クランク軸の横振動に対する波動型動吸振器の設計法⁽¹⁾

(昭和 16 年 11 月 9 日 應用力学講演會に於て講演)

正 員 谷 下 市 松⁽²⁾

1. 緒 言

一般にクランク軸の曲げ振動は、その自然振動数が比較的高く従来は余り問題とならなかつた。併し最近は機関の回転数及びシリンダ数が増大し、一方に於て機関が大形化してクランク軸の曲げ振動数が低下した結果として、危険速度が使用速度の範囲内に來ることが間々ある。特に星型航空發動機のクランク軸の場合にはその問題が多い様である。クランク軸の曲げ振動が増大すれば、種々の不都合を生ずるが、中でも軸受部分に無理を生じてその焼付を起し勝ちである。

著者は曩に波動型動吸振器をクランク軸の振り振動に應用することを試みた処が予想外の効果があることが知られたので⁽³⁾、今度はこの動吸振器をクランク軸の曲げ振動に対して應用することを提唱し、その計算法並に設計法に就て卑見を述べたいと思ふ。

第 1 図は星型航空發動機のクランク軸が曲げ振動を行ふとき、その釣合錘が横揺れを行ふ状態を示し、若しこの釣合錘の内

第 1 図

部に液体を封入して波動型動吸振器とすれば、その作用によつて釣合錘の横揺れが抑制され、従てクランク軸の曲げ振動が制止される訳である。

2. 回転容器内液体の軸方向波動の解

釣合錘に設けるべき容器の形状大きさ並に液量等は波動型動吸振器の性能に大なる影響を持つものであるが、次にそれ等の決め方を理論的に考究しよう。

第 2 図に示す如くクランク軸と共に回転する扇形横断面並に矩形軸断面を持つ容器内液体の軸方向波動の自由振動に就て考察するために、円柱座標 r, θ, z をとり、液体の半径方向、回転方向及び軸方向の容器に対する関係速度を夫々 u, v, w とし、且液体の圧力及び密度を p 及び ρ で表はせば、軸方向波動に対する運動の方程式及び連続の方程式は

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= r\omega^2 - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r}, \\ \frac{\partial w}{\partial t} &= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z}, \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{u}{r} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots(2)$$

となる⁽⁴⁾。但し容器は一樣角速度 ω を以て回転するものとし、 t は時間を表はすものとする。又この場合の境界条件は、

$$\left. \begin{aligned} (a) \quad r=r_1 \quad \text{に於て} \quad u &= 0, \\ (b) \quad z=0 \quad \quad \quad w &= 0, \\ (c) \quad z=z_1 \quad \quad \quad w &= 0, \\ (d) \quad \text{自由表面} (r=r_0) \quad \text{に於て} \quad p &= \text{定数} = p_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3)$$

である(第 2 図参照)。茲に z_1 は容器の幅である。

式 (1) 及び (2) の形を簡単にするために次の如く置く。

$$\phi = \frac{p-p_0}{\rho} - \frac{\omega^2(r^2-r_0^2)}{2} \dots\dots\dots(4)$$

この式の右辺の第 2 項は遠心力により液体内部に生ずる圧力

第 2 図

を表はす。故に ϕ は液体の波動に基因する圧力の変動部分に該当する。然るときは式 (1) は

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= -\frac{\partial \phi}{\partial r}, \\ \frac{\partial w}{\partial t} &= -\frac{\partial \phi}{\partial z}, \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(5)$$

この式を解くに當り、 u, w, ϕ に時間の係数 $e^{i\Omega_a t}$ を附加するものとすれば、式 (5) より次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{i}{\Omega_a} \frac{\partial \phi}{\partial r}, \\ w &= \frac{i}{\Omega_a} \frac{\partial \phi}{\partial z}, \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(6)$$

但し Ω_a は液体波動の自由円振動数である。式 (6) を連続の方程式 (2) に代入すれば

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} = 0 \dots\dots\dots(7)$$

(4) 谷下、クランク軸に應用した動吸振器、機械學會論文集、6 卷 24 号 1-59 頁(昭和 15-8) 参照。

(1) Method of Design of Liquid-wave-type Dynamic Vibration Absorber for Lateral Vibration of Crank Shaft.

(2) Ichimatsu TANISHITA, Member, Tōkyō Imperial University. 東京帝國大學。 (3) 機械學會論文集、6 卷 24 号 1-47 頁(昭和 15-8)、同 7 卷 26 号 1-34 頁(昭和 16-2)、同 7 卷 28 号 1-29 頁及び 1-43 頁(昭和 16-8)。

この式を解く便宜上 Φ を r のみの函数 R と z のみの函数 Z との積と考へる。即ち

$$\Phi = R(r) \cdot Z(z) \cdot e^{i\Omega_a t} \quad (8)$$

これを式 (7) に代入すれば

$$\frac{1}{R} \frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{Rr} \frac{dR}{dr} = -\frac{1}{Z} \frac{d^2 Z}{dz^2} = m^2$$

の如くなり、これより

$$\frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dR}{dr} - m^2 R = 0, \quad (9)$$

$$\frac{d^2 Z}{dz^2} + m^2 Z = 0 \quad (10)$$

の 2 箇の微分方程式に分かれる。但し m は任意定数である。式 (9) の解は Modified Bessel function I_0 及び K_0 で表はされる。即ち

$$R = A_1 I_0(mr) + A_2 K_0(mr) \quad (11)$$

但し函数 I_0 及び K_0 の記号は Watson 氏著 Theory of Bessel Function に拠るものとする。又式 (10) の解は

$$Z = B_1 \sin mz + B_2 \cos mz. \quad (12)$$

式 (11) 及び (12) の A_1, A_2, B_1, B_2 は任意定数である。これ等の式を (8) に代入し、且新しい任意定数 C_1, C_2, C_3, C_4 を用ひると

$$\Phi = [\sin mz \{C_1 I_0(mr) + C_2 K_0(mr)\} + \cos mz \{C_3 I_0(mr) + C_4 K_0(mr)\}] e^{i\Omega_a t} \quad (13)$$

函数 I_ν 及び K_ν ($\nu=0, 1, 2, \dots$) に対する関係⁽⁵⁾

$$\left. \begin{aligned} x I_\nu'(x) - \nu I_\nu(x) &= x I_{\nu+1}(x), \\ x K_\nu'(x) - \nu K_\nu(x) &= -x K_{\nu+1}(x) \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

より

$$\frac{dI_0(x)}{dx} = I_1(x), \quad \frac{dK_0(x)}{dx} = -K_1(x)$$

なる関係が得られる。故に式 (13) を (6) に代入すれば

$$u = \frac{mi}{\Omega_a} [\sin mz \{C_1 I_1(mr) - C_2 K_1(mr)\} + \cos mz \{C_3 I_1(mr) - C_4 K_1(mr)\}] e^{i\Omega_a t} \quad (15)$$

$$w = \frac{mi}{\Omega_a} [\cos mz \{C_1 I_0(mr) + C_2 K_0(mr)\} - \sin mz \{C_3 I_0(mr) + C_4 K_0(mr)\}] e^{i\Omega_a t} \quad (16)$$

境界条件 (3) (b) を (16) に用ひると

$$C_1 = C_2 = 0 \quad (17)$$

又 (3) (a) を (15) に用ひると

$$C_3 I_1(mr_1) - C_4 K_1(mr_1) = 0$$

となる。この関係によつて C_3 及び C_4 を新しい任意定数 C によつて次の如く表はすことが出来る。

$$C_3 I_1(mr) = C_4 K_1(mr) = -C \quad (18)$$

(17) を (15), (16) 及び (13) に代入すれば

$$u = \frac{m}{\Omega_a} \cos mz \{C_3 I_1(mr) - C_4 K_1(mr)\} (i \cos \Omega_a t - \sin \Omega_a t),$$

$$w = -\frac{m}{\Omega_a} \sin mz \{C_3 I_0(mr) + C_4 K_0(mr)\} (i \cos \Omega_a t - \sin \Omega_a t),$$

$$\Phi = \cos mz \{C_3 I_0(mr) + C_4 K_0(mr)\} (\cos \Omega_a t + i \sin \Omega_a t).$$

これ等の式の実数部分を取り且式 (18) を代入すれば

$$\left. \begin{aligned} u &= C \frac{m}{\Omega_a} \left\{ \frac{I_1(mr)}{I_1(mr_1)} - \frac{K_1(mr)}{K_1(mr_1)} \right\} \cos mz \sin \Omega_a t, \\ w &= -C \frac{m}{\Omega_a} \left\{ \frac{I_0(mr)}{I_1(mr_1)} + \frac{K_0(mr)}{K_1(mr_1)} \right\} \sin mz \sin \Omega_a t, \\ \Phi &= -C \left\{ \frac{I_0(mr)}{I_1(mr_1)} + \frac{K_0(mr)}{K_1(mr_1)} \right\} \cos mz \cos \Omega_a t, \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

尚 m は式 (3) (c) より

$$mz_1 = n\pi_1 \quad (n=1, 3, 5, \dots) \quad (20)$$

通常は $n=1$ をとつた方が強力な波が得られて都合がよい。

又 (3) (a) より、液体の自由表面に於ては $p=p_0$ である。第 2 図に示す如く、液体の平均表面よりの半径変位を ξ で表はし且その大きさを微小とすれば、自由表面における Φ の値 Φ_0 は式 (4) より次の如くなる。

$$\Phi_0 = -\frac{\omega^2}{2} \{(r_0 + \xi)^2 - r_0^2\} = -r_0 \omega^2 \xi$$

従て

$$\Phi_0 + r_0 \omega^2 \xi = 0 \quad (21)$$

然るに表面における半径速度 u_0 は

$$u_0 = \frac{D\xi}{Dt} = \frac{\partial \xi}{\partial t}$$

なる故、前式は

$$\frac{\partial \Phi_0}{\partial t} + r_0 \omega^2 u_0 = 0 \quad (22)$$

この式に (19) を代入すれば

$$C \Omega_a \left\{ \frac{I_0(mr_0)}{I_1(mr_1)} + \frac{K_0(mr_0)}{K_1(mr_1)} \right\} \cos mz \sin \Omega_a t + C \frac{\omega^2 m r_0}{\Omega_a} \left\{ \frac{I_1(mr_0)}{I_1(mr_1)} - \frac{K_1(mr_0)}{K_1(mr_1)} \right\} \cos mz \sin \Omega_a t = 0$$

この式を満足する Ω_a の値はクランク軸を一樣角速度で回転したときの自然円振動数即ち波動型動吸振器単独の自然円振動数である。それを求めれば

$$\Omega_a^2 = \omega^2 m r_0 \frac{\frac{K_1(mr_0)}{K_1(mr_1)} - \frac{I_1(mr_0)}{I_1(mr_1)}}{\frac{K_0(mr_0)}{K_1(mr_1)} + \frac{I_0(mr_0)}{I_1(mr_1)}} \quad (23)$$

以上により液体の軸方向波動の問題が完全に解けた訳であり、その運動は式 (19), (20), 及び (23) により與へられる。これに反して、振り振動に対する波動型動吸振器内の回転方向波動の問題は完全な解が得られず近似解を以て満足せざるを得なかつたのである⁽⁶⁾。今の場合に完全解が得られたことは、この動吸振器の應用に対して極めて好都合である。と云ふ訳は、かかる容器内液体波動の自然振動数の実際の値は極めてよく計算結果と一致することが知られてゐるからであ

(5) Watson; Theory of Bessel Functions, 79 頁 (1922).

(6) 谷下、クランク軸に應用した動吸振器 (第 1 報)、機械学会論文集、6 巻 24 号 1-58 頁 (昭 15-8) 参照。

る⁽⁷⁾。この理由は、計算に取入れてない只一つの因子は液体の粘性の影響であるが、波動の振幅が微小なときには波動の振動数に及ぶ粘性の影響は極めて微弱なためである。

尚第2図に示す如く $z=0$ 或は $z=z_1$ における ξ の最大値 (即ち振幅) を ξ_0 とすれば、式 (21) 及び (19) より

$$\begin{aligned}\xi_0 &= -\frac{1}{r_0\omega^2}(\Phi_0)_{z=0} \\ &= \frac{C}{r_0\omega^2} \left\{ \frac{I_0(mr_0)}{I_1(mr_1)} + \frac{K_0(mr_0)}{K_1(mr_1)} \right\} \dots\dots\dots(24)\end{aligned}$$

この式により任意定数 C と振幅 ξ_0 との関係が定まる。

最後に、液体の波動により器壁に及ぶ液圧の合力 F_0 を求めて置かう。即ち回轉中心より距離 r の所における器壁の微小面積 ($r d\theta dr$) に作用する液圧力の合力は ($p_{z=z_1} - p_{z=0}$) $r d\theta dr$ に等しく、これを r 及び θ に関して積分すれば合力 F_0 が得られるから、式 (4)、(19) 及び (20) を用ひて

$$\begin{aligned}F_0 &= \int_{\theta=0}^{\theta_1} \int_{r=r_0}^{r=r_1} (p_{z=z_1} - p_{z=0}) r d\theta dr \\ &= \rho \int_0^{\theta_1} d\theta \int_{r_0}^{r_1} (\Phi_{z=z_1} - \Phi_{z=0}) r dr \\ &= 2C\rho \cos \Omega_a t \int_0^{\theta_1} d\theta \int_{r_0}^{r_1} \left\{ \frac{I_0(mr)}{I_1(mr_1)} + \frac{K_0(mr)}{K_1(mr_1)} \right\} r dr \\ &= \frac{2C\rho\theta_1 \cos \Omega_a t}{m^2} \int_{mr_0}^{mr_1} \left\{ \frac{I_0(x)}{I_1(mr_1)} + \frac{K_0(x)}{K_1(mr_1)} \right\} x dx.\end{aligned}$$

但し $x=mr$ である。然るに $I_\nu(x)$ 及び $K_\nu(x)$ に関して次の関係⁽⁸⁾

$$\begin{aligned}\left(\frac{d}{x dx}\right)^\mu \{x^\nu I_\nu(x)\} &= x^{\nu-\mu} I_{\nu-\mu}(x), \\ \left(\frac{d}{x dx}\right)^\mu \{x^\nu K_\nu(x)\} &= (-)^\mu x^{\nu-\mu} K_{\nu-\mu}(x)\end{aligned}$$

があるから、これ等の式に於て $\nu=\mu=1$ と置けば

$$\begin{aligned}\int x I_0(x) dx &= x I_1(x), \\ \int x K_0(x) dx &= -x K_1(x)\end{aligned}$$

となる。故にこれ等の関係を前の F_0 式に代入すれば

$$\begin{aligned}F_0 &= \frac{2C\rho\theta_1 \cos \Omega_a t}{m^2} \left\{ \frac{mr_1 I_1(mr_1) - mr_0 I_1(mr_0)}{I_1(mr_1)} \right. \\ &\quad \left. - \frac{mr_1 K_1(mr_1) - mr_0 K_1(mr_0)}{K_1(mr_1)} \right\} \\ &= \frac{2C\rho\theta_1 r_0}{m} \left\{ \frac{K_1(mr_0)}{K_1(mr_1)} - \frac{I_1(mr_0)}{I_1(mr_1)} \right\} \cos \Omega_a t.\end{aligned}$$

これに式 (24) を代入すれば

$$\begin{aligned}F_0 &= \frac{2r_0^2 \xi_0 \theta_1 \rho \omega^2}{m} \left\{ \frac{K_1(mr_0)}{K_1(mr_1)} - \frac{I_1(mr_0)}{I_1(mr_1)} \right\} \cos \Omega_a t \\ &= \frac{2r_0 \xi_0 \theta_1 \rho \omega^2}{m^2} \cos \Omega_a t.\end{aligned} \dots\dots(25)$$

この式は F_0 と ξ_0 との関係とを與へる。

3. 計算結果の線図化

動吸振器の性能を決定する最も重要な因子はその液体波動の自然円振動数 Ω_a の値である。それを與へる式 (23) には函数 I_0, K_0, I_1, K_1 が含まれてゐて計算に基だ不便であるので、このまゝでは殆ど実用性がない。それで著者は前記 Watson 氏著書の巻末に掲げてある函数 $I_0(x), K_0(x), I_1(x), K_1(x)$ の $x=16$ 迄の数表と、 $x=16$ より $x=56$ 迄の x の値に対するこれ等函数の値をその漸近展開級数⁽⁹⁾

$$\begin{aligned}e^{-x} I_0(x) &= \left(\frac{1}{2\pi x}\right)^{\frac{1}{2}} \left\{ 1 + \frac{1^2}{1!8x} + \frac{1^2 \cdot 3^2}{2!(8x)^2} + \frac{1^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2}{3!(8x)^3} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2}{4!(8x)^4} + \dots \right\} \\ e^x K_0(x) &= \left(-\frac{\pi}{2x}\right)^{\frac{1}{2}} \left\{ 1 - \frac{1^2}{1!8x} + \frac{1^2 \cdot 3^2}{2!(8x)^2} - \frac{1^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2}{3!(8x)^3} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1^2 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 7^2}{4!(8x)^4} - \dots \right\} \\ e^{-x} I_1(x) &= \left(\frac{1}{2\pi x}\right)^{\frac{1}{2}} \left\{ 1 - \frac{3}{1!8x} - \frac{3 \cdot 5}{2!(8x)^2} - \frac{3 \cdot 5 \cdot 21}{3!(8x)^3} \right. \\ &\quad \left. - \frac{3 \cdot 5 \cdot 21 \cdot 45}{4!(8x)^4} - \dots \right\} \\ e^x K_1(x) &= \left(-\frac{\pi}{2x}\right)^{\frac{1}{2}} \left\{ 1 + \frac{3}{1!8x} - \frac{3 \cdot 5}{2!(8x)^2} + \frac{3 \cdot 5 \cdot 21}{3!(8x)^3} \right. \\ &\quad \left. - \frac{3 \cdot 5 \cdot 21 \cdot 45}{4!(8x)^4} + \dots \right\}\end{aligned}$$

を用ひて計算した値とを式 (23) に代入して、種々な mr_0 及び mr_1 の値に対する Ω_a/ω の値を計算した。その結果は第1表に示してある。第3図及び第4図はそれを線図に画い

第 1 表

$mr_0=1$									
mr_1	1.2	1.5	2	2.5	3	3.5	4	5	6
Ω_a/ω	0.466	0.754	1.019	1.131	1.170	1.187	1.193	1.195	1.196
$mr_0=2$									
mr_1	2.2	2.5	3	3.5	4	4.5	5	6	7
Ω_a/ω	0.644	1.014	1.341	1.493	1.540	1.555	1.562	1.565	1.568
$mr_0=3$									
mr_1	3.2	3.5	4	4.5	5	6	7	8	9
Ω_a/ω	0.782	1.220	1.603	1.763	1.824	1.857	1.862	1.863	1.863
$mr_0=4$									
mr_1	4.5	4.2	5	5.5	6	7	8	9	10
Ω_a/ω	0.899	1.396	1.824	2.004	2.073	2.109	2.114	2.114	2.114
$mr_0=5$									
mr_1	5.2	5.5	6	6.5	7	8	9	10	11
Ω_a/ω	1.004	1.555	2.020	2.218	2.295	2.335	2.341	2.341	2.341

(7) 谷下、クランク軸に應用した動吸振器 (第4報)、機械学会論文集、7巻28号1-43頁 (昭16-8) 参照。

(8) Watson; Theory of Bessel Functions, 79頁 (1922)。

(9) Watson: Theory of Bessel Function, 202頁 (1922)。

$mr_0=6$

mr_1	6.2	6.5	7	7.5	8	9	10	11	12	13
Ω_a/ω	1.095	1.697	2.204	2.414	2.498	2.539	2.540	2.545	2.546	2.546

 $mr_0=7$

mr_1	7.2	7.5	8	8.5	9	10	11	12	13	14
Ω_a/ω	1.183	1.827	2.371	2.596	2.683	2.729	2.734	2.735	2.735	2.735

 $mr_0=8$

mr_1	8.2	8.5	9	9.5	10	11	12	13	14	15
Ω_a/ω	1.264	1.949	2.526	2.764	2.858	2.905	2.912	2.914	2.914	2.914

 $mr_0=9$

mr_1	9.2	9.5	10	10.5	11	11.5	12	13	14	15
Ω_a/ω	1.340	2.065	2.672	2.924	3.020	3.059	3.072	3.079	3.081	3.081

 $mr_0=10$

mr_1	10.2	10.5	11	11.5	12	13	14	15	16
Ω_a/ω	1.412	2.174	2.811	3.075	3.178	3.229	3.237	3.239	3.239

 $mr_0=11$

mr_1	11.2	11.5	12	12.5	13	14	15	16
Ω_a/ω	1.489	2.278	2.951	3.219	3.326	3.381	3.388	3.389

 $mr_0=12$

mr_1	12.2	12.5	13	13.5	14	15	16
Ω_a/ω	1.545	2.377	3.069	3.357	3.468	3.526	3.527

 $mr_0=13$

mr_1	13.2	13.5	14	14.5	15	16	17	18
Ω_a/ω	1.608	2.472	3.192	3.489	3.604	3.663	3.672	3.673

 $mr_0=14$

mr_1	14.5	15	16	17	18	19	20
Ω_a/ω	2.564	3.309	3.736	3.797	3.805	3.807	3.807

 $mr_0=16$

mr_1	16.5	17	18	19	20	21	22
Ω_a/ω	2.738	3.531	3.985	4.051	4.060	4.061	4.061

 $mr_0=18$

mr_1	18.5	19	20	21	22	23	24
Ω_a/ω	2.903	3.742	4.220	4.290	4.299	4.300	4.300

 $mr_0=20$

mr_1	20.5	21	22	23	24	25	26
Ω_a/ω	3.058	3.940	4.443	4.516	4.525	4.527	4.527

 $mr_0=22$

mr_1	22.5	23	24	25	26	27	28
Ω_a/ω	3.205	4.129	4.655	4.731	4.741	4.742	4.742

 $mr_0=24$

mr_1	24.5	25	26	27	28	29	30
Ω_a/ω	3.346	4.309	4.858	4.937	4.948	4.949	4.949

 $mr_0=26$

mr_1	26.5	27	28	29	30	31	32
Ω_a/ω	3.482	4.491	5.053	5.134	5.146	5.147	5.148

 $mr_0=28$

mr_1	28.5	29	30	31	32	33	34
Ω_a/ω	3.612	4.649	5.246	5.324	5.336	5.338	5.339

 $mr_0=30$

mr_1	30.5	31	32	33	34	35	36
Ω_a/ω	3.738	4.810	5.420	5.508	5.521	5.522	5.523

 $mr_0=32$

mr_1	32.5	33	34	35	36	37	38
Ω_a/ω	3.859	4.966	5.596	5.686	5.698	5.700	5.701

 $mr_0=34$

mr_1	34.5	35	36	37	38	39	40
Ω_a/ω	3.977	5.117	5.765	5.858	5.871	5.873	5.874

 $mr_0=36$

mr_1	36.5	37	38	39	40	41	42
Ω_a/ω	4.091	5.262	5.930	6.026	6.039	6.041	6.042

 $mr_0=38$

mr_1	38.5	39	40	41	42	43	44
Ω_a/ω	4.203	5.406	6.091	6.189	6.202	6.204	6.205

 $mr_0=40$

mr_1	40.5	41	42	43	44	45	46
Ω_a/ω	4.312	5.545	6.247	6.348	6.362	6.363	6.364

 $mr_0=42$

mr_1	42.5	43	44	45	46	46	48
Ω_a/ω	4.418	5.681	6.399	6.502	6.517	6.518	6.519

 $mr_0=44$

mr_1	44.5	45	46	47	48	49	50
Ω_a/ω	4.521	5.814	6.548	6.654	6.669	6.670	6.671

$mr_0 = 46$

mr_1	46.5	47	48	49	50	51	52
Ω_a/ω	4.623	5.943	6.694	6.802	6.817	6.818	6.819

 $mr_0 = 48$

mr_1	48.5	49	50	51	52	53	54
Ω_a/ω	4.721	6.070	6.837	6.947	6.961	6.963	6.964

 $mr_0 = 50$

mr_1	50.5	51	52	53	54	55	56
Ω_a/ω	4.818	6.194	6.976	7.089	7.104	7.106	7.106

たもので、第3図は mr_0 の一定の値に対する mr_1 と Ω_a/ω の関係を示し、第4図の実線は mr_0 の一定の値に対する比 r_0/r_1 と Ω_a/ω との関係を示し、又同図破線は液体の深さ即ち $m(r_1 - r_0)$ の値を一定としたときの r_0/r_1 と Ω_a/ω との関係を示す。これ等の線図より r_0 を一定に保つて r_1 の値を増すときはクランク軸の1回転に対する自然振動数 Ω_a/ω の値は最初は急速に増加し、後に次第に増加の割合が減少して遂に一定の値 Ω_{ao}/ω となり、それ以上は如何に r_1 の値を増し

する際には吸収すべき攪乱力の Ω_a/ω の値が先づ與へられるわけである。

設計の順序としては、液体を入れるべき釣合錘の大きさから先づ容器の幅 Z_1 を適當に定める。然るときは式 (20) から m の値が決定する。次に同じく釣合錘の大きさから r_1 の値を定めれば第3図或は第4図により r_0 の値が定まる。尙今迄は液体の種類に就ては何等言及しなかつたが、液体容器を釣合錘の如き小形の物体とする時は少量で効果を發揮する必要上水銀の如き比重の大なる液体がよく、又クランク軸に大なる液体容器を取附けるだけの場所がある場合には水或は油を用ひてもよい。何れの場合に於ても液体の量をなるべく少くして所期の効果を挙げる事が望ましいから、前記の如く

第 3 図

にして決定した Ω_a/ω と mr_1 との関係を示す点が mr_0 が一定の曲線の水平部分にあるよりも寧ろ同曲線の彎曲部に掛る位がよいと思ふ。又さうなる様に r_1 を定めればよい。最後に容器の扇形角度 θ_1 は、容器の大きさ並に波動に基づく液圧の合力 F_0 の式 (25) をも考慮して、適當に定めればよい。

5. 結 言

波動型動吸振器を用ひてクランク軸の横振動を抑制することを提唱し、回転容器内液体の軸方向波動の問題を数学的に解いて

1. 液体の運動を表はす式 (19) 及び (20),
2. 波動の自然円振動数の式 (23),
3. 波動により器壁に及ぶ液圧の合力の式 (25)

を求め、更に波動の自然円振動数を計算して第1表及び第3図、第4図を作り、最後にこれ等を用ひて動吸振器を設計する方法を述べた。

4. 動吸振器の設計法

第1図に示すが如きクランク軸系の強制振動を動吸振器に依て吸収するには、動吸振器の自然振動数を振動の原因となる攪乱力の振動数に等しくすればよい。換言すれば Ω_a/Ω の値を攪乱力の次数に等しくすればよい。故に動吸振器を設計

第 4 図

第 5 図

(昭和 16 年 11 月 26 日受付)