然る時は凡そ $\cos \varphi = 0.376$. この数の適否に就ては或は吟味の余地があるであらう。併しこの儘の数字を用ひて計算すればその結果得た理論曲線は図に示す2本の実線の様になる。降伏点以下の應力に対して理論が略実験と合ふことが判る。尙常数の値を加減して曲線を引き直すことも出来るけれども茲には只大体の一致を示すに止めやう。茲に注意すべきことは図に示す2本の実線曲線の中上部のもの即ち $c_1 = 0.73$ に対するものは τ 軸附近に於て σ の加はるに連れて τ が少し大となることである。この傾向が実験上正しいか否かはこの実験によつては判じ難い。

降伏点以上に於ては実験結果がそれ以下のものと余程趣を異にしてゐるためか計算曲線は大分実線と違ふ。本材料の如き軟かい鋼にあつては降伏に依る常温加工の影響殊に著しくして降伏点以下の場合と一緒にこれを論ずることは不適當なるを免れない。

9. 結 論

1. 應力状態を平均の不变應力と或振幅の繰返應力とに分

けてこれ等各成分の剪断作用によりて材料の組織が変化して行くことを前提として一定数の繰返の後尙安全に保ち得る應力の限界値を定めるための基準を導くために計算を試みてこれを実験結果と比較した。

2. この計算法を垂直應力及び剪断應力の組合作用を受ける眞直な棒の場合に應用して兩種應力が共に変ずる場合並にその何れか一方が靜で他の一つが変ずる場合の計算を示した。

3. 前項に述べた計算を従来行はれた二三の実験並に特に行つた鑄鉄の実験結果に比べて実験と計算とが大体よく合ふことを知つた。尙鋼の組合應力試験に依て従来の実験結果を確かめた。

4. 実験結果の中特に剪断應力の影響を見るにこれは実験の種類によつて異なる計りでなく同じ種類の実験でも材質によつて趣を異にする。斯る実験の種類及び材料の性質に依る特徴が計算によつて相當よく説明される。

(昭和 15 年 7 月 16 日受付)

第 9 図 Hohenemser-Prager の実験

短い棒の振れ角測定装置と段のある丸棒の振り⁽¹⁾

(昭和 15 年 5 月 30, 31 日 第 14 回滿洲地方講演會に於て講演)

正 員 中 川 有 三⁽²⁾

1. 緒 言

材料の振り試験に於て、弾性限界内の振れ角の測定には、普通、鏡と物差を用ひる。その倍率を大きくするには鏡と物差間の距離を長くする。この方法に依る時は倍率の大なる良い望遠鏡を必要とする。又実験室の廣さに依り制限をうけることもある。著者はこの方法に依らず倍率の大なる振れ角測定装置を考案設計したのでその概要を次に記す。

2. 振れ角測定装置

こゝに記載する振れ角測定装置は、第1図～第3図に示す如く、従来装置と同様に試験片の標点距離の両端に輪狀の鏡保持具 A 及び B を取付けたものであつてその標点間の振れ角を測定するものである。

第 1 図

第1図左の保持具 I に小鏡片 M_1 を固定し物差と望遠鏡によりこの断面の振れ角を直接測定する。これに対し右の保持具 II にはその周上にマルテンス式鏡の菱形片 R を載せこれを保持具 I より突出した細長い鋼板で抑へて挟むやうになつてゐる。この挟む力は押ねぢ D を動かすことによつて加減し得る。菱形片の先端に小鏡片 M_2 を取付けたものである。この鏡 M_2 は試験片の振れ角に應じて回轉する。この回轉角を読み取ることに依り振れ角を求め得る。尙この装置の詳細を第2及び第3図に示す。試験片を挟む押ねぢが上下左右に4箇所設けられてゐるのは試験片の断面が円形以外の形状を持つてゐる場合に取付けの便なること、断面の軸方向の変位に依る保持具の傾斜を少くする目的のためである。

3. 振れ角の測定及び倍率

次にこの装置による振れ角の測定及びその倍率に就て記す。

(1) Torsion Measuring Instrument for a Short Rod and Torsion of a stepped Circular Rod.
(2) Yūzō NAKAGAWA, Member, The Ryojun College of Engineering. 旅順工科大学。

第 1 表 $\delta \%$

d/r α	1/6				1/10				1/15			
	1°	2°	3°	4°	1°	2°	3°	4°	1°	2°	3°	4°
1°	0.060	0.166	0.292	0.656	0.060	0.168	0.294	0.659	0.064	0.169	0.297	0.659
2°	0.166	0.241	0.352	0.670	0.168	0.242	0.355	0.673	0.169	0.245	0.355	0.673
3°	0.292	0.352	0.546	0.734	0.294	0.355	0.548	0.739	0.297	0.355	0.548	0.740
4°	0.656	0.670	0.734	0.974	0.659	0.673	0.739	0.979	0.659	0.673	0.740	0.982

及び θ_2 は従来使用されてゐる振れ角測定装置に依る値と同程度の量である。従て先づ理論的誤差は $\tan 2\alpha = 2\alpha$, $\tan 2\theta_1 = 2\theta_1$ と置くことに依り起る。次に (4) を (5) の如く $r\theta = d \cdot \varphi$ と置くことに依り誤差を加へる。

次に第 2 の誤差を求めてみる。正確な振れ角の式は (2) と

$$(4) \text{ より } \sin \theta = \frac{d}{r} \sin(\alpha + \theta_1) \dots \dots \dots (10)$$

$$\text{然るに } \tan 2(\alpha + \theta_1) = \frac{\tan 2\alpha + \tan 2\theta_1}{1 - \tan 2\alpha \tan 2\theta_1} = \frac{\frac{x_2}{L} - \frac{x_1}{L}}{1 + \frac{x_2 x_1}{L^2}} \\ = \frac{2 \tan(\alpha + \theta_1)}{1 - \tan^2(\alpha + \theta_1)}$$

今 $\tan 2(\alpha + \theta_1) = T$, $\tan(\alpha + \theta_1) = t$ で表はせば

$$t^2 = \frac{1}{T^2} \left\{ 2 + T^2 \pm 2\sqrt{1 + T^2} \right\}$$

上式の負号を取るべきである。

$$\therefore \sin \theta = \frac{d}{r} \sin(\alpha + \theta_1) = \frac{d}{r} \frac{t}{\sqrt{1 + t^2}}$$

これに t の値を代入すると

$$\theta = \sin^{-1} \frac{d}{\sqrt{2}r} \times \left[\frac{(1 + x_2 x_1 / L^2) + \{1 + (x_2 / L)^2\} \{1 + (x_1 / L)^2\}}{(1 + x_2 x_1 / L^2) \{1 + (x_2 / L)^2\}^{1/2} \{1 + (x_1 / L)^2\}^{1/2}} \right]^{1/2} \\ \times \left[\frac{\{1 + (x_2 / L)^2\} \{1 + (x_1 / L)^2\}}{(1 + x_2 x_1 / L^2) \{1 + (x_2 / L)^2\}^{1/2} \{1 + (x_1 / L)^2\}^{1/2}} \right]^{1/2} \dots \dots \dots (11)$$

これが正確な振れ角を示す式であるが計算が甚だ不便となる。従て、この測定器に依る振れ角は (8) 式より算出することにする。この場合の誤差を求めてみると次の如くなる。(8) より

$$\theta = \frac{d}{2r} \left(\frac{x_2}{L} - \frac{x_1}{L} \right) = \frac{d}{2r} (\tan 2\alpha + \tan 2\theta_1)$$

$$\text{又 (10) より } \theta_0 = \sin^{-1} \left\{ \frac{d}{r} \sin(\alpha + \theta_1) \right\}$$

で表はせば

$$\delta = \frac{\theta - \theta_0}{\theta_0} \times 100\% \dots \dots \dots (12)$$

が誤差である。 α 及び θ_1 の値に依り δ は第 1 表の如くなる。

この外に測定器の鋼板 (比較片) が菱形片を挟む圧力に依り誤差を生ずる。この圧力が余り小さいと振動その他の原因に依り測定値が変動し易い。又圧力が過大であると菱形片の傾斜に伴ひ滑る虞れがあり、又鋼板を横に曲げる作用をする。

昭和 15 年 11 月]

第 2 表 試験片

試験片 記号	太 部 断 面		フィレット 半径 r cm	細 部 断 面	
	直 径 d_0 cm	極慣性 モーメント I_{p0} cm ⁵		直 径 d_1 cm	極慣性 モーメント I_{p1} cm ⁴
T-9	2.998	7.940 0	—	—	—
T-5	3.000	7.952 2	0.250	2.500	3.835 0
T-6	3.002	7.973 4	0.500	1.995	1.551
T-7	2.992	7.867 5	0.750	1.502	0.499 7

第 5 図

併しこれは鋼板の断面を適當に定めれば避けられると思ふ。これ等の点を考慮すればこの測定値は α 及び θ_1 が共に 4° 以内に於て使用すれば適當である。

5. 段のある丸棒の振り

断面が一樣な丸棒の振り試験に用ひられる試験片の両端部は試験機に取付ける關係上、中央部よりも太く作られてゐる。従て試験片の平行部とその両端部との間に段が出来る。これをフィレットでつないでゐる。このやうな試験片が振られると平行部の両端に近い部分は両端の影響を受けて中央部よりも振れ角が小さいものである。この影響を知るためには余程標点距離の短い振れ角測定器を必要とする。著者は前述の振れ角測定器を使用して段のある丸棒の振れ角を測定し、これ等の影響を調べてみたのでその結果を下に記す。

これに使用した試験片は直径 2.5 in の 1 本の軟鋼棒より第 5 図及び第 2 表に示される如き形状寸法のものを作製し、これに就て振り試験を行つた。試験片は中央を境として左右の部分の直径を変へて段をつけ、フィレットの半径を深さに等しく取つた。この材料の剪断弾性係数は直径 30 mm の段のない試験片の振り試験より 2 本の平均値として $G = 8.28 \times 10^5$ kg cm² が得られた。

(a) T-6 試験片の振れ角 次に T-6 試験片の各部の振れ角に就て述べる。標点距離を $l = 22$ mm に取り振れ角測定具を取付け、順次測定具を移動し各部の振れ角を測定した。その結果を第 6 図及び 7 図に示す。振りモーメントと振れ角との關係は (8) を用ひて

$$\theta = \frac{d x_2 - x_1}{r} = \frac{M_t \cdot l}{2L \cdot G I_p} = \frac{M_t \cdot l}{G I_p}$$

但し M_t は振りモーメント、 I_p は断面の極慣性モーメントである。今 $x_2 - x_1 = a$ と置けば

$$a = \frac{2M_t l}{G I_p} \cdot \frac{r}{d} \quad \dots\dots(13)$$

こゝに物差上の読みは 0.1mm 単位で読み取るものとする。
T-6 試験片の太部にては $d_0 = 3.002 \text{ cm}$, $I_{p0} = 7.9734 \text{ cm}^4$ であり、これに使用した測定

第 6 図

第 7 図

第 8 図

第 9 図

器の r 及び d は (第 4 図参照) $r = 42.55 \text{ mm}$, $d = 6.06 \text{ mm}$ 即ち $r/d = 7.021$ である。又鏡と物差間の距離 $L = 1 \text{ m}$ に取り、振りモーメント $M_t = 200 \text{ in lb}$ に対する振れ角を記せば第 6 図の最下の曲線が得られる。図中水平の直線は段のない丸棒の振れ角より求めた値であつて $a = 10.8$ である。太部にては各部の振れ角の差は比較的小さく両端部の影響は著しくないが、太部の中央部にては振れ角

第 10 図

第 11 図

表 3 表

試験片 記 号	振りモーメント cm/kg			全振れ角
	弾性限度	降伏点	破壊点	
T-9	6 340	8 360	24 720	1 360°
T-5	4 030	4 900	14 060	713°
T-6	2 070	2 440	7 318	928°
T-7	1 060	1 150	3 031	979°

曲線は平坦であり、端部に近いところでは稍下り、細部に近いところでは曲線が上昇の傾向を取つてゐる。

細部に於ては両端部の影響が現はれてゐる。第 7 図に各部の振れ角の測定値が示されてゐる。細部の直径は $d_1 = 1.995 \text{ cm}$, $I_{p1} = 1.5551 \text{ cm}^4$ これに使用した測定具の r 及び d は

[第 6 巻 第 25 号 (第 1 部)]

$r=40.16\text{ mm}$, $d=6.06\text{ mm}$ である。振りモーメント $M_0=200\text{ in lb}$ ($=230.5\text{ cm kg}$) に対する振れ角が第7図最下に示

される。図中水平の直線は段のない丸棒の振れ角に相当する値で $a=52.2$ である。細部の中央部は振れ角が大きく両端に行くに従ひその値が減少してゐる。

(b) $T-5, 6, 7$ 試験片の比較 $T-5, 6, 7$ の試験片の振れ角を比較するために振りモーメント 100 in lb ($=115.25\text{ cm/kg}$) に対する 1 cm の標点距離の振れ角を 10^{-5} rad の単位で測つたものを第8図に示した。最も細い $T-7$ の試験片に於て振れ角の変わり方が最も著しい。これは明らかに両端の影響と考へられる。

(c) 降伏点及び破壊強度 上記の試験片の比振れ角及び降伏点等の決定には普通の鏡式振れ角測定器を用ひ、破壊試験には円筒型の測定器で振れ角を測定した。何れの場合に於ても標点距離を $l=20\text{ cm}$ に取つた。実験の結果を第3表及び第9~11図に示す。残留振れ角が $0.3 \times 10^{-4}\text{ rad/cm}$ の点を以て弾性限度とした。

直径 3 cm の丸軸を一方細くした、めに振りモーメントの減少する割合は弾性理論の公式では

$$M_1/M_0=(d_1/d_0)^3$$

即ち直径の3乗に比例する。実験の結果は第12図の如くかなり良く一致してゐる。たゞ弾性限度のみ幾分大きくなつてゐる。これはフィレットの部分における應力の集中の差に基因するものと考へられる。

6. 結 び

本文には新しく設計した振れ角測定器を紹介し併せて段のある丸棒の振れ角に就て記したが、標点距離の更に短いものを製作するには設計に相當注意すべき点がある。かゝる場合には振れ角の非常に小さい値の測定をする必要がある。振れ角が大きくなれば急に誤差が増大するやうである。終りに本実験は主として近藤誠治君の勞を煩はしたものである。又誤差の計算等に於て岸本支那一君の援助を受けた。茲に併せて感謝の意を表する。

(昭和 15 年 7 月 16 日受付)

第 12 図

二次元問題としての二三の梁の應力分布に就て⁽¹⁾

(昭和 15 年 4 月 3 日 第 4 回 日本工学会講演會に於て講演)

正 員 高 林 順 三⁽²⁾

摘 要

両端が支持されて任意1箇所荷重を受ける梁及び2箇所支持されて適宜2箇所荷重を受ける梁の應力分布を二次元的に取扱ひ、その正解と普通の工学的実用解とを比較論及したものである。

1. 緒 論

普通我々が梁の強さを計算する場合には Bernoulli-Euler その他の仮定に基づいた実用解を用ひることが多い。又それで實際問題としては大した差支もないやうである。たゞこの公式では集中荷重による局所應力の影響が無視されてゐるので、嚴格に云へば荷重附近に於ては實際の應力分布と相當開きがある筈である⁽³⁾。而も實際に最も必要な最大應力は、荷重の働く点か或はその極く附近で起ることが少くない。従て各種の場合に就て上記の局所應力を一應は算出して置くことが必要であり、従末もこの種の計算が簡単な場合に就ては可成り発表されてゐることは周知の通りである⁽⁴⁾。

本文に於て筆者は上記の見地から、第1図及び第2図の如き梁の應力分布の二次元的正解を得て、所謂実用公式がその正解の如何なる場合に相當するか、又集中荷重が應力分布に対してどの程度に、どの範圍に互つて影響するかを明らかにする。

尙本文で取扱ふ梁は非常に長いものと考へたこと及び解の誘導は横田博士の一般應力式⁽⁵⁾から出発したことを附記する。

2. 一般 應 力 式

直角座標 $x-y$ に於て、 σ_x , σ_y 及び τ_{xy} を x, y 軸方向の直角應力及びそれに対応した剪断應力とすれば、 $x-y$ 平面上の應力は一般に次式で表はすことが出来る。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x - \sigma_y - i 2\tau_{xy} &= i 2y \varphi_1'(z) + \varphi_2(z) \\ \sigma_x + \sigma_y &= 2R\varphi_1(z) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(1)^{(6)}$$

但し $z=x+iy$, $\varphi_1(z)$ 及び $\varphi_2(z)=z$ の任意函数、 $R\varphi_1(z)=\varphi_1(z)$ の実数部分。

さて (1) 式における二つの任意函数を本間に於ては次の如く選ぶ。

$$\left. \begin{aligned} \varphi_1(z) &= \int_0^\infty \{(A_1+iB_1)\cos az + (C_1+iD_1)\sin az\} da \\ \varphi_2(z) &= \int_0^\infty \{(A_2+iB_2)\cos az + (C_2+iD_2)\sin az\} da \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2)$$

但し $A_1, B_1, \dots, D_2=\alpha$ の実函数。

(1) Two-Dimensional Stress-Distributions in Long Beams.
(2) Zyuzō TAKABAYASHI, Member, The Osaka Imperial University. 大阪帝国大学.
(3) Coker and Filon, Photo-Elasticity (1931), 416.
(4) Timoshenko, Theory of Elasticity (1934), 44.
(5) 小野隆正, 材料力学 (第2版), 486. 大久保肇, 東京工業大学報, 7, 10 (昭 13-10), 467.

(5) (6) 横田成年, 機械学会誌, 18 卷 1 頁(大 4-4).