(37) 式は ϵ_0 に関する積分方程式であるが σ_n を與へれば数値計算にて ϵ_0 の n にともなふ変化を求める事が出来る。若干の σ_n に対して ϵ_0 の n にともなふ変化を求めた結果を第 20 図に示す。

第 20 図

第 20 図の結果は第 9 図に示す第 2 節の実験結果と傾向は或程度一致するが数値は非常に離れてゐる。これは ϵ_0-n 曲線は σ_n が少しく変ると著しく変るものであるから、第 2 節の実験に用ひた試料と (33) 式を導いた第 4 節の実験に用ひた試料が同一と称せられてはゐるが、異なる丸棒から取つたものであるので多少の材質の相違があり、このために差違を生じたものと思はれる。そこで第 4 節の実験に用ひた試験片が 2 箇残つてゐたのでこれで荷重即ち σ_n を一定とした試験を行つた。第 20 図の点はこの測定結果を示す、大体計算と一致する。

6. 結 論

低炭素瑞典鋼を用ひ均一回轉曲げ試験を行ひ次の結果を得た。

第 1 に Fry 氏の試業の如き試業により檢出される疲部分に就て

(1) 軸方向の繰返歪振幅を一定に保つ時は試験片内の一点はその点の受ける繰返歪振幅、繰返数が $S-N$ 曲線に類似する限界線を越えた時に疲部分となる。

(2) この事はある点の疲部分の發生がその点のみの繰返應力の条件で定る事を意味する。これは繰返歪振幅が一定の時に限らず、又疲部分の發生に限らず繰返應力による一般の材質の変化に就ても成立すると考へられる。

第 2 に繰返應力によりその繰返應力と等しいもしくはそれ以下の應力に対する應力と歪の関係が相當大なる変化をなす事を知りこれに就て

(1) 軸方向の外周歪振幅 ϵ_0 を一定に保つ時に、 ϵ_0 、繰返数 n による荷重 H と外周歪に比例する量 d との関係の変化を表はす実験式を求めた。

(2) これより一定の軸方向繰返歪振幅 ϵ を受ける点の一種の平均應力 $\bar{S}$ と歪 ϵ の関係の ϵ, n による変化の実験式を導いた。

(3) 上の結果を用ひ一つの仮定の下に荷重を一定とした時の外周歪 ϵ_0 の繰返数にともなふ変化を計算して実験結果と比較した。

この実験は大阪帝国大学機械工学教室の南大路謙一教授、故高林順三助教授の御指導の下に行つたもので両先生並に歪模様の檢出、熱処理等に就て種々御教示にあつかつた航空学教室の兒玉元一助教授、精密工学教室の上田太郎教授、京都帝国大学機械工学教室の西原利夫教授、河本實助教授の諸先生に心からなる感謝を捧げる次第である。

(昭和 16 年 4 月 18 日受付)

中間軸 フ ラ ン ジ 附 根 の 應 力⁽¹⁾

(昭和 16 年 2 月 3 日 福岡講演會 [九州機械工業會と聯合] に於て講演)。

准 員 宇 野 九 十 九⁽²⁾

1. 緒 言

中間軸の振りに依る剪断應力はフランジ附根附近に於て最大となる筈なるもこの附近より疲破壊を起したる実例を聞かず且又該軸の設計には振り振動の振動数等をも考慮しなければならぬ關係上必ずしも最大應力のみを押へて寸法を切り詰めることも出来兼ねるから、フランジ附根に生ずる最大應力を確かめることは實際問題としては一見必ずしも急を要しない研究のやうにも感ぜられるが、大型中間軸にありては鍛造方法の關係上フランジ部附近に材質上の弱点を生じ易く、斯る場合に於てその弱点が使用上支障なきや否やを判断するためにはその附近の應力状態を明確にして置く必要がある。殊に第 1 図に示す如く軸端中心部に往々にして生ずる材料疵

を削除して凹痕を残したるまゝ使用するが如き場合には、これがために中間軸フランジ部の強度が何の程度に弱められるかを明らかにした上でなければ安んじて採否を決定する事が出来ない。大型中間軸はこれを廃却すると否とは工上影響

第 1 図 中間軸に現はれる疵

(1) Stresses at the corner of the flange in the intermediate shaft.

(2) Tukumo UNO, Associate Member, Nagasaki Shipyard, Engine Works, Mitsubishi Heavy Industries Co., Ltd., 三菱重工業會社長崎造船所。

する所甚だ大なる故、使用上差支なきや否やの限界を明らかにし、出来るだけ廃却を免れしめる事は極めて重要な事である。本報告は當所に於て普通に用ひられる寸法比の中間軸に就て電氣的模型実験に依てフランジ附根半径及び中空部直径の最大應力に及ぶ影響を明らかにし、更に軸端中心部に種々の形状の疵削除凹みを與へた場合の最大應力の増加を容易に推定し得るが如き図表を求めたものである。

2. 應力状態の考察

さて中間軸が振りを受ける時の應力状態に就て考へるに、第2図の如く振りモーメントは軸本体よりフランジ及び数本

第2図 主剪断應力曲線想像図

第3図 應力状態

の連結用ボルトを経て次の軸に傳へられる故、主剪断應力曲線は大体に於て同図 aa の如き分布を取り、フランジの附根の隅内部 A 点附近に最大應力を発生する事は想像に難くない。而して問題の焦点はフランジ附根の半径、中空部の直径又は削除部の凹み B の形状等によつて A 点の最大剪断應力が如何に変化するかに存するを以て、問題を單純化するために振りモーメントが数本の連結用ボルトを介して一軸より他軸に傳達される代りに、第3図 CC なる環狀平面が剛体として回轉せしめられることに依て振りモーメントが傳達されるものと仮定しよう。但し円環 CC の幅はボルト孔の直径に等しいものとする。斯く仮定すれば本問題は回轉体の振り問題に歸する事が出来、而も本仮定は問題の焦点には殆ど影響なきことは想像に難からざる所である。尙これに就ては平野氏の文献⁽³⁾が参考になる。

3. 電氣的模型実験の原理

一般に回轉体即ち中心軸の周りに対称なる形を有する物体の振り問題は電氣的類推法に依て實驗的に解決する事が出来る。今その原理を説明すると、先づ座標軸 (z, r) を第3図に示す如く取り、任意の点の振りに依る回轉角を Ψ とすれば Ψ は微分方程式

$$\frac{\partial^2 \Psi}{\partial z^2} + \frac{3}{r} \frac{\partial \Psi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Psi}{\partial r^2} = 0 \quad \dots\dots\dots(1)$$

(3) 平野富士夫、機械學會誌、42 卷 273 号 746 頁 (昭 14--12)。

を満足し、且任意の点 $P(z, r)$ の主剪断應力 τ 並に z, r 方向の成分 τ_z, τ_r は夫々 Ψ と次の關係を有する。

$$\left. \begin{aligned} \tau &= Gr \frac{\partial \Psi}{\partial s}, \\ \tau_z &= Gr \frac{\partial \Psi}{\partial z}, \quad \tau_r = Gr \frac{\partial \Psi}{\partial r}. \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2)$$

而して Ψ の満足すべき周辺条件は第3図 CC 平面並にフランジから充分距りたる任意の断面 DD に於て夫々 $\Psi = \text{const.}$ なることである。故に式 (1) 並に如上の周辺条件を満足する如き Ψ の分布、從て $\partial \Psi / \partial z, \partial \Psi / \partial r$ を實驗的に求め得れば、剪断應力の値は直ちに (2) に依て計算することが出来る。

然るに第3図と同一の境界を有し厚さ一様ならざる等質の傳導物質の薄板に電流を通する時の一般方程式は h を板の厚さ、 Ψ を電位とすれば次の様になる。

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(h \frac{\partial \Psi}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial r} \left(h \frac{\partial \Psi}{\partial r} \right) = 0 \quad \dots\dots\dots(3)$$

今若し板の厚さ h が中心軸からの距離の3乗に比例し

$$h = kr^3 \quad \dots\dots\dots(4)$$

なるものとすれば上式は全く (1) と一致する。而してこの場合の周辺条件として CC 及び DD を夫々定電位の極とすれば、振

第4図 実験装置略図

第5図 実験装置

り問題における周辺条件と全く一致せしめることが出来る。斯る場合に於ては電流の流線は剪断應力の力線と一致し、等電位線は等振り角線と一致する事は容易に理解出来る。

4. 実験装置

前述の原理に依り回轉体の振りの問題は電氣的實驗に依て解決する事が出来るが、電導物質の薄板を用ふる代りに電解溶液槽を用ふれば一層實驗を容易ならしめる事が出来る。第4図及び第5図は実験装置の略図及び写真にして電解液槽は軸の中心線に依て分かれたる片側だけの模型とし、深さが中

[昭和 16 年 8 月]

心軸よりの距離の3乗に比例して最大深さ 80 mm 迄漸変する様にし、NaCl 20% の溶液を充たした。液槽を形造る箱の材料は乾燥せるチーク材を用ひ、表面に融解せるパラフィン塗布して水分の吸収を防いだ。材料疵を削除せる部分の形状を形成するには図に示す如く寸法及び形状を異にする数種の仕切板にて溶液槽を區劃することに依て目的を達した。又周辺条件を満足するために銅製電極板 T_1 , T_2 を設け、これに 6V, 60 ϕ の交流電圧を附與した。銅極板 T_2 の大きさ及び位置は中間軸連結ボルトに相當する大きさ及び位置を取らしめた。次に液槽内の任意の点の電位を測定するにはコールラウシュ電橋を用ひ、抵抗線には BS # 20, 長さ 1 000 mm のニクロム線を用ひた。

5. 実験結果

a. 等振り角線、剪断應力及び

周辺の應力分布曲線 先づ第4図模型に於て疵削除凹みを有せざる場合に就て等振り角線を実験的に求め、これを基礎として剪断應力線を画きたるに第6図の様になった。茲に等振り角線上の○印は実測に依て得た等電位の点にして数字は電位差の比を示す。又相隣る2組の剪断應力線の間に挟まれる領域は略々相等しき振りモーメントを負担する如く画かれてある故、應力線の疎密に依て直ちに應力分布の状態を想像する事が出来る。本図より観るも材料疵の表はれ易き B 部は應力線の密度極めて疎にして強度上重要ならざる事が背かれる。この部分を削除すれば各應力線は幾分 A の方に移動し、 A 点附近における應力線の密度が少しく大となる筈であるが、 B 部の削込が著しく大ならざる限り A 点附近の應力増加は極めて輕微なるべきことは容易に想像される。

振りの問題に於ては周辺に於て剪断應力が最大となるものであるから、周辺における剪断應力分布曲線は形状の異なる種々の中間軸

第1表 フランジ附根部
丸味半径と最大應力

主 要 寸 法			$\alpha_{\max}$
$2a/d$	D/d	D_b/d	
0.28	1.83	1.452	1.295
0.41	1.71	1.40	1.28

に就て各箇にこれを求め、次に示す剪断應力比 α を以て示した。

$$\alpha = \frac{(\text{周辺上の任意の点の剪断應力})}{(\text{周辺上に於てフランジから充分距りたる点の剪断應力})}$$

第7図、第8図及び第9図は材料疵を削除せざる中実軸、中空軸及び截頭直円錐狀の削除凹みを有する場合に就て、斯くの如き α を以て表はした剪断應力分布曲線を求めた実験結果の一例である。

b. フランジ附根部丸味半径の影響 前述の如く中間軸の應力はフランジ附根部に於て最大となり、その値に最も直接に影響するものはフランジ附根部の丸味半径であるから、その影響を考慮するため第10図の $2a/d$ の比を當所に於て普通に用ひられる範囲で2通りに採り應力集中係数 $\alpha_{\max}$ を計測したるに第1表の如く $\alpha_{\max}$ の値には殆ど差違を生じな

第6図 等振り角線と主剪断應力曲線

第7図 剪断應力分布曲線

第 8 図 剪断应力分布曲线

第 10 図 中間軸主要寸法

第 2 表 中空中間軸と最大应力

主要寸法	d_0/d	α_{max}
$D/d=1.71$	0	1.28
$D_b/d=1.40$	0.333	1.256
$2a/d=0.41$	0.50	1.22
	0.75	1.145

かつた。

抑も $2a/d$ が第 1 表に示す範囲、即ち $2a/d=0.28 \sim 0.41$ よりも遙かに小になれば α_{max} は著しく増加する筈なるも、上記範囲又はそれ以上に於ては α_{max} の変化は極めて緩慢となる事は第 11 図に示す如き段付軸

第 9 図 剪断应力分布曲线

第 11 図 段付軸の应力との比較

に関する L.S. Jacobsen の実験結果⁽⁴⁾からも容易に想像し得る処である。故に実際問題としては $2a/d$ が上記範囲又はそれに近い値ならば α_{max} の値には殆ど影響なきものと看做することが出来る。尚 D_b/d も幾分 α_{max} に影響する筈であるがその程度は僅少であると思はれるので、ここでは実験を省略した。

c. 中空中間軸の应力集中係数 重量軽減のために中空中間軸を使用する場合には α_{max} の値が多少低下するであらうと云ふことは実験結果を俟つまでもなく主应力線の分布状態からも容易に推測されることである。即ち第 2 表に示す如き内径 d_0 なる中空中間軸の应力集中係数 α_{max} 及びその位

(4) S. Timoshenko, Theory of Elasticity, (1934), 283.

[昭和 16 年 8 月]

第 12 図 中空軸と最大应力の位置

第 13 図 中空軸と最大应力

置 θ を求め、これ等を夫々 d_0/d に対して曲線に画けば第 12 図、第 13 図を得る。茲に θ は第 7 図に示す如きフランジ附根の丸味の起点より最大應力の集中する点迄の円弧の中心角である。 $\alpha_{\max}$ も θ も d_0/d の増加と共に次第に減少し、 $d_0/d \rightarrow 1$ なる極限に於ては $\theta \rightarrow 0$, $\alpha_{\max} \rightarrow 1$ になるものと考へられる。

d. 直円錐及び截頭直円錐状削込の場合 疵削除の $\alpha_{\max}$ に及ぶ影響を見るために最初に當所に於て普通に用ひられる寸法比の中間軸に、第 14 図 (a), (b) に示される頂角 90° なる直円錐及び截頭直円錐状の材料疵削除を與へ、同図に示す h 及び t の H に対する比 h/H , t/H を種々に変化せしめて実験を行ひ、前記周辺における剪断應力分布曲線を求めた。これ等を分類すれば第 3 表に示す 3 群に分かたれる。これ等の各群即ち第 I 群 (h/H = 変数), 第 II 群 ($h/H = 0.725$, t/H = 変数), 第 III 群 ($h/H = 0.8$, t/H = 変数) に対して夫々の変数を横軸に、應力集中係数 $\alpha_{\max}$ 及び應力の最

第 14 図 直円錐及び截頭直円錐状削込

第 3 表 直円錐及び截頭直円錐状削込と最大應力

主要寸法 $D/d = 1.83$, $D_b/d = 1.45$,
 $2a/d = 0.282$

番号	削込形状	h/H	t/H	$\alpha_{\max}$
I	直円錐	0	—	1.295
		0.4	—	1.31
		0.6	—	1.35
		0.66	—	1.40
		0.725	—	1.455
		0.8	—	1.595
II	截頭直円錐	0.725	0.168	1.34
			0.316	1.395
			0.465	1.42
			1.025	1.455
III	截頭直円錐	0.8	0.195	1.41
			0.371	1.54
			0.550	1.58
			1.130	1.595

第 17 図 截頭直円錐状削込と最大應力の位置

第 18 図 截頭直円錐状削込と最大應力

大となる位置 θ を縦軸に取つて、削込の寸法と最大應力の大きさ及び位置の関係を図示すれば第 15 図乃至第 18 図を得る。

e. 簡便に應力集中係数を求める線図 以上の如く材料疵削除部分の形状を頂角 90° なる直円錐又は截頭直円錐とする時は削除部分の形状は 2 箇の変数 h/H 及び t/H に依て決定せられる。従て h/H 及び t/H を第 19 図 (b), (c)

の如く縦軸及び横軸に取れば、任意の削除部の形状は座標平面上の一点と一々対応する。故に相等しき應力集中係数を有するこれ等の点を連結する事に依り多数の等高線を画けば、削除部分の寸法の如何に拘らずその應力集中係数を容易に求めることが出来る。

今これ等の等高線の形状に就て考察を進めるに h/H , t/H は削除部の円錐がフランジ附根に第 19 図 (a) の如く D 点に於て接する時に最大となり、夫々 $h/H = 1$, $t/H = \sqrt{2}$ となる。而して t が D 点の深さ $t/H = 0.506$ より深くなる時は $\alpha_{\max} = \infty$ となり、この様に $\alpha_{\max} = \infty$ となる場合が第 19 図 (b) に於て CB を以て示してある。又 h/H の値の如何に拘らず $t/H = 0$ のときは材料疵を削除しない場合であつて $\alpha_{\max} = 1.295$ なるから OA なる直線で表はされる。而して本実験で取扱つた (a) に示す如き削除部の形状に対応する (b) の座標平面

第 15 図 直円錐削込と最大應力の位置

第 16 図 直円錐状削込と最大應力

第 19 図 簡便に応力集中係数を求める線図

第 4 表 皿形削込における計算値と実験値の比較

主 要 寸 法			$\frac{h}{H}$	$\frac{c}{d}$	$\frac{t_1}{H}$	$\frac{t_2}{H}$	$\alpha_{1\max}$ 第 15 図 に依る	$\alpha_{2\max}$ 第 15 図 に依る	$\alpha_{\max}$ 式 (5) に依る	$\alpha_{\max}$ 実験値
D/d	D_b/d	$2a/d$								
1.83	1.452	0.282	0.8	0.46	0.371	0.145	1.54	1.32	1.455	1.45
			0.725	0.46	0.316	0.088	1.395	1.31	1.35	1.35

上の点は総て $4OAB$ 内にあり、同高線は OA と CB との間に図示の如く分布されることは想像に難くない。而も斯くの如き座標平面上の数点に対する $\alpha_{\max}$ の値は実験的に既に求められてゐるから、これ等の値と上述の考察とを経緯として容易に同高線の形状を推定する事を得る。第 19 図 (c) に示すものが即ちこれであつて、本図に於て○印は実験に依て求めた点、●印は第 16 図及び第 18 図から求めた点である。

f. 皿形削込の影響 一般に疵削除のために生ずる削込は上述の如く直円錐又は截頭直円錐形であることは少く、むしろ第 20 図に示す如く截頭直円錐状削込の頭部に丸味を附して皿形削込となした場合が多い。即ち第 20 図に於て深さ

t_1 なる截頭直円錐状削込 $ABCD$ の頭部 BC に半径 c なる丸味 EM, FN を附し、 EF の深さを t_2 とすれば皿形削込 $AEMNFD$ の応力集中係数 $\alpha_{\max}$ は夫々深さ t_1 及び t_2 なる截頭直円錐状削込の

第 20 図 皿形削込の寸法

$\alpha_{1\max}$ 及び $\alpha_{2\max}$ の相加平均値に略相等しいことが実験に依り明らかになつた。

$$\alpha_{\max} = \frac{\alpha_{1\max} + \alpha_{2\max}}{2} \quad \dots\dots\dots (5)$$

第 4 表は 2 箇の寸法の異なる皿形削込を有する中間軸に就て式 (5) に依る計算値と実験値との比較を示す。

6. 結 論

実験結果を要約すれば次の如くである。

(1) フランジ附根の丸味の影響は第 10 図 $2a/d$ の比が 0.28~0.41 の範囲では殆ど無視することが出来、応力集中係数は $\alpha_{\max} \cong 1.29$ と考へてよい。

(2) 中空中間軸の $\alpha_{\max}$ は第 13 図から求められる。

(3) 材料疵削除に依る削込の形状が頂角 90° なる直円錐又は截頭直円錐状なる場合は第 19 図に依て最大応力を求めることが出来る。

(4) 皿形削込の場合の応力集中係数は第 20 図に示す如き深さ t_1 及び t_2 なる截頭直円錐状削込の応力集中係数 $\alpha_{1\max}$ 及び $\alpha_{2\max}$ の平均値に略相等しい。

(昭和 16 年 5 月 5 日受付)

一 引 圧 疲 試 験 機 と 実 験 例⁽¹⁾

(昭和 16 年 1 月 25 日 仙台地方講演會に於て講演)

正 員 市 原 通 敏⁽²⁾

本論文は日本機械學會誌第 44 卷第 292 号 518 頁 (昭和 16 年 7 月) に掲載せる論文要報を以て本論文に代へる。

⁽¹⁾ A New Typed Tension Compression Fatigue Tester and Experiment the with The Tōhoku Imperial University. 東北帝国大学。

⁽²⁾ Mititosi ITIHARA, Member.

[昭和 16 年 8 月]