組合曲げ振り繰返應力を受ける金属材料の強さ⁽¹⁾

(昭和 16 年 4 月 3 日 第 18 期定時総会講演會に於て講演)

正員 西原利夫⁽²⁾ 正員 河本 實⁽³⁾

1. 緒 言

筆者等は前に組合曲げ振り疲試験機を作り、これを用ひて半硬鋼につき組合曲げ振り疲試験を行つた⁽⁴⁾。その後同様な実験を極軟鋼、最硬鋼、ニッケルクロム鋼、鋳鉄及び黄銅等の材料につき行つたので、こゝにこれらの実験結果を報告し、併せて二三の考察をなさんとするものである。

2. 試験機及び組合應力に就て

使用した試験機は筆者等の設計になる組合曲げ振り疲試験機である。この試験機に就ては前報告⁽⁴⁾に於て詳述したので、ここにその精しい説明は省略するが、原理だけを簡単に述べると、偏心装置によりはすみ車に振動を與へ、その振動による慣性力が試験片に繰返モーメントとして作用する。試験片ははすみ車軸 に対し任意の角度を以て取付けられる様になつてをり、仮りに試験片の軸方向とはすみ車軸 的方向とを一致する如く取付けると、試験片には繰返振りモーメントが作用し、両者の軸方向が直角になる如く取付けると、繰返曲げモーメントが作用する。又両軸のなす角を所定の値に合せて取付けることにより、曲げ及び振りモーメントを任意の割合に組合せて作用させることが出来るものである。

第 1 図

はすみ車軸 の振動により試験片に與へられる繰返モーメントは次の式によつて求められる。
 M = 試験片に與へられる繰返モーメント、kg·cm
 a = はすみ車の振幅、ラジアン
 I = はすみ車その他振動部分の慣性能率、kg·cm·s²
 n = 毎分の應力繰返数
 とすれば

$$M = Ia \left(\frac{\pi n}{30} \right)^2$$

a 及び n は実験の際測定する。慣性能率 I は試験機に關

する定数で、はすみ車その他の部分の寸法及び重量を測定し、それより計算により求められる。 I の値は試験片の軸方向とはすみ車軸 的方向とのなす角 θ の値により多少異なり、計算の結果次の如くであつた。

$\theta = 0^\circ$ のとき	$I = 0.753 \text{ kg} \cdot \text{cm} \cdot \text{s}^2$
” 30° ”	” 0.765 ”
” 60° ”	” 0.789 ”
” 90° ”	” 0.801 ”

試験片に與へられる曲げモーメントを M_b 、振りモーメントを M_t とすれば、

$$M_b = M \sin \theta$$

$$M_t = M \cos \theta$$

曲げによる垂直應力を σ 、振りによる剪断應力を τ とし、試験片の直径を d とすれば、

$$\sigma = \frac{32}{\pi d^3} M \sin \theta$$

$$\tau = \frac{16}{\pi d^3} M \cos \theta$$

試験片内に生ずる最大剪断應力を $\tau_{\max}$ とすれば

$$\tau_{\max} = \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} = \frac{16}{\pi d^3} M \dots \dots (1)$$

$$\text{故に } \left. \begin{aligned} \sigma &= 2\tau_{\max} \sin \theta \\ \tau &= \tau_{\max} \cos \theta \end{aligned} \right\} \dots \dots (2)$$

$$\frac{\tau}{\sigma} = \frac{1}{2 \tan \theta}$$

試験機の運轉速度ははすみ車の自然振動数を超過せざる

範囲で行はねばならない。而してこの自然振動数は試験片の材質、寸法によつて異なるのは勿論であるが、又 θ の値によつても変化する、即ち θ の値が大となると自然振動数も大となる。本実験において自然振動数は大抵毎分 2 000 前後であつたが、試験に際し應力繰返数は総ての場合一様に毎分 1 700 とした。

3. 実験材料及び試験片

実験に供した材料は極軟鋼、最硬鋼、ニッケルクロム鋼、鋳鉄及び黄銅の 5 種類である。それらの化学成分を第 1 表に示す。

試験に先立ち極軟鋼は 900°C に 30 mn 間加熱し焼鈍し、最硬鋼は 850°C にて同じく 30 mn 間加熱し焼ならしをし

(1) The Strength of Metals under Combined Alternating Bending and Torsion. (2) Toshio NISHIHARA, Member, The Kyōto Imperial University. 京都帝国大学。

(3) Minoru KAWAMOTO, Member, The Kyōto Imperial University. 京都帝国大学。 (4) 西原利夫、河本実、機械学会論文、6 巻 24 号 1-8 頁 (昭 15-8)。

第 1 表 試験片材料の化学成分

試片材料	化 学 成 分 %										
	C	Mn	S	P	Si	Ni	Cr	Fe	Cu	Zn	Pb
極 軟 鋼	0.07	0.30	0.040	0.040	0.14						
最 硬 鋼	0.62	0.23	0.010	0.024	0.27						
ニッケルクロム鋼	0.42	0.52	0.02	0.016	0.27	1.76	0.66		0.21		
鑄 鉄	総炭素 3.15 グラファイト 2.34	0.39	0.12	0.44	1.95				0.10		
黄 銅								0.02	70.08	29.88	0.01

第 2 図 試験片材料の顕微鏡写真 (×175)

た。ニッケルクロム鋼は普通熱処理した状態で用ひられるが、こゝでは供給のものものと実験室にて熱処理したものとの2種類につき実験した。この熱処理は最初 900°C にて 30 mn 間加熱して焼ならしをし、次に 850°C から油中に焼入し、最後に 600°C にて 30 mn 間加熱して焼戻した。鑄鉄は直径 25 mm、長さ 180 mm の棒 8 本を一つにして鑄込んだもので、第 1 図 (左) にその寸法を示す。同図 (右) は鑄鉄を砂型より取出して撮った写真である。

第 2 図に各材料の組織の顕微鏡写真を示す。何れも棒材の長さの方向に直角な断面を撮ったものである。

試験片の形状及び寸法を第 3 図に示す。疲試験片は総て平行部分を有する形とし、且偶肉半径は常に平行部分の 2 倍とした。組合曲げ振り疲試験片に於ては試験機の容量その他の都合上、その直径を鋼に於ては 12 mm、鑄鉄及び黄銅に

於ては 15 mm とした。小野式回轉曲げ試験片及び片持回轉曲げ試験片は組合曲げ振り試験機による結果と比較するため用ひたものである。

各材料の機械的性質を求めるため各、2 本ずつの引張試験片を取り引張試験を行つた。その結果を第 2 表に示す。表には 2 本についての結果を共に記入した。ニッケルクロム鋼及び黄銅に於ては 0.2% の永久歪を生ずる應力を以て降伏点とした。眞破断力といふのは破断の際の荷重を破面の切口面積で割つた値である。尚各材料についてブリネル硬度数を測定した。その結果を第 2 表に併記してある。第 4 図は引張試験の際、自動記録装置により画かせた荷重—伸曲線である。

4. 実験結果

耐久限度を求めるには曲げと振りの組合せの割合從て 0

[昭和 16 年 11 月]

第2表 試験片材料の熱処理及び機械的性質

試片材料	熱 処 理	機 械 的 性 質						
		降伏点 kg/mm^2		引張強さ kg/mm^2	眞破断力 kg/mm^2	伸 (%)	絞 (%)	ブリネル* 硬度数
		上	下					
極 軟 鋼	900°C 30mn 焼鈍	31.9 28.0	23.3 23.0	38.4 38.3	84.5 89.4	— 49.4	71.4 72.9	104 103
最 硬 鋼	780°C 30mn 焼ならし	36.3 37.2	35.5 36.5	71.3 72.5	97.8 100.4	23.5 24.0	32.8 32.6	187 201
ニッケルクロム鋼	熱間圧延のまま	51.3 47.0	— —	73.8 69.7	125.2 129.0	20.2 28.0	57.8 60.6	237 237
	900°C 30mn 焼ならし	91.5	—	98.0	125.7	21.0	45.0	294
	850°C 油中に焼入 600°C 40mn 焼戻	87.7	—	98.2	125.3	20.4	44.7	295
鋳 鉄	鋳 込 の ま ま	— —	— —	22.6 21.3	— —	— —	— —	205 204
黄 銅	押出しのまま	34.1 34.7	— —	42.3 41.1	103.3 101.5	40.6 44.4	70.5 70.2	123 121

* 鋼球径 10 mm, 荷重、鋼及び鋳鉄 3 000 kg, 黄銅 1 000 kg.

(1) 組合曲げ振り疲労試験片

(2) 引張試験片

(3) 小野式回轉曲げ試験片

(4) 片持回轉曲げ試験

第3図 各種試験片の寸法

の値を一定として、試験片に生ずる最大剪断応力の値を色々に変化させて破壊しない限度を求めた。(1)式より明らかなる如くこの最大剪断応力 $\tau_{\max}$ は試験片の直径が一定ならば、 θ の値の如何に拘らず常にモーメント M と比例する。最大剪断応力 $\tau_{\max}$ から曲げによる垂直応力 σ 、振りによる剪断

第7巻第29号(第1部)]

第4図 荷重—伸曲線

應力 τ は(2)式により容易に求められる。

耐久限度を決定すべき応力繰返数の限度は総ての場合 10^7 とした。これは鋼及び鋳鉄に於ては充分であるが、黄銅の場合は充分とは云へない。併し以前にデュラルミンに就て実験した結果によれば⁽⁵⁾、曲げ疲強さと振り疲強さとの割合は疲強さを決定すべき応力繰返数の限度によつては影響を受けなかつたし、又本実験にても同様な結果を得たから、 10^7 の繰返数は疲強さの値を求めるには充分とは云へなくとも、曲げ疲強さ、振り疲強さ及び組合曲げ振り疲強さ等の関係を求めるには差支ないと考へた。

(1) 極軟鋼 繰返曲げの場合、繰返振りの場合及び曲げと振りを組合せた場合としては θ が 45° の場合につき各、耐久限度を求めた。 θ が 22.5° 及び 67.5° の場合に就ても

(5) 西原利夫、河本実、日本金属学会誌、5巻3号110頁(昭16—3)。

第 3 表 疲試験結果 (極軟鋼)

試片番号	θ	最大剪断 応力 $\tau_{\max}$ kg/mm ²	曲げによる 垂直応力 σ kg/mm ²	振りによる 剪断応力 τ kg/mm ²	応力繰返数 N 10^6
L19	0°	19.0	0	19.0	0.189
L3		18.0	0	18.0	0.408
L4		17.0	0	17.0	0.584
L5		16.0	0	16.0	0.724
L9		15.5	0	15.5	5.396
L6		15.0	0	15.0	10.596
L20		15.0	0	15.0	12.574*
L15	22.5°	18.0	13.78	16.63	0.172
L22		14.5	11.10	13.40	4.992
L16	45°	14.5	20.51	10.25	4.336
L18		14.0	19.81	9.90	10.664*
L17	67.5°	15.0	27.72	5.74	1.560
L21		14.0	25.87	5.36	3.542
L10	90°	17.0	34.0	0	0.189
L11		16.0	32.0	0	0.412
L12		15.0	30.0	0	0.584
L13		14.0	28.0	0	1.768
L14		13.5	27.0	0	10.992*

* 印は破壊せざるもの

第 5 図 応力—繰返数曲線 (極軟鋼)

疲破面を見る目的で二三実験した。その結果を第 3 表に示す。第 5 図はこの結果を図示した応力—繰返数曲線で、横軸に繰返数を対数目盛で取り縦軸には最大剪断応力の値を取つて示した。

(2) 最硬鋼 θ が 0°, 15°, 30°, 45°, 60°, 75°, 90° の 7 種類の場合につき実験した。その結果を第 4 表に、応力繰返数曲線を第 6 図に示す。実験の際與へた繰返応力は最大剪断応力で 1 kg/mm² 置きであつた。

(3) ニッケルクロム鋼 (供給のまゝ) θ が 0°, 22.5°, 45°, 67.5°, 90° の 5 種類の場合につき実験した。その結果を第 5 表に、応力—繰返数曲線を第 7 図に示す。

(4) ニッケルクロム鋼 (熱処理) 同様に θ が 0°, 22.5°, 45°, 67.5°, 90° の 5 種類の場合につき実験した。その結果を第 6 表に、応力—繰返数曲線を第 8 図に示す。

(5) 鑄鉄 鋼の場合と異なり鑄鉄では実験結果が不統一とならないかと恐れてゐたが可成り満足し得る結果を得た。

第 4 表 疲試験結果 (最硬鋼)

試片番号	θ	最大剪断 応力 $\tau_{\max}$ kg/mm ²	曲げによる 垂直応力 σ kg/mm ²	振りによる 剪断応力 τ kg/mm ²	応力繰返数 N 10^6
H3	0°	22.0	0	22.0	0.448
H9		21.0	0	21.0	1.280
H13		20.0	0	20.0	9.500*
H4		"	0	20.0	10.550*
H15	15°	19.5	10.09	18.84	3.120
H17		"	10.09	18.84	1.240
H14		18.5	9.58	17.87	10.230*
H12	30°	18.3	18.30	15.85	1.488
H23		17.3	17.30	14.98	10.641*
H16	45°	17.5	24.75	12.37	0.848
H18		16.5	23.33	11.67	10.250*
H20	60°	17.0	29.44	8.50	2.432
H10		16.0	27.71	8.00	13.940*
H22	75°	16.0	30.91	4.14	3.468
H25		15.0	28.97	3.88	10.650*
H5	90°	16.0	32.0	0	1.540
H11		15.0	30.0	0	11.720*

* 印は破壊せざるもの

第 6 図 応力—繰返数曲線 (最硬鋼)

実験は θ が 0°, 22.5°, 45°, 67.5°, 90° の 5 種類の場合につき行つた。その結果を第 7 表に、応力—繰返数曲線を第 9 図に示す。実験の際與へた繰返応力は最大剪断応力で 0.5 kg/mm² 置きであつた。

(6) 黄銅 θ が 0°, 22.5°, 45°, 67.5°, 90° の 5 種類の場合につき実験した。この場合は多くの実験結果から応力—繰返数曲線を引いてその曲線から 10⁷ の応力繰返数に対する疲強さを求めた。第 8 表に実験結果を、第 10 図に応力—繰

[昭和 16 年 11 月]

第5表 疲試験結果(ニッケルクロム鋼—供給のまま)

試片番号	θ	最大剪断 応力 $\tau_{\max}$ kg/mm ²	曲げによる 垂直応力 σ kg/mm ²	振りによる 剪断応力 τ kg/mm ²	応力繰返数 N 10 ⁶
N6 N8 N13	0°	28.0 27.0 26.0	0 0 0	28.0 27.0 26.0	2.036 3.760 10.668*
N7 N16	22.5°	25.5 24.0	19.52 18.37	23.54 22.17	2.944 10.755*
N9 N12	45°	22.0 21.5	31.11 30.41	15.56 15.20	1.320 10.289*
N11 N10 N15	67.5°	22.5 21.5 20.5	41.57 39.73 37.88	8.62 8.23 7.85	0.816 6.643 10.048*
N3 N4 N14 N5	90°	22.5 21.0 20.5 20.0	45.0 42.0 41.0 40.0	0 0 0 0	0.788 2.388 4.183 10.477*

* 印は破壊せざるもの

第7図 応力—繰返数曲線(ニッケルクロム鋼—供給のまま)

返数曲線を示す。図の如く実験結果は θ の値の如何に拘らず常に一つの曲線に大体一致してゐる。

5. 実験結果の考察

以上に得られた実験結果を静応力に依て破壊する際の種々の破壊説と比較するが甚だ興味あることである。そこで従来からある種々の破壊説を曲げと振りを組合せた疲破壊の場合に適用すると、各説に対して次に示す如き諸式が得られる。

(1) 最大剪断応力説

$$\tau^2 = \sigma_w(\sigma_w - \sigma)$$

(2) 最大主歪説

第6表 疲試験結果(ニッケルクロム鋼—熱処理)

試片番号	θ	最大剪断 応力 $\tau_{\max}$ kg/mm ²	曲げによる 垂直応力 σ kg/mm ²	振りによる 剪断応力 τ kg/mm ²	応力繰返数 N 10 ⁶
NT3 NT4 NT22 NT6	0°	35.0 33.0 32.0 31.0	0 0 0 0	35.0 33.0 32.0 31.0	0.444 0.736 3.860 10.917*
NT9 NT19 NT8	22.5°	33.0 32.0 31.0	25.26 24.49 23.73	30.49 29.56 28.64	2.900 3.132 11.630*
NT12 NT13 NT21	45°	30.0 29.0 28.0	42.43 41.01 39.60	21.21 20.50 19.80	0.192 3.096 10.543*
NT14 NT15 NT16	67.5°	29.0 28.0 27.0	53.58 51.74 49.89	11.10 10.72 10.33	0.132 0.420 14.487*
NT10 NT7 NT11	90°	29.0 28.0 27.0	58.0 56.0 54.0	0 0 0	0.296 3.810 11.300*

* 印は破壊せざるもの

第8図 応力—繰返数曲線(ニッケルクロム鋼—熱処理)

$$\left(\sigma + \frac{m-1}{2}\sigma_w\right)^2 + \frac{(m+1)^2}{m}\tau^2 = \frac{(m+1)^2}{4}\sigma_w^2$$

(3) 歪エネルギー説

$$\sigma^2 + 2\frac{m+1}{m}\tau^2 = \sigma_w^2$$

(4) 剪断歪エネルギー説

$$\sigma^2 + 3\tau^2 = \sigma_w^2$$

(5) 最大剪断応力説

$$\sigma^2 + 4\tau^2 = \sigma_w^2$$

これ等の式に於て σ_w は曲げ応力のみが作用するときの耐久限度で、 σ 及び τ は組合曲げ振り繰返応力が作用するときの耐久限度における曲げ及び振り応力である。 m はポアソン常数である。

第 7 表 疲試験結果 (鋳鉄)

試片番号	θ	最大剪断 応力 $\tau_{\max}$ kg/mm ²	曲げによる 垂直応力 σ kg/mm ²	捩りによる 剪断応力 τ kg/mm ²	應力繰返数 $N \cdot 10^6$
0	0°	13.0	0	13.0	0.140
1		12.0	0	12.0	0.381
4		11.0	0	11.0	3.942
5		10.5	0	10.5	10.647*
14	22.5°	9.5	7.26	8.78	0.160
15		9.0	6.88	8.32	1.731
16		8.5	6.50	7.85	8.672
19		"	"	"	13.483*
8	45°	9.0	12.73	6.36	0.418
9		8.5	12.02	6.01	0.180
10		8.0	11.31	5.66	0.756
12		7.5	10.61	5.30	1.328
11	67.5°	7.0	9.90	4.95	11.150*
17		7.2	13.30	2.76	2.432
18	90°	6.7	12.38	2.56	10.058*
6		8.0	16.0	0	0.224
7		7.0	14.0	0	5.341
13	90°	6.5	13.0	0	13.539*

* 印は破壊せざるもの

第 8 表 疲試験結果 (黄銅)

試片番号	θ	最大剪断 応力 $\tau_{\max}$ kg/mm ²	曲げによる 垂直応力 σ kg/mm ²	捩りによる 剪断応力 τ kg/mm ²	應力繰返数 $N \cdot 10^6$
25	0°	15.0	0	15.0	0.292
5		11.5	0	11.5	1.036
1		10.0	0	10.0	2.028
4		9.5	0	9.5	2.888
9		9.0	0	9.0	2.576
10		8.5	0	8.5	3.812
11		8.0	0	8.0	3.480
12		7.5	0	7.5	5.638
13	22.5°	6.5	0	6.5	9.734
17		11.5	8.80	10.63	0.772
19		10.5	8.04	9.70	1.004
21	45°	8.5	6.51	7.85	3.060
23		14.0	19.80	9.90	0.322
7		9.5	13.44	6.72	2.744
8	67.5°	9.0	12.73	6.36	2.412
20		13.0	24.02	4.98	0.399
18		10.5	19.40	4.02	1.680
22	90°	8.5	15.71	3.25	3.368
24		15.5	31.0	0	0.172
16		10.5	21.0	0	1.830
2		9.5	19.0	0	2.060
15		8.0	16.0	0	5.582
14		6.5	13.0	0	12.339*

* 印は破壊せざるもの

そこで疲試験の結果を横軸に σ , 縦軸に τ を取つて図示すると, 第 11 図乃至第 16 図の如くなる。図の黒丸は破壊したもので, 白丸は破壊しなかつたものである。従て白丸が耐久限度を表はしてゐる。第 16 図にては應力—繰返数曲線より求めた耐久限度である。さて上述の破壊説を表はす各式に於て, σ 及び τ を変数と看做しこれらの式の表はす曲線を画くと, 図中細線で示した如くなる。但しこれらの曲線はポアソン常数 m の値を $10/3$ として求めたものである。ポア

第 9 図 應力—繰返数曲線 (鋳鉄)

第 10 図 應力—繰返数曲線 (黄銅)

ソン常数の値に多少の変化があつても曲線の形状には大した変化はない。

第 14 図及び第 16 図より, 熱処理したニッケルクロム鋼の疲破壊は剪断至エネルギー説に良く一致し, 黄銅に於ては最大剪断應力説が良くあてはまること解る。然るに第 11, 12, 13 及び 15 図より解る如く, 極軟鋼, 最硬鋼, 供給のまゝのニッケルクロム鋼及び鋳鉄に於ては, 上述の何れの破壊説も実験結果と良く一致しない。従て箇々の材料が何れの破壊説と一致するかを求めるよりも, 総ての実験結果に適合する様な式を作つた方が実用上には却て有益であらうと考へ, 次の様な式を作つた。

$$\varphi = \frac{\tau_w}{\sigma_w} < \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{なるとき}$$

$$\sigma^2 + \frac{1}{\varphi^2} \tau^2 = \sigma_w^2 \quad \dots\dots\dots (3)$$

[昭和 16 年 11 月]

第 11 図 σ-τ 図 (極軟鋼)

第 12 図 σ-τ 図 (最硬鋼)

$$\varphi = \frac{\tau_w}{\sigma_w} > \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{なるとき}$$

$$(1-\varphi^2)\sigma^2 + (3\varphi^2-1)\sigma_w\sigma + 2\tau^2 = 2\varphi^2\sigma_w^2 \quad \dots\dots\dots (4)$$

τ_w は振りのみが作用するときの耐久限度で、 σ_w は曲げのみが作用するときの耐久限度である。(3) 式は原点に中心を有する楕円で、 φ が 0.5 に等しいときは最大剪断応力説と一致し、 φ が $1/\sqrt{3}$ に等しいときは剪断歪エネルギー説と一致する。(4) 式は一般には σ 軸上に中心を有する楕円を表はしてゐるが、 φ が 1 に等しいときは拋物線となり、 φ が $1/\sqrt{3}$ に等しいときは原点に中心を有する楕円となり即ち (3) 式と同一となり剪断歪エネルギー説と一致する。

実験の結果より σ_w 、 τ_w 及び φ の値は次の如くであつた。

第 7 卷 第 29 号 (第 1 部)]

第 13 図 σ-τ 図 (ニッケルクロム鋼—供給のまま)

第 14 図 σ-τ 図 (ニッケルクロム鋼—熱処理)

	σ_w	τ_w	φ
極軟鋼	27.0 kg/mm ²	15.0 kg/mm ²	0.556
最硬鋼	30.0 "	20.0 "	0.667
ニッケルクロム鋼 (供給のまま)	40.0 "	26.0 "	0.650
ニッケルクロム鋼 (熱処理)	54.0 "	31.0 "	0.574
鋳鉄	13.0 "	10.5 "	0.808
黄銅	13.4 "	6.7 "	0.500

これらの値を用ひて (3) 或は (4) 式の表はす曲線を求め、図示すると、第 11 図乃至第 16 図に太線で示した如き曲線が得られる。これらの図より解る如く (3) 及び (4) 式は総ての材料に対し実験結果と非常に良く一致してゐる。

上述の各破壊説を表はす式から、これらの破壊説における

第 15 図 σ - τ 図 (鑄鉄) 第 16 図 σ - τ 図 (黄銅)

φ の値を求めると、

最大主应力説	$\varphi=1$
最大主歪説	$\varphi=\frac{m}{m+1}$
歪エネルギー説	$\varphi=\sqrt{\frac{m}{2(m+1)}}$
剪断歪エネルギー説	$\varphi=\frac{1}{\sqrt{3}}$
最大剪断应力説	$\varphi=0.5$

これらの φ の値を (3) 或は (4) 式に代入すると、 φ が 1, $1/\sqrt{3}$, 0.5 となるに従て (3) 或は (4) 式はそれぞれ最大主应力説、剪断歪エネルギー説、最大剪断应力説に完全に一致することは前述の通りである。而して φ が $m/(m+1)$ に等しいとき (4) 式と最大主歪説とは殆ど一致するのである。然るに φ が $\sqrt{\frac{m}{2(m+1)}}$ に等しいと置いても (4) 式と歪エ

第 17 図 (a) 硬 鋼

第 17 図 (b) ニッケルクロム鋼 (供給のまま)

第 17 図 (c) 鑄 鉄

ネルギー説とは余り良くは合はない。それは第 12 及び 13 図に於て (4) 式の曲線と歪エネルギー説を表はす曲線とが相交つてゐるのを見ても明らかである。併しここに興味あることは歪エネルギー説の様に原点に中心を持つ楕円よりも寧ろ (4) 式の方が却つて実験結果に良く一致すると云ふことである。そこで今硬鋼、供給のまゝのニッケルクロム鋼及び鑄鉄の実験結果に対して、原点に中心を持つ楕円と、 σ 軸を軸とし σ_w 及び τ_w の点を通る拋物線と、(4) 式の表はす曲線との 3 者と実験結果とを比較して見ると第 17 図 (a) (b) (c) の如くなり、(4) 式が最も良く実験結果に一致することが解る。

[昭和 16 年 11 月]

第 18 図 極軟鋼、最硬鋼及び鋳鉄の破壊試片

この実験に於て疲強さを決定すべき応力繰返数の限度は総ての場合 10^7 としたが、前述の如く黄銅にてはこれだけの繰返数にては充分でない。併し第 10 図に示した黄銅の応力—繰返数曲線より明らかなる如く、実験結果は θ の値の如何に拘らず常に図示の曲線に大体一致してゐる。従て φ の値は疲強さを決定すべき応力繰返数の限度を如何にとつても変化しないことが解る。同様なことが第 5 図に示した極軟鋼の応力—繰返数曲線に於ても見ることが出来る、即ちこの場合は 10^7 にて応力—繰返数曲線は既に水平となるが、仮りにもつと少い繰返数に対する σ_w 及び τ_w を求めて φ の値を計算してもその値に変化はない。

6. 疲破面に就て

組合曲げ振り疲試験に於て、曲げと振りを組合せる割合に應じて疲破面の方向が如何に変るかを知らねば疲破壊の機構を知る上に甚だ有効な、又興味あることである。次に実験に供した各材料の疲破面に就き述べる。

(1) 極軟鋼、最硬鋼及び鋳鉄 第 18 図 (a) (b) (c) に各、極軟鋼、最硬鋼及び鋳鉄が曲げ及び振りの種々の組合せの割

第 7 巻 第 29 号 (第 1 部)]

第 19 図 ニッケルクロム鋼の破壊試片

合従て種々の θ の値の下に破壊した場合の試験片の写真を示す。これらの写真は総て試験の際に試験片に與へた曲げモーメントの軸が紙面と平行になる様に試験片を向けて撮つたものである。これらの写真を見るに何れの材料に於ても破断面の方向は θ の値に対し非常に規則的である。即ちこれらの破断面の方向は組合応力によつて試験片内に生ずる最大主應力面と良く一致してゐることが容易に解る。

疲破面に関する以上の結果より、これら 3 種の材料の疲破面は最大主應力によつて起されるものであることが知られる。然るにこれらの材料の疲強を見るに、第 15 図より解る如く鋳鉄に於ては最大主應力説にかなり接近してゐるが、極軟鋼及び最硬鋼に於ては第 11 及び 12 図の如く最大主應力説と非常に相違してゐる。即ち極軟鋼は剪断歪エネルギー説に最硬鋼は歪エネルギー説に最も近くなつてゐる。従て疲破壊の起るか否かを左右するものは最大主應力でなくても疲破面の方向を左右するものは最大主應力であることになる。この理由は疲現象の発生及びその進行は最大主應力に依ては起らないが、疲破壊を起す時には疲による材質の硬化のために脆くなつてをり、その結果疲破面は最大主應力によつて起されるものと考へられる。

疲破面の方向は與へた繰返応力の大小によつても又変化するもので、第 18 図は繰返応力が耐久限度に極く近い値を取る場合の破面である。極軟鋼の場合この繰返応力の大小による影響は殊に著しい。第 18 図 (a) の極軟鋼の写真は θ が 0° , 22.5° , 45° , 67.5° , 90° に應じて各、試験片番号 L6, L22, L16, L21, L13 のものを示したが、L9 にても大体 45° の方向に破壊してゐたのを除けば、他の総ての極軟鋼の試片は

第 20 図 黄銅の破壊試片

軸方向に直角に破壊してゐた。即ち耐久限度より最大剪断應力で 1 kg/mm^2 だけ大なる繰返應力を受けて破壊するとき θ の如何に拘らず常に試験片の軸方向に直角に破壊するのである。

(2) ニッケルクロム鋼及び黄銅 ニッケルクロム鋼の破壊した試験片を第 19 図に示す。この場合は炭素鋼や鋳鉄の場合の様に破面の方向が規則的に主應力の方向に一致するといふ様なことは認められず、只 θ が 0° 及び 90° のときは常に試験片の軸方向に略、直角に破壊し、その他のときは不規則な破面を呈してゐた。ニッケルクロム鋼に於て供給のまゝのものと熱処理せるものとは疲労強さには非常な相違があり且 φ の値も非常に違つてゐるにも拘らず、疲破面は良く類似してゐることは興味あることである。

次に黄銅の疲破面は鋼や鋳鉄の場合と違つてゐるが、又非常に規則的であつた。第 20 図に黄銅の破壊試験片の写真を示す。写真では認め難いが θ が 0° のときは試験片の軸方向とそれに直角な方向との二つの裂目が現はれてゐた。これを若し軸方向の裂目で壊れたものと看做せば、 θ の如何に拘らず破面と軸方向とのなす角は常に試験の際與へた θ の角度と等しくなつてゐるのである。この破面は勿論最大主應力面でもなく又最大剪断應力面でもないが、実験した範囲にては繰返應力の大小に拘らず常に斯くの如き規則的な破面を呈してゐた。併しここに注意すべきことは実験に使用した組合曲げ振り試験機にては試験片に與へる曲げモーメントの軸は試験片に対し静止してゐる、即ち所謂両振曲げである。而して両振曲げの場合と回轉曲げの場合とでは破面の方向は必ずしも一致しない。黄銅につき片持回轉曲げ試験機にて破壊した試験片を第 21 図に示したが、回轉曲げのときは試験片の軸に 45° の方向即ち最大剪断應力の方向に破壊してゐる。

7. 回轉曲げ試験との比較

組合曲げ振り疲試験に於て θ を 90° に等しくして得られる曲げに対する耐久限度と普通の回轉曲げ試験によつて得られる耐久限度とを比較することは興味あることである。何となれば曲げモーメントの軸は前者に於ては試験片に対し相対的に静止してゐるのに対し後者に於ては回轉してをり、従て應力状態が両者相異なるからである。併し θ を 0° に等しくして得られる振りに対する耐久限度と普通の繰返振り試験

第 21 図 黄銅の破壊試片 (回轉曲げ)

第 9 表 回轉曲げ試験結果

試片材料	回轉曲げ試験			組合曲げ振り疲試験機にて θ を 90° とした時の両振曲げ耐久限度 σ_w'' kg/mm^2	$\frac{\sigma_w''}{\sigma_w'}$
	最大應力 σ kg/mm^2	繰返数 $N \cdot 10^6$	回轉曲げ耐久限度 σ_w' kg/mm^2		
極軟鋼	28.0	0.379	25.0	27.0	1.08
	"	0.503			
	26.2	1.659			
	25.0	10.474*			
最硬鋼	32.0	0.171	30.0	30.0	1.00
	31.0	0.487			
	30.0	10.433*			
ニッケルクロム鋼 (供給のまゝ)	44.0	1.046	40.0	40.0	1.00
	42.0	1.510			
	41.0	4.488			
	40.0	10.006*			
鋳鉄	13.0	0.419	11.5	13.0	1.13
	12.0	5.840			
	11.5	10.524*			
黄銅	24.6	0.625	12.35	13.4	1.09
	20.0	1.670			
	16.0	7.595			
	13.0	8.964			

* 印は破壊せざるもの

第 22 図 應力—繰返数曲線 (回轉曲げ)

によつて得られる耐久限度を比較することは両者の應力状態が同一であるから無意味である。

従て組合應力疲試験に供した材料と全く同一の材料につき比較のため回轉曲げ試験を行つた。但し熱処理したニッケルクロム鋼については回轉曲げ試験は行はなかつた。実験に際し應力繰返速度の相違による影響を避けるために、試験機の

[昭和 16 年 11 月]

運轉速度は組合應力疲試験の場合と同様に毎分 1700 回とした。又試験片の直径も両者の場合同一とするため、極軟鋼、最硬鋼及びニッケルクロム鋼に対しては小野式回轉曲げ試験機を、鋳鉄及び黄銅に対しては片持回轉曲げ試験機を使用した。試験片の寸法は第 3 図に示した。

実験結果を第 9 表に、應力—繰返数曲線を第 22 図に示す。組合應力疲試験機にて得られた結果も第 9 表に併記した。この表より解る如く、組合應力疲試験機にて θ を 90° として得られた両振曲げ耐久限度は小野式或は片持回轉曲げ試験機にて得られた回轉曲げ耐久限度に等しいか、或はこれより多少大である。

8. 結 論

- (1) 組合曲げ振り疲試験機により、極軟鋼、最硬鋼、ニッケルクロム鋼、鋳鉄及び黄銅につき、曲げ疲強さ、振り疲強さ及び組合曲げ振り疲強さを実験により求めた。
- (2) 組合曲げ振り繰返應力が作用するときの耐久限度における曲げ及び振り應力を σ 及び τ とすれば、 σ 及び τ の間には次の関係式が成立する。

$$\varphi = \frac{\tau_w}{\sigma_w} < \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{なるとき}$$

$$\sigma^2 + \frac{1}{\varphi^2} \tau^2 = \sigma_w^2$$

$$\varphi = \frac{\tau_w}{\sigma_w} > \frac{1}{\sqrt{3}} \quad \text{なるとき}$$

$$(1 - \varphi^2) \sigma^2 + (3\varphi^2 - 1) \sigma_w \sigma + 2\tau^2 = 2\varphi^2 \sigma_w^2$$

但し σ_w 及び τ_w は各、曲げ或は振りのみが作用するときの疲強さである。

(3) 疲強さを決定すべき應力繰返数の如何に拘らず φ の値は一定である。

(4) 炭素鋼及び鋳鉄に於て、疲破面は常に最大主應力面に一致してゐるが、疲強さは必ずしも最大主應力説に一致しない。この理由は疲の進行するに従て材質の硬化を来し、そのため脆くなり結局最大主應力によつて破壊されるものと考えらる。

(5) 両振曲げ耐久限度は回轉曲げ耐久限度に等しいか或は少し大である。

(昭和 16 年 7 月 20 日受付)

円弧断面を有つ薄板の振り⁽¹⁾

(昭和 15 年 11 月 23 日 應用力学講演會に於て講演)

正 員 小 野 鑑 正⁽²⁾

摘 要

薄い矩形断面 ($h \times l$) に対する Saint-Venant の振りモーメントの式 $M = \frac{1}{3} G \theta h^3 l$ と同じ式を薄い円弧断面に用ひる事は理論上並に実験上一應調べて置くべきであると考へて扇形断面の振り並に薄い曲面板の振りの両方面より理論上の検討を行つてこれ等の場合より何れも上の式が一次の近似式として導かれる事を述べた。又極軟鋼の円弧板試験片を用ひて行つた振り試験より得た剪断弾性係数 G の値は同じ材料の平板の値よりも僅に大であつて且普通知られてゐる鋼の剪断弾性係数の値より少し小である事を見出した。

1. 緒 言

矩形断面の辺の長さを l, h として比 l/h を非常に大とすれば單位の長さに対する振れ θ を生ずる振りモーメントは Saint-Venant の理論上次の通りである。

$$M = \frac{1}{3} G \theta h^3 l.$$

但し G = 剪断弾性係数。多くの形鋼例へば山形、工形、丁形、Z 形、溝形鋼等に見る様な直線形断面はこれを幾つかの矩形に分けて各部分の振り剛性を細長い矩形断面に対する解によりて計算しその和を求めて全断面の剛性と看做す近似方法が A. Föppl に依りて試みられ⁽³⁾ その後実験に依る補正

が加へられた⁽⁴⁾。今補正係数を η として只今の近似計算式を書けば

$$M = \frac{1}{3} \eta G \theta \sum h^3 l$$

η は普通 1 前後であつて大なるものにありては 1.3 を超える。

上の近似式は形鋼断面に相當する穴を蔽ふ薄膜に圧力を加へてこれを膨らせる時の膜面の形が近似的に個々の矩形に対する膜面の集りと看做せると云ふ考に基づくものであるが斯る直線形の代りに肉の薄い円弧を取りても略、同様の事が考へられる故円弧の長さを l としその厚さを h とすれば矢張り第 1 の式が近似的に用ひられる。これは已に書物に見られる事柄である⁽⁵⁾。上に述べた様に矩形の集りよりなる断面が

(1) Torsion of Thin Plate with Circular Arc-Section.

(2) Akimasa Ono, Member. Tōkyō Imperial University. 東京帝國大学。

(3) Sitzungsberichte der mathematisch-physikalischen Klasse der K. B. Akademie der Wissenschaften zu München, 1917, 5 頁。

(4) 同上, 1921, 295 頁。Vorlesungen über technische Mechanik, V, 4 版, 1922, 169 頁。

(5) 著者材料力学第 3 版 359, 377 頁。S. Timoshenko, Theory of Elasticity, 345 頁。