要

本文は繊維で出来た糸に就て、荷重歪の関係を表はす新しい経験公式を與へ、その公式を基にして糸の縦弾性係数の意味を吟味したものである。

1. 緒 言

現在廣く使用せられてゐる種類の糸は、絹糸、毛糸、人造絹糸、ステープルファイバー糸、木綿糸及び麻糸であるが、これ等の荷重歪線図は次の 2 類に分ける事が出来る。

(1) 絹糸、毛糸、人造絹糸及びステープルファイバー糸は破壊歪が大きいものに属し、且現在一般に行はれてゐる試験条件の下で引張荷重を受けた場合には、歪の小さい間は荷重の増加に対する歪の増加の割合が小さいが、或範圍を越えた後は、歪の増す割合が著しく大きくなる。従てその荷重歪線図は歪座標軸に向つて内丸になる。かういふ特性を持つた線図を第 1 類とする。

(2) 又木綿糸及び各種の麻糸は前者に比して破壊歪の小さい糸であつて、引張荷重を受けた場合には、歪の小さい時よりも歪が大きくなるに従て、荷重の増加に対する歪の増加の割合が小さくなる傾向を表はす。従てその荷重歪線図は歪座標軸に向つて外丸となる傾向である。この種類を前者に対して第 2 類とする。

何れの種類に於ても降伏点は明瞭に現はれない。又比例限

度等に関しても尙研究が充分に為されてゐないから数量的に表はす事は困難であるが、実験の結果から大体の傾向を見ると、歪が非常に小さい僅かの範圍では一般の固体材料と同様に荷重と歪とが比例して変化するものと見做すことが出来る。又一方歪が非常に大きく殆ど破壊点に近い或範圍では荷重と歪とが稍比例に近い状態で変化する。従て縦弾性係数は以上の二部分では殆ど定つた値であつて、その中間では一方から他の値に漸變的に變つて行く訳である。

第 1 図 模型

2. 経験公式の誘導

1. 第 1 類

2 箇の弾性体と 1 箇の粘性体とを第 1 図の様に組合した模型⁽³⁾を仮定しよう。図に於ては仮に弾性体をばねで、又粘性体をピストンとシリンダの 1 組で表はした。

今長さ L 及び L_0 の変化を夫々 ϵ 及び ϵ_0 とし、又弾性係

(1) On the Modulus of direct Elasticity of the Yarn.
(2) Kiyohisa HUZINO, Member. The Kyoto Technical College. 京都高等工芸学校。

(3) 模型に関する参考文献、1. H. Fromm, Handb. phy. tech. mechanik, IV-1, (1931), 521. 2. S. A. Shorter, J. Text Inst. (1924), T. 207. 3. J. M. Burgers, First Rep. on Visc. Plas. 1, (1935).

数を k 及び k_0 とし、粘性係数を μ とすれば次の関係が成立つものとする。

$$\left. \begin{aligned} P &= k(\varepsilon - \varepsilon_0) \\ P_0 &= k_0 \varepsilon_0 \\ P - P_0 &= \mu(d\varepsilon_0/dt) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(1)$$

上式から P_0 と ε_0 とを消去して整理すれば次の一般式を得る。

$$\frac{dP}{dt} + \frac{k+k_0}{\mu}P = k \frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{kk_0}{\mu}\varepsilon \dots\dots\dots(2)$$

(1) 歪速度一定の場合

$$d\varepsilon/dt = V \quad (\text{一定})$$

これを式 (2) に代入すれば

$$\frac{dP}{dt} + \frac{k+k_0}{\mu}P = \frac{kk_0}{\mu}Vt + kV$$

$e^{\frac{k+k_0}{\mu}t}$ を両辺に乘じて積分すれば、

$$P = \frac{kk_0}{k+k_0}Vt + \frac{\mu k^2 V}{(k+k_0)^2} + ce^{-\frac{k+k_0}{\mu}t}$$

c は積分常数である。 $t=0$ なる時 $P=0$ であるから

$$c = -\frac{\mu k^2 V}{(k+k_0)^2}$$

故に

$$P = \frac{kk_0}{k+k_0}\varepsilon + \frac{\mu k^2 V}{(k+k_0)^2}(1 - e^{-\frac{k+k_0}{\mu}V\varepsilon}) \dots\dots\dots(3)$$

若し

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{1}{1/k + 1/k_0} \\ B &= \frac{\mu k^2 V}{(k+k_0)^2} \\ C &= \frac{k+k_0}{\mu V} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(4)$$

とおけば式 (3) は

$$P = A\varepsilon + B(1 - e^{-C\varepsilon}) \dots\dots\dots(5)$$

となり、第 1 類の荷重と歪との関係を表はす式である。この場合常数の A は弾性係数のみから成立ち、 B 及び C は共に粘性に關係する値で、 B は粘性係数及び歪速度に比例し、 C はこれ等に逆比例する。

厳密に言へば、第 1 類の荷重歪線図には歪の大きい部分で歪座標軸に向つて僅かに内丸に彎曲する場合がある。この彎曲を考慮に入れた経験公式として嘗て筆者が求めたものは、式 (5) に類似してゐる右辺第 1 項が稍複雑な歪の函数である。それは実験によく一致する⁽⁴⁾。然し上記の彎曲は僅かであるからその誤差を無視して直線に仮定すれば、式 (5) を以て経験公式に置代へる事が出来る。

(2) 負荷速度一定の場合

$dP/dt = U$ (一定) であるから式 (2) は

$$\frac{d\varepsilon}{dt} + \frac{k_0}{\mu}\varepsilon = \frac{k+k_0}{k\mu}Ut + \frac{U}{k}$$

$e^{(k/\mu)t}$ を両辺に乘じて解けば

$$\varepsilon = \frac{k+k_0}{kk_0}Ut - \frac{\mu U}{k_0^2} + ce^{-(k_0/\mu)t}$$

積分常数 c は $t=0$ なる時 $\varepsilon=0$ であるから

$$c = \mu U/k_0^2$$

故に $\varepsilon = \frac{k+k_0}{kk_0}P - \frac{\mu U}{k_0^2}(1 - e^{-(k_0/\mu)P})$

若し $\varepsilon - \varepsilon_0 = \eta\varepsilon$ とおけば

$$P = \frac{kk_0}{k+k_0}\varepsilon + \frac{\mu U}{k+k_0} \frac{k}{k_0}(1 - e^{-(kk_0\eta/\mu)U\varepsilon}) \dots\dots\dots(6)$$

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{1}{1/k + 1/k_0} \\ B &= \frac{\mu U}{k+k_0} \frac{k}{k_0} \\ C &= \frac{kk_0\eta}{\mu U} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(7)$$

とおけば、式 (6) は前述の経験公式 (5) と全く一致する。この場合に於ても常数の A は弾性係数のみに關係し、 B は粘性係数及び負荷速度に比例し、 C は逆比例する。その状態は前の場合と同様である。

2. 第 2 類

第 1 類に於て取扱つた模型は変形の範囲が比較的廣いものと考へたのであるが、今度は粘性体の變形に限度があつて、限度に達した後は最早粘性變形は起らないで弾性部分の變形のみが現はれるものとする。

今粘性体の變形の限度を l として、次の様な状態に抵抗が起るものと仮定しよう。

$$\left. \begin{aligned} P &= k(\varepsilon - \varepsilon_0) \\ d\varepsilon_0/dt &= \mu(l - \varepsilon_0) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(8)$$

ε_0 を消去すれば

$$dP/dt + \mu P = k(d\varepsilon/dt) + k\mu\varepsilon - k\mu l \dots\dots\dots(9)$$

(1) 歪速度一定の場合

$$d\varepsilon/dt = V \quad (\text{一定})$$

式 (9) に代入すれば

$$dP/dt + \mu P = k\mu Vt + kV - k\mu l$$

両辺に $e^{\mu t}$ を乘じて積分すれば

$$P = kVt - kl + ce^{-\mu t}$$

積分常数 c は $t=0$ の時 $P=0$ であるから

$$c = kl$$

故に $P = k\varepsilon - kl(1 - e^{-(\mu/V)\varepsilon}) \dots\dots\dots(10)$

若し

$$\left. \begin{aligned} A &= k \\ B &= kl \\ C &= \mu/V \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(11)$$

とおけば式 (10) は

$$P = A\varepsilon - B(1 - e^{-C\varepsilon}) \dots\dots\dots(12)$$

式 (12) は第 2 類の荷重と歪との関係を表はす経験公式である。こゝでは常数 A は縦弾性係数に等しく、 B は粘性變形の限度に比例し、 C は歪速度に逆比例する。

第 2 類に於ては式 (12) は殆ど正しく実験に合致する。

(2) 負荷速度一定の場合

$$dP/dt = U \quad (\text{一定})$$

(4) 京高工、創立 30 周年記念論文集、昭 7。

一般式 (9) に代入すれば

$$d\varepsilon/dt + \mu\varepsilon = (\mu U/k)t + U/k + \mu l$$

$e^{\mu t}$ を両辺に乗じて積分すれば

$$\varepsilon = (U/k)t + l + ce^{-\mu t}$$

積分常数 c は $t=0$ の時 $\varepsilon=0$ であるから

$$c = -l$$

故に

$$\varepsilon = (1/k)P + l(1 - e^{-(\mu/U)P})$$

$\varepsilon - \varepsilon_0 = \eta\varepsilon$ とおけば

$$P = k\varepsilon - kl(1 - e^{-(\mu/U)\eta\varepsilon}) \quad \dots\dots\dots(13)$$

今

$$\left. \begin{aligned} A &= k \\ B &= kl \\ C &= k\mu\eta/U \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(14)$$

とすれば、式 (14) は第 2 類の経験公式 (12) に全く一致する。
 常数に就ては前項の場合と同様の関係を見る事が出来る。

3. 実験線図と常数 A , B 及び C との関係

荷重と歪とを夫々縦横軸とする直角座標に実験線図を表はした場合に常数 A , B 及び C は次の如くに求める事が出来る (第 2 図及び第 3 図参照)。

(1) 常数 A

実験線図の歪の大きい部分即ち破壊点に近い部分に平行して原点を通る直線を描き、これを a 線と名付ける。 a 線は縦法を P_a とすれば

$$P_a = A\varepsilon \quad \dots\dots\dots(15)$$

で表はす事が出来る。従て常数 A は a 線が歪座標軸となす角の正切である。

(2) 常数 B

実験線図と a 線との縦法の差を縦法とする新しい線図を作り、これを b 線と名付ける。 b 線は縦法を P_b とすれば

$$P_b = B(1 - e^{-C\varepsilon}) \quad \dots\dots\dots(16)$$

に近似した曲線である。常数 B は b 線縦法の最大値であるが b 線が歪座標軸と平行する部分の縦法をとつても実用的には差支がない。

(3) 常数 C

式 (16) を書直せば

$$C = \frac{1}{\varepsilon} \log \frac{B}{B - P_b}$$

となるから常数 C は計算に依て求め得られる。然し ε の色々の値に相當して夫々違つた P_b の値があつて、これ等の

値総てが或一つの C の値に対して上式を満足することは望み得られない。それ故最小自乗法に依て最適値を求める条件を見出した。即ち

$$P_b = \frac{e-1}{e} B = 0.632 B \quad \dots\dots\dots(17)$$

上式を満足する P_b とこれに相當する ε とを用ひ、前記の式 (16) に依て常数 C を求める事が出来る。

4. 縦弾性係数

前節に於て述べた如く常数 A は非常に大きい歪を生じた糸の縦弾性係数に比例する値である。

これに相當して歪が極めて小さい範囲の荷重歪の比を A_0 で表はせば経験公式 (5) 及び (12) より次の関係を得る。

$$A_0 = (dP/d\varepsilon)_{\varepsilon=0} = A \pm BC \quad \dots\dots\dots(18)$$

式の中の正符号は第 1 類に、負符号は第 2 類に対して用ひる。 A_0 は歪の極めて小さい範囲の縦弾性係数に比例する常数であるが、常数 B 及び C の函数であるから、歪速度或は負荷速度に依て影響を受ける場合がある。

次に糸の織度を N 番手、又は D デニール番手とすれば、縦弾性係数と常数 A 及び A_0 との関係は次の通りである。

$$\left. \begin{aligned} E &= \frac{N\rho}{C} \quad A = \frac{C\rho}{D} A \\ E_0 &= \frac{N\rho}{C} \quad A_0 = \frac{C\rho}{D} A_0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(19)$$

原点に於ては

上式中の C 及び C' は糸の番手係数⁽⁵⁾、 ρ は比重である。

5. 実 験

負荷速度又は歪速度が荷重歪線図、縦弾性係数等に及ぶ影響を調べるために次の実験を行つた。

(1) 実験装置と方法 実験装置は第 4 図に示す如くセリグラフの引張装置を改造して、変速モーターと摩擦車とを組合し、下の掴みの速度を自由に増減し得ると共に、厳密な一定値に調節し得る様にしたものである。即ち試験片は掴み c_1 c_2 の間に取付け、下端掴みを所定の等速度で垂直に移動せしめると、上の掴みは試験片に加はる荷重と歪とが常に平衡を保つべき適当な位置を占めつゝ現象が進行する。現在著名で且規格に採用されてゐる主要な糸試験機は、この様な振子型に属してゐるものが非常に多い。その場合には負荷状態は何れも上記のものに類似してゐて、一般に試験過程中負荷速度及び歪速度の何れもが歪の大きさと共に変化する。

本装置に於て、時間と荷重及び時間と歪との関係は次の方法によつて求めた。荷重が P になつた時、桿が傾き垂直桿に設けたペンが z だけ下つたものとすれば、 $P = azW/cb$ の関係が成立つ。 a , b , c 及び W は一定であるから、ペンの垂直の移動は荷重に比例する。従てドラムを等速度で回転すれば、ドラムの紙上に荷重時間線図を画かしめる事が出来る。

(5) 機械工学便覧、第 18 篇 4・1.

次に歪に就ては、歪は下端掴みと上端掴みとの変位の差である。下の掴みを等速度で動かした場合は、時間を測定すれば直ちにその変位が分かり、又上の掴みの変位はペン の移動 z との間に $cz/\sqrt{(b^2+z^2)}$ の関係があるから、画かれた荷重時間線図を基にして求める事が出来る。従て先づ荷重時間線

第4図 実験装置

図を実験的に記録した後は、計算に依て歪と時間との関係を、更に両者から荷重歪の関係を求める事が出来る。

本実験に於て、試験片の長さを 2.5, 5, 10, 15, 20 及び 25 cm の 6 種類と掴みの速度を 5 及び 10 cm/mm の 2 種類に変へたものとを夫々組合して平均荷重速度の異なつた数種類の試験を行つた。

又実験材料は市販の糸 4 種類を選んだ(第1表)。

(2) 平均荷重速度 本実験は振り型装置を使用したため、前述の如く荷重速度も歪速度も歪の大き

第1表 実験材料

種 類	織 度	備 考
絹 糸	44.2 デニール	精練引揃へ糸
梳 毛 糸	39.3 メートル番手	漂白双糸
木 綿 糸	67.7 "	木綿単糸
亞 麻 糸	65.5 "	未漂白単糸

さと共に vari、等速度試験でない事は不適當である。便宜上強さと切断に要した時間とから平均荷重速度を算出し、これを基準にとつてその影響を調べた。今一例として実験条件と平均荷重速度との関係を絹糸試験に就て示せば第2表の通りである。絹糸以外の糸に就ては数値は夫々異なるが何れも同様の方法を行つた。

(3) 荷重速度 第5図は絹糸の荷重時間、歪時間及び荷重歪の各線図を表す。図中曲線 I は平均荷重速度 555.5 kg/mm².s に、又 10 は 42.0 kg/mm².s に相當するもので、他は兩者の間に於て平均荷重速度の大きさの順序に漸次変化してゐる。

引張過程中の荷重速度の変化に就ては、原点に於て最も大きく、破壊点に近付くに従て漸次減少し、その傾向は第1類に属する他の場合に於ても共通である。変化の有様を一層分かり易くするために原点における荷重速度(始)と破壊点にお

ける速度(終)とを求め線図で表はした(第7図)。これ等は平均荷重速度に略比例して変化してゐる。

次に第2類に於ては、荷重速度は原点に於て最も小さく、破壊点に近付くに従て増大する。木綿糸の例を第6図に示す。原点及び破壊点の荷重速度は、大きさの順序が前の場合

第5図

第6図

第7図

第8図

第2表 平均荷重速度(絹糸)

掴みの間隔 cm	下端掴みの 速度 cm/mm	強 さ g	切断時間 s	平均荷重速度 kg/mm ² .s
2.5	12	152.5	7.7	555.5
5	"	148.8	11.4	360.0
10	"	138.4	17.5	220.6
15	"	131.9	23.1	159.1
20	"	127.5	30.0	118.7
25	"	125.5	35.0	100.6
10	5	120.0	38.5	86.5
15	"	119.0	52.0	63.9
20	"	113.6	63.6	49.8
25	"	108.3	72.0	42.0

と逆である。然し夫々の値は矢張り平均荷重速度に比例して変化することは同様である(第8図)。

(4) 歪速度 試験過程中的歪速度は第1類に属する材料では原点で小さく、歪が増すに従て増大する。これに反して第2類の材料では原点に於て最大で、破壊点に近付くに従て減少する傾向である。第5~6図にその例を見る事が出来る。

又夫々原点及び破壊点の歪速度の平均荷重速度に対する変化を見ると、何れの場合も共通に荷重速度と共に増大し、而も殆ど比例してゐる事を見出す(第9~10図)。

且破壊歪と切断時間とから算出した平均歪速度は、平均負荷速度に殆ど比例して変化する事が分かる。従て本文に於て平均負荷速度に対する機械的性質の変化を論じてゐるが、平均歪速度を以て置代へても全く同様の結果となる訳である。

(5) 常数 A , B , C 及び A_0 実験結果に経験公式を

る。又常数 B 及び C も亦速度と共に変化する、その状態は実験の不完全さのために模型から導いた結果の如く、夫々正確に速度に比例又は逆比例するとは限らないが、 B は速度と共に増加し C は減少する傾向は理論的な結果に合致してゐる。又これ等の常数の大きさが変化する状態は、負荷速度或は

第 9 図

第 10 図

第 11 図

第 12 図

第 13 図

第 14 図

第 15 図

第 16 図

第 17 図

第 18 図

第 19 図

第 20 図

當最も各常数の値を算出し、平均負荷速度或は平均歪速度の影響を調べた。第 11~12 図は平均負荷速度に対する変化を表したものであるが、前項に述べた如く横軸の目盛を変へて平均歪速度に対する影響と見做す事も出来る。

何れの場合に於ても常数 A は負荷速度或は歪速度に関係なく略一定である。これに反し常数 A_0 は速度と共に変化する

歪速度の増大と共に、荷重歪線図が荷重座標軸に近づく傾向を表はすもので、これは速度の大きい場合程粘性的な変形が小さいといふ一般の事実と一致してゐる。

(6) 縦弾性係数 縦弾性係数は常数 A 及び A_0 の値より計算して、原点におけるもの(始)と破壊点附近のもの(終)とを求めた。第 13~16 図に示す。負荷速度或は歪速度に依

[第 6 巻 第 23 号 (第 4 部)]

る影響は、原点におけるものは速度と共に増大し、破壊点附近のものは殆ど変化なく、材料について定数であると云ふ事は何れの材料にも共通に認める事が出来る。

(7) 強さ及び破壊歪 強さ及び破壊歪に対する速度の影響を附加して置いた。何れも切断に要する時間が短い程増大する。その状態を第 17～20 図に示した。

6. 結 論

(1) P を荷重、 ϵ を歪とすれば、第 1 類の荷重と歪との関係は次の経験公式に略一致する。

$$P = A\epsilon + B(1 - e^{-C\epsilon})$$

(2) 第 2 類に就ては次の経験公式によつて表はす事が出来

る。

$$P = A\epsilon - B(1 - e^{-C\epsilon})$$

(3) 経験公式中 A は弾性に関係した材料特有の常数であつて、歪が非常に大きい場合の縦弾性係数に比例する。

(4) 同じく B 及び C は粘性に関係した常数で、試験条件に依て変化する。

(5) 又 A_0 は上記の各常数との間に

$$A_0 = A \pm BC \quad (\text{正符号 第 1 類, 負符号 第 2 類})$$

なる関係を持つ。原点における縦弾性係数に比例した値で、試験条件に依て変化する場合がある。

(昭和 15 年 2 月 14 日受付)