蒸汽タービンの段落効率の理論的研究⁽¹⁾

(昭和 17 年 2 月 14 日 京都地方講演會に於て講演)

正 員 菅 原 菅 雄⁽²⁾ 正 員 中 村 行 三⁽³⁾

摘 要

本論文は蒸汽タービンの段落効率とこれに影響する諸因子即ちノズル及び羽根における諸損失、速度比、反動度、ノズル及び羽根の形状、流出エネルギーの利用効率等との関係を従来より更に詳細に且系統的に論究するを目的としたものである。蒸汽タービンの凡ての型式に適用し得る段落効率の一般式を理論的に誘導し、各型式をその特別の場合として取扱つた。数値計算の結果は次の機会に譲り、今回は先づ本研究の理論的取扱の部分のみを報告する。

[I] 緒 言

段落効率は蒸汽タービン設計の基礎になるもので極めて重要な事項であるから、精粗の差こそあれ何れの「蒸汽タービン」の書籍にも論述されてゐる。併し乍らこれに影響する因子が多いために未だ充分に論じ盡されてゐるとは云ひ難い。段落効率に影響する因子としては、ノズルにおける損失、羽根入口及び通路中の諸損失、流出損失等の外に速度比、反動度、ノズル及び羽根の形状、流出エネルギーの利用効率等を挙げることが出来る。本論文はこれら諸因子の影響を従来より詳細に且系統的に論究するを目的としたもので、著者は先づ複回轉、單回轉の軸流、輻流、衝動、反動何れの型式にも適用し得る一般式を理論的に誘導し、各型式をその特別の場合として取扱つた。又單回轉タービンの場合には便宜上更に別に誘導した理論式をも併用した。

[II] 段落効率の一般式

互に反対方向に異なる角速度 ω' , ω を以て回轉する動羽根よりなる多段落輻流タービンに於て、任意の 1 組の動羽根 I , II をとつてこれを 1 段落を考へる。第 1 図はこれを示す。動羽根 I , II の内半径及び外半径は夫々 r_1' , r_2' 及び r_1 , r_2 である。回轉角速度は夫々 ω' , ω であつて、回轉方向は矢印を以て示した。動羽根 I , II における速度線図を第 2 図に示す。絶対速度を w , 相対速度を u とし、これが切線方向となす角を夫々 α , β とし、又周速度を c と表はす。入口におけるもの、出口におけるものは何れも $1, 2$ を附し、又動羽根 I に対しては凡てダッシュをつけて區別した。

今前段落の流出絶対速度を w_0 とすると、多段落タービンではこの w_0 は通常 w_2 に等しい。この速度の ε_1 倍がこの段落で利用されるとすると、動羽根 I の流入絶対速度 w_1' は

$$w_1' = \varepsilon_1 w_0 = \varepsilon_1 w_2$$

である。速度線図が第 2 図で示されると、單位重量の蒸汽

が羽根 I になす仕事を W_o' とすれば

$$AW_o' = \frac{A}{g} (c_1' w_1' \cos \alpha_1' + c_2' w_2' \cos \alpha_2') \dots\dots\dots (1)$$

便宜上動羽根 I の流出絶対速度 w_2' , 流入絶対速度 w_1' の周方向の分速度の比を κ_o' と置けば

第 1 図

第 2 図

$$\frac{w_2' \cos \alpha_2'}{w_1' \cos \alpha_1'} = \frac{u_2' \cos \beta_2' - c_2'}{w_1' \cos \alpha_1'} = \kappa_o' \dots\dots\dots (2)$$

$$\therefore w_2' \cos \alpha_2' = \kappa_o' \cdot w_1' \cos \alpha_1'$$

従て式 (1) は

$$\begin{aligned} AW_o' &= \frac{A}{g} w_1' \cos \alpha_1' (c_1' + \kappa_o' c_2') \\ &= \frac{A w_1'^2}{g} \cos \alpha_1' \left(\frac{c_1'}{w_1'} + \kappa_o' \frac{c_2'}{w_1'} \right) \dots\dots\dots (1)' \end{aligned}$$

こゝに於て

[昭和 17 年 2 月

(1) Theoretical Researches on the Stage Efficiency of Steam Turbines. (2) Sugao SUGAWARA, Member. The Kyōto Imperial University. 京都帝國大学. (3) Kozo NAKAMURA, Member. The Naval Engineering College. 海軍機関学校.

$$\frac{c_1'}{w_1'} = \xi', \quad \frac{c_2'}{c_1'} = \frac{r_2' \omega'}{r_1' \omega'} = \frac{r_2'}{r_1'} = k' \dots\dots\dots (3)$$

とすれば

$$\frac{c_2'}{w_1'} = \frac{c_2'}{c_1'} \frac{c_1'}{w_1'} = k' \xi' \dots\dots\dots (3)'$$

$$\therefore AW_o' = \frac{Aw_1'^2}{g} \xi' \cos \alpha_1' (1 + k' \kappa_o') \dots\dots\dots (1)''$$

次に動羽根 I における断熱々落差を H_1 とすれば

$$\begin{aligned} H_1 &= \frac{A}{2g} \left\{ \left(\frac{u_2'}{\varphi'} \right)^2 - u_1'^2 - (c_2'^2 - c_1'^2) \right\} \\ &= \frac{A}{2g} \{ (1 + \xi') u_2'^2 - u_1'^2 - (c_2'^2 - c_1'^2) \} \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

但し φ' , ξ' は動羽根 I における速度係数および損失係数である。

動羽根 I における断熱々落差 H_1 は式 (4) に示す如く、動羽根の入口、出口における相対速度のみならず周速度にも関係する。この点は軸流タービンの場合と異なつてゐる。これは動羽根中の蒸気の流動状態が相違するからであつて、この点に関して次に力学的考察を行ふことにする。

軸流タービンにおける蒸気の流動に対するエネルギー式は Stodola によつて示され、これに関連した基礎的事項に就て簡単に言及されてゐる⁽⁴⁾。著者もこの点に関して力学的に取扱つてみた。第3図に於て O , O' を夫々静止座標系及び回転座標系の原点、 P を任意の質点とする。 r , r' , r_1 を図の如き位置ベクトルとし、 ω' を回転座標の回転角速度とする。然るときは P 点の加速度 a は系加速度 a_o 、相対加速度 a_r 及び Coriolis の加速度 a_c の和である⁽⁵⁾。即ち

$$a = a_o + a_r + a_c \dots\dots\dots (5)$$

但し

$$\left. \begin{aligned} a_o &= \frac{d^2 r_1}{dt^2} + \left[\frac{d\omega'}{dt} r' \right] + \omega' (\omega' r') - r' \omega'^2 \\ a_r &= \frac{d^2 r'}{dt^2} \\ a_c &= 2 \left[\omega' \frac{dr'}{dt} \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

上式の t は時間であつて、時間に対する微分の中で回転座標系に関するものは d を用ひて、例へば dr'/dt の如く表はして $d^2 r_1/dt^2$ 等と區別した。

さてタービンの動羽根中における蒸気の流動に式 (5) の関係を適用する。 P なる質点としてはこの位置に蒸気の微小部分を考へ、静止座標系の原点 O を羽根車の中心にとり、從て回転座標系の原点 O' は O と一致する。回転座標系 (今の場合は羽根車) が z 軸 (タービン軸) の周りに一定の角速度を以て回転してゐる場合を考へる。然るときは

$$r_1 = 0, \quad r' = r, \quad \omega' = \text{一定} \dots\dots\dots (7)$$

であるから式 (5) の各項は次のやうに計算出来る (第4図参照)。

(i) a_o これは運動座標系と共に運動してゐる質点の加速度であつて、式 (6) に式 (7) の関係を置けば a_o の式の右辺の第1項及び第2項は零となるから

$$a_o = \omega' (\omega' r') - r' \omega'^2 = \omega' (\omega' r) - r \omega'^2$$

W , R を夫々 ω' 及び r 方向の単位ベクトルとし、又 r の絶対値を r_R とすれば

$$\begin{aligned} a_o &= r_R \omega'^2 \cos(\omega' \hat{r}) \cdot W - r_R \omega'^2 \cos(\omega' \hat{\omega'}) \cdot R \\ &= r_R \omega'^2 \cos 90^\circ \cdot W - r_R \omega'^2 \cos 0^\circ \cdot R \\ &= -r_R \omega'^2 \cdot R \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

第4図

(ii) a_r これは運動座標系に関する質点の加速度であつて、 s を羽根中における蒸気の流線上の或長さ、 v を流線上の任意の点の速度、 r をその点における流線の曲率半径とする。又 t , R_r を夫々流線上の任意の点における切線方向の単位ベクトル及び流線のその点における曲率半径方向の単位ベクトルとすれば

$$a_r = \frac{d^2 r'}{dt^2} = \frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{d^2 s}{dt^2} t + \frac{v^2}{r} R_r \dots\dots\dots (9)$$

(iii) a_c 式 (6) より

$$\begin{aligned} |a_c| &= 2 \left| \left[\omega' \frac{dr'}{dt} \right] \right| = 2 \left| \left[\omega' \frac{dr}{dt} \right] \right| = 2 |[\omega' v]| \\ &= 2 \omega' v \sin(\omega' \hat{v}) = 2 \omega' v \sin 90^\circ \\ &= 2 \omega' v \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

P 点における蒸気の微小質量を dm とすれば式 (8) は $dm \cdot r_R \omega'^2$ なる力即ち自身の質量による遠心力が羽根車の外周に向つて半径方向に蒸気に働くことを示してゐる。式 (9) の相対加速度による力は、 $dm \cdot d^2 s/dt^2$ と $dm \cdot v^2/r$ とよりなつてゐる。前者は蒸気が羽根に沿つて流動するとき作用する力であつて、この力が流線に常に切線方向に作用し、これが今考へてゐるタービンの場合で云へば蒸気の膨脹による加速度に相當する力で、これは逆に云へば蒸気の呈する反動による有効回轉力を生ずる力となるものである。後者は蒸気が羽根に沿つて流動する際に働く求心力であつて、羽根の曲率中心に向ふのである。換言すればこのために羽根凹面に蒸気を圧迫する作用を呈するものである。次に式 (10) の Coriolis の加速度による力は $2 dm \cdot \omega' v$ なる大きさを有し、速度 v を含み ω' の方向從て z 軸 (タービン軸) に平行な平面に垂直に作用する力であつて、その向きは羽根凹面に向ふ。これは上述の a_r の第2項と同様の作用をする。蒸気の圧

(4) Stodola, Dampf- und Gasturbinen, (1924), 250.

(5) 玉城嘉十郎、質点及剛体の力学、37頁。

縮を無視すれば、圧縮方向従て羽根の曲率半径の方向の動きは零であるから、上述の相対加速度の成分による $dm \frac{v^2}{r}$ 及び Coriolis の加速度による力 $2 dm \cdot \omega'v$ による仕事は零である。何となれば相対加速度に基づく仕事は羽根を静止と考へて、この羽根に対して蒸汽のなす仕事だからである。故に仕事に關係する加速度の項のみをとれば

$$a = \frac{d^2s}{dt^2} \cdot t_1 - rR\omega'^2 \cdot R \quad (11)$$

となる。上式は或は

$$dm \cdot a = dm \frac{d^2s}{dt^2} \cdot t_1 - dm \cdot rR\omega'^2 \cdot R \quad (11)'$$

式 (11)' の右辺の各項の力が羽根流動中になす仕事は夫々

$$\int_0^{s_0} dm \frac{d^2s}{dt^2} ds \quad \text{及び} \quad \int_{r_1}^{r_2} dm \cdot rR\omega'^2 dr$$

である。但し s_0 は流線の全長である、単位重量の蒸汽に就て云へば

$$\frac{1}{g} \int_0^{s_0} \frac{d^2s}{dt^2} ds \quad \text{及び} \quad \frac{1}{g} \int_{r_1}^{r_2} rR\omega'^2 dr$$

となる。而して前者は動羽根の入口及び出口における相対速度を使つて表はせば、羽根中における運動エネルギーの増加を示す量の

$$\frac{A}{2g} \left\{ \left(\frac{u_2'}{\varphi'} \right)^2 - u_1'^2 \right\}$$

に等しい筈である。又後者は前述の様に系加速度によるものであつて、換言すれば蒸汽が運動座標系と共に運動すると考へる時の力による仕事である。而も蒸汽が半径方向に移動することによつて生ずるものであるから、タービンの回轉力に無關係なものであつて、この仕事は蒸汽自身に著へられる。而して

$$\begin{aligned} \frac{1}{g} \int_{r_1}^{r_2} rR\omega'^2 dr &= \frac{1}{2g} (r_2'^2 \omega'^2 - r_1'^2 \omega'^2) \\ &= \frac{1}{2g} (c_2'^2 - c_1'^2) \end{aligned}$$

但し c_1' , c_2' はそれぞれ羽根の入口及び出口における周速度である。

蒸汽が羽根になす仕事 $1/g \int_0^{s_0} d^2s/dt^2 ds$ 即ち $\{(u_2'/\varphi')^2 - u_1'^2\}/(2g)$ を正とすれば、蒸汽自身に著へるエネルギー $1/g \int_{r_1}^{r_2} rR\omega'^2 dr$, 即ち $(c_2'^2 - c_1'^2)/(2g)$ は負である。この両作用を生じさせる原因は羽根中における熱落差 H_1 でなければならぬ。故にエネルギー不滅の原理より

$$H_1 = \frac{A}{2g} \left\{ \left(\frac{u_2'}{\varphi'} \right)^2 - u_1'^2 \right\} - \frac{A}{2g} (c_2'^2 - c_1'^2) \quad (4)'$$

これは (4) 式である。以上の考察によつて動羽根中の蒸汽の作動状態を明らかにし、且動羽根における断熱々落差、相対速度、周速度との間の關係式 (4) を証明することが出来た。

さて以上は動羽根 I に対する關係であるが、動羽根 II に就ても全く同様である。即ち

$$AW_c = \frac{A}{g} (c_1 w_1 \cos \alpha_1 + c_2 w_2 \cos \alpha_2)$$

$$= \frac{A w_1^2}{g} \xi \cos \alpha_1 (1 + k \kappa_c) \quad (12)$$

但し

$$\xi = \frac{c_1}{w_1}, \quad k = \frac{c_2}{c_1} = \frac{r_2 \omega}{r_1 \omega} = \frac{r_2}{r_1}, \quad k \xi = \frac{c_2}{w_1} \quad (13)$$

$$\kappa_c = \frac{w_2 \cos \alpha_2}{w_1 \cos \alpha_1} = \frac{u_2 \cos \beta_2 - c_2}{w_1 \cos \alpha_1} \quad (14)$$

又動羽根 II における断熱々落差 H_2 は式 (4) と同様に

$$\begin{aligned} H_2 &= \frac{A}{2g} \left\{ \left(\frac{u_2}{\varphi} \right)^2 - u_1^2 - (c_2^2 - c_1^2) \right\} \\ &= \frac{A}{2g} \left\{ (1 + \zeta) u_2^2 - u_1^2 - (c_2^2 - c_1^2) \right\} \quad (15) \end{aligned}$$

但し φ , ζ は動羽根 II における速度係数および損失係数である。

動羽根 I, II よりなるこの段落に於て利用されるべきエネルギー H_t は、この段落では前段落の流出速度 w_0 の ϵ_1 倍が利用され、この段落よりの流出速度 w_2 の ϵ_2 倍が次の段落で回收されるものとすれば

$$\begin{aligned} H_t &= H_1 + H_2 + \frac{A}{2g} (\epsilon_1 w_0)^2 - \frac{A}{2g} (\epsilon_2 w_2)^2 \\ &= \frac{A}{2g} \left[\{(1 + \zeta') u_2'^2 - u_1'^2 - (c_2'^2 - c_1'^2)\} + \{(1 + \zeta) u_2^2 - u_1^2 - (c_2^2 - c_1^2)\} + (\epsilon_1 w_0)^2 - (\epsilon_2 w_2)^2 \right] \quad (16) \end{aligned}$$

然るに速度線図に於て次の關係がある。

$$\begin{aligned} u_1'^2 &= w_1'^2 + c_1'^2 - 2c_1'w_1' \cos \alpha_1', \\ w_2'^2 &= u_2'^2 + c_2'^2 - 2c_2'u_2' \cos \beta_2', \\ u_1^2 &= w_1^2 + c_1^2 - 2c_1w_1 \cos \alpha_1, \\ w_2^2 &= u_2^2 + c_2^2 - 2c_2u_2 \cos \beta_2 \end{aligned}$$

又前段落よりの流出速度 w_0 とこの段落よりの流出速度 w_2 との比を f とする。即ち

$$\frac{w_0}{w_2} = f, \quad w_0 = f w_2 \quad (17)$$

これらの關係を式 (16) に代入して整頓すれば

$$\begin{aligned} H_t &= \frac{A w_1'^2}{2g} \left\{ (1 + \zeta') \left(\frac{u_2'}{w_1'} \right)^2 + 2 \frac{c_1'}{w_1'} \cos \alpha_1' - \left(\frac{c_2'}{w_1'} \right)^2 - 1 \right\} \\ &\quad + \frac{A w_1^2}{2g} \left\{ (1 + \zeta + \epsilon_1 f^2 - \epsilon_2^2) \left(\frac{u_2}{w_1} \right)^2 + 2 \frac{c_1}{w_1} \cos \alpha_1 \right. \\ &\quad \left. - (1 - \epsilon_1 f^2 + \epsilon_2^2) \left(\frac{c_2}{w_1} \right)^2 - 2 (\epsilon_1 f^2 - \epsilon_2^2) \frac{c_2}{w_1} \frac{u_2 \cos \beta_2}{w_1} - 1 \right\} \quad (16)' \end{aligned}$$

然るに

$$\frac{w_2' \sin \alpha_2'}{w_1' \sin \alpha_1'} = \frac{u_2' \sin \beta_2'}{w_1' \sin \alpha_1'} = \kappa_s' \quad (18)$$

と置けば

$$u_2' \sin \beta_2' = \kappa_s' \cdot w_1' \sin \alpha_1'$$

又式 (2) より

$$\begin{aligned} u_2'^2 \cos \beta_2' &= c_2'^2 + \kappa_c' w_1' \cos \alpha_1' \\ \therefore u_2'^2 &= (u_2' \sin \beta_2')^2 + (u_2' \cos \beta_2')^2 \\ &= (\kappa_s' w_1' \sin \alpha_1')^2 + (c_2' + \kappa_c' w_1' \cos \alpha_1')^2 \end{aligned}$$

[昭和 17 年 2 月]

$$=c_2'^2+2\kappa_o'c_2'w_1'\cos\alpha_1'+B'w_1'^2 \quad \dots\dots\dots(19)$$

但し

$$B'=(\kappa_s'\sin\alpha_1')^2+(\kappa_o'\cos\alpha_1')^2 \quad \dots\dots\dots(20)$$

とする。式 (19) より

$$\begin{aligned} \left(\frac{u_2'}{w_1'}\right)^2 &= \left(\frac{c_2'}{w_1'}\right)^2 + 2\kappa_o'\frac{c_2'}{w_1'}\cos\alpha_1' + B' \\ &= (k'\xi')^2 + 2\kappa_o'k'\xi'\cos\alpha_1' + B' \quad \dots\dots\dots(21) \end{aligned}$$

同様に

$$\frac{w_2\sin\alpha_2}{w_1\sin\alpha_1} = \frac{u_2\sin\beta_2}{w_1\sin\alpha_1} = \kappa_s \quad \dots\dots\dots(22)$$

とすれば

$$\left(\frac{u_2}{w_1}\right)^2 = k^2\xi^2 + 2\kappa_o k\xi\cos\alpha_1 + B \quad \dots\dots\dots(23)$$

但し

$$B=(\kappa_s\sin\alpha_1)^2+(\kappa_o\cos\alpha_1)^2 \quad \dots\dots\dots(24)$$

又式 (14) より

$$\begin{aligned} u_2\cos\beta_2 &= c_2 + \kappa_o w_1\cos\alpha_1 \\ \therefore \frac{u_2\cos\beta_2}{w_1} &= \frac{c_2}{w_1} + \kappa_o\cos\alpha_1 = k\xi + \kappa_o\cos\alpha_1 \quad \dots\dots\dots(25) \end{aligned}$$

式 (21), (23), (25) を式 (16)' に代入すると

$$H_t = \frac{Aw_1'^2}{2g}C + \frac{Aw_1'^2}{2g}D \quad \dots\dots\dots(16)''$$

但し

$$\begin{aligned} C &= \xi'(k'\xi')^2 + 2\xi'\cos\alpha_1'\{1+(1+\xi')\kappa_o'k'\} \\ &\quad + (1+\xi')B'-1 \\ D &= \xi k^2\xi^2 + 2\xi\cos\alpha_1\{1+(1+\xi)\kappa_o k\} \\ &\quad + (1+\xi+\varepsilon_1 f^2 - \varepsilon_2^2)B-1 \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(26)$$

この段落に於てなされる仕事 $A(W_o)_{I+II}$ は式 (1)'' 及び式 (12) より

$$\begin{aligned} A(W_o)_{I+II} &= AW_o' + AW_o = \frac{A}{g}\{w_1'^2\xi'\cos\alpha_1'(1+k'\kappa_o') \\ &\quad + w_1'^2\xi\cos\alpha_1(1+k\kappa_o)\} \quad \dots\dots\dots(27) \end{aligned}$$

故に段落効率 η_o は

$$\begin{aligned} \eta_o &= \frac{A(W_o)_{I+II}}{H_t} \\ &= \frac{2\{w_1'^2\xi'\cos\alpha_1'(1+k'\kappa_o') + w_1'^2\xi\cos\alpha_1(1+k\kappa_o)\}}{Cw_1'^2 + Dw_1'^2} \\ &= \frac{2\{\xi'\cos\alpha_1'(1+k'\kappa_o') + (w_1/w_1')^2\xi\cos\alpha_1(1+k\kappa_o)\}}{C + (w_1/w_1')^2D} \quad \dots\dots\dots(28) \end{aligned}$$

然るに式 (2), (18) より

$$\begin{aligned} w_2'\sin\alpha_2' &= \kappa_s'w_1'\sin\alpha_1', \quad w_2'\cos\alpha_2' = \kappa_o'w_1'\cos\alpha_1' \\ \therefore (w_2'\sin\alpha_2')^2 + (w_2'\cos\alpha_2')^2 &= w_1'^2 \\ &= \{(\kappa_s'\sin\alpha_1')^2 + (\kappa_o'\cos\alpha_1')^2\}w_1'^2 = B'w_1'^2 \end{aligned}$$

而して動羽根 I の出口における絶対速度 w_2' と流出角 α_2' とは夫々動羽根 II の入口における絶対速度 w_1 と流入角 α_1 に等しい。即ち

$$w_2' = w_1, \quad \alpha_2' = \alpha_1$$

第 8 卷 第 30 号 (第 2 部)]

なる関係があるから

$$w_2'^2 = w_1'^2 = B'w_1'^2 \quad \therefore \left(\frac{w_1}{w_1'}\right)^2 = B' \quad \dots\dots\dots(29)$$

これを式 (28) に代入し、又式 (26) の関係を置き戻して整理すれば

$$\eta_o = \frac{2\{\xi'\cos\alpha_1'(1+k'\kappa_o') + \xi\cos\alpha_1(1+k\kappa_o)B'\}}{\left\{\xi'(k'\xi')^2 + 2\xi'\cos\alpha_1'\{1+(1+\xi')\kappa_o'k'\} + B'[\xi k^2\xi^2 + 2\xi\cos\alpha_1\{1+(1+\xi)\kappa_o k\} + (1+\xi+\varepsilon_1 f^2 - \varepsilon_2^2)B + \xi'] - 1\right\}} \quad \dots\dots\dots(30)$$

これが $\omega' \neq \omega$, $k' \neq 1$, $k \neq 1$ の場合即ち互に反対方向に異なる大きさの角速度を以て回轉する一対の動羽根よりなる輻流タービンの段落効率を與へる一般式である。この式より凡ての型式のタービンの段落効率の式を求めることが出来る。

[III] 複回轉タービンの段落効率

1. 輻流タービン

(1) 両車の回轉角速度が等しくない場合 即ち $\omega' \neq \omega$

互に反対方向に異なる大きさの角速度 ω' , ω を以て回轉する一対の動羽根よりなる複回轉輻流タービンの段落効率は、各動羽根の入口及び出口における速度線図が與へられ、ば式 (30) で計算出来る。

(2) 両車の回轉角速度が等しい場合 即ち $\omega' = \omega$

これは Ljungström タービンの場合である。この場合には 1 列の動羽根を以て 1 段落とするのが普通であるが、著者は相隣れる 2 列の動羽根を以て 1 組とし、これを 1 段落と考へる方法をここに提案する。次にこの両者の効率式を誘導し、後に數値計算を以て比較する。

(i) 相隣れる 2 列の動羽根を以て 1 組とし、これを 1 段落とする場合

Ljungström タービンの場合には流出エネルギーは全部利用されると考へてよいから、 $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1$ である。又一般に多段落タービンで同一断面型の羽根を用ひる場合には $w_0 = w_2$ と置き得るから $f = 1$ となる。故にかゝる場合は式 (30) より

$$\eta_o = \frac{2\{\xi'\cos\alpha_1'(1+k'\kappa_o') + \xi\cos\alpha_1(1+k\kappa_o)B'\}}{\left\{\xi'(k'\xi')^2 + 2\xi'\cos\alpha_1'\{1+(1+\xi')\kappa_o'k'\} + B'[\xi k^2\xi^2 + 2\xi\cos\alpha_1\{1+(1+\xi)\kappa_o k\} + (1+\xi)B + \xi'] - 1\right\}} \quad \dots\dots\dots(30)'$$

而してこの場合には式 (29) と同様に

$$B' = \left(\frac{w_1}{w_1'}\right)^2 = \left(\frac{w_2'}{w_1'}\right)^2 \quad \dots\dots\dots(29)'$$

の関係がある。又式 (22), (14) より

$$\begin{aligned} w_2\sin\alpha_2 &= \kappa_s w_1\sin\alpha_1, \quad w_2\cos\alpha_2 = \kappa_o w_1\cos\alpha_1 \\ \therefore (w_2\sin\alpha_2)^2 + (w_2\cos\alpha_2)^2 &= w_1^2 \\ &= w_1^2\{(\kappa_s\sin\alpha_1)^2 + (\kappa_o\cos\alpha_1)^2\} \end{aligned}$$

然るに右辺の { } 内の値は式 (24) より B であるから

$$w_2^2 = w_1^2 B \quad \therefore B = \left(\frac{w_2}{w_1}\right)^2$$

又「段落効率の一般式」の所の最初に述べた様に、多段落タービンに於ては次の関係がある。

$$w_1' = \varepsilon_1 w_0 = \varepsilon_1 w_2$$

今これに $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1$ なる条件を置けば

$$w_1' = w_0 = w_2 \quad \therefore B' = \left(\frac{w_1}{w_1'}\right)^2 = \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2$$

$$\therefore BB' = \left(\frac{w_2}{w_1}\right)^2 \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^2 = 1$$

この関係を式 (30)' に代入すれば

$$\eta_o = \frac{2\{\xi' \cos \alpha_1' (1+k' \kappa_o') + \xi \cos \alpha_1 (1+k \kappa_o) B'\}}{\left\{ \zeta' (k' \xi')^2 + 2\xi' \cos \alpha_1' \{1 + (1+\zeta') \kappa_o' k'\} + B' [\zeta k^2 \xi^2 + 2\xi \cos \alpha_1 \{1 + (1+\zeta) \kappa_o k\} + \zeta B + \zeta'] \right\}} \quad (31)$$

これが今の場合に対する一般式である。但し $\omega' = \omega$ なる関係を置くものとする。

次に中心に近い数段を除く他の部分に適用し得る効率の近似式を求める。Ljungström タービンの場合には動羽根 I , II 共全く同一断面の羽根を用ひること、角速度の大きさが同一なことより

$$\zeta' = \zeta$$

$$|\omega'| = |\omega|, \quad r_1' = r_2' \dots \dots \dots c_1 = r_1 \omega = r_2' \omega' = c_2'$$

である。更に中心に近い数段を除く他の部分では

$$k' = \frac{r_2'}{r_1'} = k = \frac{r_2}{r_1}$$

と置くことが出来る。又式 (29)' の関係がある。故に

$$\xi = \frac{c_1}{w_1} = \frac{c_2'}{w_1} = \frac{c_2'}{w_2'} = \frac{c_2' w_1'}{w_1' w_2'} = \frac{k' \xi'}{\sqrt{B'}}$$

この関係を式 (31) に代入して整頓すれば、分母子は夫々

$$\begin{aligned} & 2\{\xi' \cos \alpha_1' (1+k' \kappa_o') + \xi \cos \alpha_1 (1+k \kappa_o) B'\} \\ & \equiv 2\xi' \{ (1+k' \kappa_o') \cos \alpha_1' + k' \sqrt{B'} (1+k' \kappa_o) \cos \alpha_1 \} \\ & \quad \zeta' (k' \xi')^2 + 2\xi' \cos \alpha_1' \{1 + (1+\zeta') \kappa_o' k'\} \\ & + B' [\zeta k^2 \xi^2 + 2\xi \cos \alpha_1 \{1 + (1+\zeta) \kappa_o k\} + \zeta B + \zeta'] \\ & = \zeta' (1+k'^2) (k' \xi')^2 + 2\xi' [k' \sqrt{B'} \cos \alpha_1 \{1 + (1+\zeta') \kappa_o k'\} \\ & + \cos \alpha_1' \{1 + (1+\zeta') \kappa_o' k'\}] + \zeta' (1+B') \end{aligned}$$

$\therefore \eta_o =$

$$\frac{2\xi' \{ \cos \alpha_1' (1+k' \kappa_o') + k' \sqrt{B'} \cos \alpha_1 (1+k' \kappa_o) \}}{\left\{ \zeta' (1+k'^2) (k' \xi')^2 + 2\xi' [k' \sqrt{B'} \cos \alpha_1 \{1 + (1+\zeta') \kappa_o k'\} + \cos \alpha_1' \{1 + (1+\zeta') \kappa_o' k'\}] + \zeta' (1+B') \right\}} \quad (31)'$$

これが求める効率の近似式である。一般的には式 (31) を用ひなければならぬが、この場合も ξ を ξ' を以て表はし、 $k' \equiv k$ として同様な関係を求めることが出来る。

(ii) 1 列の動羽根を以て 1 段落とする場合

動羽根 II を以て 1 段落とする。動羽根がなす仕事は式 (12) で與へられ、又動羽根における断熱々落差 H_2 は式 (15) で示される。故にこの段落で利用されるべき仕事は、式 (16) の場合と同様にして

$$\begin{aligned} H_t' &= H_2 + \frac{A}{2g} (\varepsilon_1 w_2')^2 - \frac{A}{2g} (\varepsilon_2 w_2)^2 \\ &= \frac{A}{2g} \{ (1+\zeta) u_2^2 - u_1^2 - (c_2^2 - c_1^2) + w_1'^2 - (\varepsilon_2 w_2)^2 \} \quad (32) \end{aligned}$$

式 (16)' と同様にして変形すれば

$$\begin{aligned} H_t' &= \frac{A w_1'^2}{2g} \left\{ (1+\zeta - \varepsilon_2^2) \left(\frac{u_2}{w_1'} \right)^2 + 2 \frac{c_1}{w_1} \cos \alpha_1 \right. \\ & \quad \left. - (1+\varepsilon_2^2) \left(\frac{c_2}{w_1} \right)^2 + 2 \varepsilon_2^2 \left(\frac{c_2}{w_1} \right) \frac{u_2 \cos \beta_2}{w_1} \right\} \quad (32)' \end{aligned}$$

但し前に示した様に

$$w_1 = \varepsilon_1 w_0 = \varepsilon_1 w_2'$$

であるから、今の場合は

$$H_t' = H_2 + \frac{A}{2g} (\varepsilon_1 w_0)^2 - \frac{A}{2g} (\varepsilon_2 w_2)^2$$

とし更に式 (17) を用ひて、結局 $\varepsilon_1, \varepsilon_2, f$ を含む効率の式を求めることが出来るが、今考へてゐる場合は $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1$ なることは最初より明らかであるから、この方法によらずに初めから $\varepsilon_1 w_2' = w_1$ と置いて計算を進めたのである。

さて式 (14) より

$$u_2 \cos \beta_2 = c_2 + \kappa_o w_1 \cos \alpha_1$$

$$\therefore \frac{u_2 \cos \beta_2}{w_1} = \frac{c_2}{w_1} + \kappa_o \cos \alpha_1 = k \xi + \kappa_o \cos \alpha_1 \quad (33)$$

式 (23), (33) を式 (32)' に代入して整頓すれば

$$\begin{aligned} H_t' &= \frac{A w_1'^2}{2g} \left\{ \zeta k^2 \xi^2 + 2\xi \cos \alpha_1 \{1 + (1+\zeta) \kappa_o k\} \right. \\ & \quad \left. + (1+\zeta - \varepsilon_2^2) B \right\} \quad (32)'' \end{aligned}$$

故に段落効率 η_o は

$$\begin{aligned} \eta_o &= \frac{A W_o}{H_t'} \\ &= \frac{2\xi \cos \alpha_1 (1+k \kappa_o)}{\zeta k^2 \xi^2 + 2\xi \cos \alpha_1 \{1 + (1+\zeta) \kappa_o k\} + (1+\zeta - \varepsilon_2^2) B} \quad (34) \end{aligned}$$

通常 $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 1$ と置き得るから

$$\eta_o = \frac{2\xi \cos \alpha_1 (1+k \kappa_o)}{\zeta k^2 \xi^2 + 2\xi \cos \alpha_1 \{1 + (1+\zeta) \kappa_o k\} + \zeta B} \quad (34)'$$

以上の如く Ljungström タービンの段落効率の計算には 2 方法があるが、この両者の比較は数値例を以て後に示すことにする。

2. 軸流タービン 複回轉軸流タービンは実在しないが考へることは出来る。これは複回轉輻流タービンの段落効率の式 (30) に於て、軸流タービンなるための条件

$$k' = k = 1 \quad (35)$$

を置けば今の場合の効率の式となる。 $|\omega'| = |\omega|$ の場合には式 (35) の関係の外に $|\omega'| = |\omega|$ の条件を置けば、Ljungström タービンの場合と同様に計算出来る。

[IV] 単回轉タービンの段落効率

1. 輻流タービン Siemens タービンはこの場合の例である。 I を静羽根、 II を動羽根とする。即ち $\omega' = 0$, $\omega \neq 0$ である。故に

$$c_1' = r_1' \omega' = 0, \quad c_2' = r_2' \omega' = 0$$

$$\therefore \frac{c_1'}{w_1'} = \xi' = 0, \quad \frac{c_2'}{w_1'} = k' \xi' = 0$$

[昭和 17 年 2 月]

依て単回轉輻流タービンの段落効率 η_o' は式 (30) に $\xi'=0$ と置くとき次のようになる。

$$\eta_o' = \frac{2\xi \cos \alpha_1 (1+k\kappa_o) B'}{B'[\zeta k^2 \xi^2 + 2\xi \cos \alpha_1 \{1+(1+\zeta)\kappa_o k\}] + (1+\zeta + \epsilon_1^2 f^2 - \epsilon_2^2) B + \zeta' - 1} \dots\dots\dots (36)$$

多段落タービンで残留速度が全部利用される場合には式 (36) に

$$\epsilon_1 = \epsilon_2 = 1, \quad f = 1, \quad BB' = 1$$

と置くか、或は式 (31) に $\xi'=0$ と置けば

$$\eta_o' = \frac{2\xi \cos \alpha_1 (1+k\kappa_o)}{\zeta k^2 \xi^2 + 2\xi \cos \alpha_1 \{1+(1+\zeta)\kappa_o k\} + \zeta B + \zeta'} \quad (36)'$$

式 (36), (36)' を用ひて単回轉の衝動、反動何れのタービンの段落効率をも計算出来る。併し段落効率に及す反動度の影響の如きは上述の方法では直接知ると云ふ訳には行かない。故に単回轉タービンの場合に就て、段落効率の計算に対する第2の方法を次に求めることにする。

多段落輻流反動タービンの任意の段落を考へる。第5図に於て A_0, A_1, A_2 を夫々静止羽根の入口、静止羽根の出口、動羽根の入口、動羽根の出口における蒸気の状態を示す点とする。然るときはこの段落の全断熱々落差は $A_0 A_2'$ で、このうち $A_0 A_1'$ は静止羽根中の断熱々落差、 $A_1' A_2'$ は動羽根中の断熱々落差である。而して $A_1' A_2'$ と $A_1 A_2'$ とは殆ど相等しい。今全断熱々落差を $H_0, A_0, A_1, A_1', \dots\dots$ におけるエンタルピを夫々 $i_{A_0}, i_{A_1}, i_{A_1'}, \dots\dots$ とすれば

第5図

$$H_0 = i_{A_0} - i_{A_2'} = (i_{A_0} - i_{A_1}) + (i_{A_1'} - i_{A_2'}) \quad *$$

$$\begin{aligned} ** \quad u_2 \cos \beta_2 &= \sqrt{u_2^2 - (u_2 \sin \beta_2)^2} = \sqrt{\varphi^2 \left(\frac{2g}{A} \rho H_0 + u_1^2 + c_2^2 - c_1^2 \right) - (\kappa_s w_1 \sin \alpha_1)^2} \\ &= \varphi \sqrt{\frac{\rho}{1-\rho} \left\{ \left(\frac{w_1}{\varphi'} \right)^2 - (\epsilon_1 w_0)^2 \right\} + (w_1 \cos \alpha_1 - c_1)^2 + (w_1 \sin \alpha_1)^2 + c_2^2 - c_1^2 - \left(\frac{\kappa_s w_1 \sin \alpha_1}{\varphi} \right)^2} \\ &= \varphi \sqrt{(w_1 \cos \alpha_1 - c_1)^2 + c_2^2 - c_1^2 + \left(1 - \frac{\kappa_s^2}{\varphi^2} \right) (w_1 \sin \alpha_1)^2 + \frac{\rho}{1-\rho} \left\{ \left(\frac{w_1}{\varphi'} \right)^2 - (\epsilon_1 w_0)^2 \right\}} \end{aligned} \dots\dots\dots (40)$$

式 (40) 中の κ_s は式 (22) で示される。式 (39) に式 (40) の関係を代入して変形すれば

$$\begin{aligned} W_e &= \frac{w_1^2}{g} \left[\frac{c_1}{w_1} \cos \alpha_1 - \left(\frac{c_2}{w_1} \right)^2 \right. \\ &\quad \left. + \varphi \frac{c_2}{w_1} \sqrt{\left(\cos \alpha_1 - \frac{c_1}{w_1} \right)^2 + \left(\frac{c_2}{w_1} \right)^2 - \left(\frac{c_1}{w_1} \right)^2 + \left(1 - \frac{\kappa_s^2}{\varphi^2} \right) \sin^2 \alpha_1 + \frac{\rho}{1-\rho} \left\{ \frac{1}{\varphi'^2} - \left(\frac{\epsilon_1 w_0}{w_1} \right)^2 \right\}} \right] \\ &= \frac{w_1^2}{g} \xi \left[\cos \alpha_1 - k^2 \xi \right. \\ &\quad \left. + k\varphi \sqrt{(\cos \alpha_1 - \xi)^2 + (k^2 - 1)\xi^2 + \left(1 - \frac{\kappa_s^2}{\varphi^2} \right) \sin^2 \alpha_1 + \frac{\rho}{1-\rho} \left\{ \frac{1}{\varphi'^2} - \left(\frac{\epsilon_1 w_0}{w_1} \right)^2 \right\}} \right] \dots\dots\dots (41) \end{aligned}$$

一方この段落で利用し得る理論熱落差 H_t は式 (16) と同様に

$$H_t = H_0 + \frac{A}{2g} (\epsilon_1 w_0)^2 - \frac{A}{2g} (\epsilon_2 w_2)^2$$

$$* = (i_{A_0} - i_{A_1}) + (i_{A_1'} - i_{A_2'})$$

反動度を ρ とすれば

$$\rho = \frac{i_{A_1} - i_{A_2'}}{i_{A_0} - i_{A_2'}}$$

であるから

$$H_0 = (i_{A_0} - i_{A_1}) + \rho H_0 \quad \text{或は} \quad i_{A_0} - i_{A_1} = (1-\rho) H_0$$

前段落からの流出速度を w_0 とし、このうちで $\epsilon_1 w_0$ が回収されるものとすれば、静止羽根の出口における理論速度 w_t は

$$w_t = \sqrt{\frac{2g}{A} (1-\rho) H_0 + (\epsilon_1 w_0)^2}$$

で與へられるから、動羽根の流入速度は w_1 は

$$w_1 = \varphi' w_t = \varphi' \sqrt{\frac{2g}{A} (1-\rho) H_0 + (\epsilon_1 w_0)^2} \dots\dots\dots (37)$$

或は $\rho \neq 1$ として H_0 を求めると

$$H_0 = \frac{A}{2g(1-\rho)} \left\{ \left(\frac{w_1}{\varphi'} \right)^2 - (\epsilon_1 w_0)^2 \right\} \dots\dots\dots (37)'$$

となる。又式 (15) に於て

$$H_2 = i_{A_1} - i_{A_2'} = \rho H_0$$

であるから

$$u_2^2 = \varphi^2 \left(\frac{2g}{A} \rho H_0 + u_1^2 + c_2^2 - c_1^2 \right) \dots\dots\dots (38)$$

動羽根における仕事は式 (12) であるから

$$\begin{aligned} W_e &= \frac{1}{g} (c_1 w_1 \cos \alpha_1 + c_2 w_2 \cos \alpha_2) \\ &= \frac{1}{g} \left\{ c_1 w_1 \cos \alpha_1 + c_2 (u_2 \cos \beta_2 - c_2) \right\} \dots\dots\dots (39) \end{aligned}$$

然るに第2図に示す動羽根 II に移動する速度線図、式 (37) 及び式 (38) から次の関係が得られる。 **

これに式 (37)' の関係を代入して

$$H_t = \frac{Aw_1^2}{2g} \left\{ \frac{1}{(1-\rho)\varphi^2} - \frac{\rho}{1-\rho} \left(\frac{\varepsilon_1 w_0}{w_1} \right)^2 - \left(\frac{\varepsilon_2 w_2}{w_1} \right)^2 \right\} \quad (42)$$

故に段落効率 η_o' は

$$\eta_o' = \frac{AW_e}{H_t} = \frac{2\xi \left[\cos \alpha_1 - k^2 \xi + k\varphi \sqrt{(\cos \alpha_1 - \xi)^2 + (k^2 - 1)\xi^2 + \left(1 - \frac{\kappa_s^2}{\varphi^2}\right) \sin^2 \alpha_1 + \frac{\rho}{1-\rho} \left\{ \frac{1}{\varphi^2} - \left(\frac{\varepsilon_1 w_0}{w_1} \right)^2 \right\}} \right]}{\frac{1}{(1-\rho)\varphi^2} - \frac{\rho}{1-\rho} \left(\frac{\varepsilon_1 w_0}{w_1} \right)^2 - \left(\frac{\varepsilon_2 w_2}{w_1} \right)^2} \quad (43)$$

これが求める段落効率の式である。この式中の k 及び ρ を適宜に定めることによつて輻流又は軸流の反動或は衝動の各型式のタービン効率の関係式が誘導出来る。尚この式中の ε_1 及び ε_2 は場合によつて異なり、一般に次の如くである。

- (i) 単段落タービンでは $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0$
- (ii) 多段落タービンの最初の段落では $\varepsilon_1 = 0, 0 < \varepsilon_2 \leq 1$
- (iii) 多段落タービンの最後の段落では $0 < \varepsilon_1 \leq 1, \varepsilon_2 = 0$
- (iv) 多段落タービンの中間の段落では $0 < \varepsilon_1 \leq 1, 0 < \varepsilon_2 \leq 1$

上述の理論は式 (37)' の所で示した様に $\rho \neq 1$ であるから $\rho = 1$ の場合即ち静止羽根では熱落差がなく、只汽流の方向変換の役目をし、動羽根に於てのみ熱落差がある場合には適用出来ない。かゝる特別の場合には ρ に 1 に近い値をとつて計算して、その結果より推定することが出来る。

(1) 反動タービン

反動度 ρ が $0 < \rho < 1$ なるとき式 (43) は求める効率を與へる。

- (i) 前段落の流出速度を利用しない場合、即ち $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0$ これは単段落タービンの場合に相當する。式 (43) に $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0$ と置けば直ちに求められる。

$$\eta_o' = 2(1-\rho)\varphi^2 \xi \left\{ \cos \alpha_1 - k^2 \xi + k\varphi \sqrt{(\cos \alpha_1 - \xi)^2 + (k^2 - 1)\xi^2 + \frac{\rho}{(1-\rho)\varphi^2} + \left(1 - \frac{\kappa_s^2}{\varphi^2}\right) \sin^2 \alpha_1} \right\} \quad (44)$$

但し $0 < \rho < 1$ とする。

- (ii) 各段落の流出速度が同一で且次の段落における流出エネルギーの利用率も同一の場合、即ち $w_0 = w_2 = w, \varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$ 。これは多段落タービンの中間の段落に於て起る場合である。第2図に示す速度線図を用ひて次の関係が得られる。

$$w_0^2 = w_2^2 = w^2 = (u_2 \cos \beta_2 - c_2)^2 + (w_2 \sin \alpha_2)^2 \\ = (u_2 \cos \beta_2)^2 - 2c_2 u_2 \cos \beta_2 + c_2^2 + (\kappa_s w_1 \sin \alpha_1)^2$$

これに式 (40) の関係を置いて整理すれば

$$\left(\frac{w}{w_1} \right)^2 = \varphi^2 \left\{ F - \frac{\rho \varepsilon^2}{1-\rho} \left(\frac{w}{w_1} \right)^2 \right\} - 2k\varphi \xi \sqrt{F - \frac{\rho \varepsilon^2}{1-\rho} \left(\frac{w}{w_1} \right)^2} + k^2 \xi^2 + \kappa_s^2 \sin^2 \alpha_1 \quad (45)$$

但し

$$F = (\cos \alpha_1 - \xi)^2 + (k^2 - 1)\xi^2 + \left(1 - \frac{\kappa_s^2}{\varphi^2}\right) \sin^2 \alpha_1 + \frac{\rho}{\varphi^2(1-\rho)} \quad (46)$$

である。今 $(w/w_1)^2 = x$ と置けば式 (45) は次の如く x の 2 次方程式となる。

$$\left(1 + \frac{\varphi^2 \rho \varepsilon^2}{1-\rho}\right) x^2 - \left\{ 2(\varphi^2 F + k^2 \xi^2 + \kappa_s^2 \sin^2 \alpha_1) \left(1 + \frac{\varphi^2 \rho \varepsilon^2}{1-\rho}\right) - 4k^2 \xi^2 \frac{\varphi^2 \rho \varepsilon^2}{1-\rho} \right\} x + (\varphi^2 F + k^2 \xi^2 + \kappa_s^2 \sin^2 \alpha_1)^2 - 4k^2 \xi^2 \varphi^2 F = 0 \quad (47)$$

これを解けば

$$x = \frac{1}{1+a} \left[\varphi^2 \left\{ k^2 \left(1 + \frac{1-a}{(1+a)\varphi^2}\right) \xi^2 - 2\cos \alpha_1 \cdot \xi + 1 + \frac{\rho}{\varphi^2(1-\rho)} \right\} \pm \frac{2k\varphi\xi}{1+a} \sqrt{(1+a)\{(\cos \alpha_1 - \xi)^2 + (k^2 - 1)\xi^2\} - a\left(\frac{k}{\varphi}\right)^2 \xi^2 + b} \right] \quad (48)$$

或は

$$\left(\frac{w_0}{w_1} \right)^2 = \left(\frac{w_2}{w_1} \right)^2 = \left(\frac{w}{w_1} \right)^2 = \frac{\varphi}{1+a} \left[k^2 \varphi \left(1 + \frac{1-a}{(1+a)\varphi^2}\right) \xi^2 + \frac{2\xi}{1+a} \left\{ \pm k \sqrt{(1+a)\{(\cos \alpha_1 - \xi)^2 + (k^2 - 1)\xi^2\} - a\left(\frac{k}{\varphi}\right)^2 \xi^2 + b} \right. \right. \\ \left. \left. - (1+a)\varphi \cos \alpha_1 \right\} + \varphi \left\{ 1 + \frac{\rho}{\varphi^2(1-\rho)} \right\} \right] \quad (48)'$$

但し

$$a = \frac{\varphi^2 \rho \varepsilon^2}{1-\rho}, \\ b = (1+a) \left[\frac{\rho}{\varphi^2(1-\rho)} + \sin^2 \alpha_1 \left\{ 1 - \left(\frac{\kappa_s}{\varphi} \right)^2 (1+a) \right\} \right] \quad (49)$$

である。式 (48), (48)' の複号は、 $(w/w_1)^2$ は常に正なること及び ρ が 1 に近づく場合以外に於ては $(w/w_1)^2 < 1$ なること、この二つの条件によつて決定することが出来る。一例として次の如き場合に就て式 (48) の x の値を求めてみる。

即ち

$$\varphi' = \varphi = 1, \varepsilon = 1, \rho = 0.5, \alpha_1 = 45^\circ, \kappa_s = 1, k = 1.1, \xi = 1.0$$

とすれば

$$x = \frac{1}{2}(1.7958 \pm 0.6795) = 1.238 \text{ 或は } 0.558$$

を得る。而して $\rho \rightarrow 1$ のときは

$$\left(\frac{w_0}{w_1} \right)^2 = \left(\frac{w_2}{w_1} \right)^2 = \frac{1}{\varphi^2} > 1 \quad (\because \text{実際に於ては } \varphi' < 1)$$

であるが、上述の一般式では $0 \leq \rho < 1$ の場合としてゐるから通常の場合は $(w_0/w_1)^2 < 1$ である。故に上の例題で分かる様に複号は下号即ち負の方を採用することにする。

[昭和 17 年 2 月]

式 (48)' の関係を式 (43) に代入して整理すれば次の関係を得る。

$$\eta_o' = \frac{2(1-\rho)\varphi^2\xi \left[(1+a)\cos\alpha_1 - (1+a\pm a)k^2\xi + k\varphi\sqrt{(1+a)\{(\cos\alpha_1-\xi)^2 + (k^2-1)\xi^2\}} - a\left(\frac{k}{\varphi}\right)^2\xi^2 + b \right]}{1-\varphi^2\xi^2 \left[k^2\left(\varphi^2 + \frac{1-a}{1+a}\right)\xi^2 + \frac{2\xi\varphi}{1+a} \left\{ \pm k\sqrt{(1+a)\{(\cos\alpha_1-\xi)^2 + (k^2-1)\xi^2\}} - a\left(\frac{k}{\varphi}\right)^2\xi^2 + b - (1+a)\varphi\cos\alpha_1 \right\} + \varphi^2 \right]} \quad (50)$$

式 (48)' の複号のうち下号を採用すると

$$\eta_o' = \frac{2(1-\rho)\varphi^2\xi \left[(1+a)\cos\alpha_1 - k^2\xi + k\varphi\sqrt{(1+a)\{(\cos\alpha_1-\xi)^2 + (k^2-1)\xi^2\}} - a\left(\frac{k}{\varphi}\right)^2\xi^2 + b \right]}{1-\varphi^2\xi^2 \left[k^2\left(\varphi^2 + \frac{1-a}{1+a}\right)\xi^2 - \frac{2\xi\varphi}{1+a} \left\{ k\sqrt{(1+a)\{(\cos\alpha_1-\xi)^2 + (k^2-1)\xi^2\}} - a\left(\frac{k}{\varphi}\right)^2\xi^2 + b + (1+a)\varphi\cos\alpha_1 \right\} + \varphi^2 \right]} \quad (51)$$

尚式 (50), (51) 中の a, b は式 (49) で與へられる。

(iii) 流入速度が利用されない場合、即ち $\varepsilon_1=0, 0<\varepsilon_2\leq 1$

これは又多段落タービンの最初の段落の如く、流入速度が無視される場合と考へてもよい。式 (43) に $\varepsilon_1=0$ と置いて

$$\eta_o' = \frac{2\xi \left\{ \cos\alpha_1 - k^2\xi + k\varphi\sqrt{(\cos\alpha_1-\xi)^2 + (k^2-1)\xi^2} + \left(1 - \frac{\kappa_s^2}{\varphi^2}\right)\sin^2\alpha_1 + \frac{\rho}{(1-\rho)\varphi^2} \right\}}{\frac{1}{(1-\rho)\varphi^2} - \left(\frac{\varepsilon_2 w_2}{w_1}\right)^2} \quad (52)$$

この式の分母の $(w_2/w_1)^2$ を求めなければならない。一般に $(w_2/w_1)^2$ は動羽根における速度線図の関係を用ひて求められる。 $w_0 \neq w_2, \varepsilon_1 \neq \varepsilon_2$ なるときは式 (45) の場合と同様にして次の関係が得られる。

$$\left(\frac{w_2}{w_1}\right)^2 = \varphi^2 \left\{ F - \frac{\rho\varepsilon_1^2}{1-\rho} \left(\frac{w_0}{w_1}\right)^2 \right\} - 2k\varphi\xi \sqrt{F - \frac{\rho\varepsilon_1^2}{1-\rho} \left(\frac{w_0}{w_1}\right)^2} + k^2\xi^2 + \kappa_s^2 \sin^2\alpha_1 \quad (53)$$

但しこの式中の F は式 (46) で與へられる。併し今の場合は $\varepsilon_1=0$ であるから式 (53) より

$$\left(\frac{w_2}{w_1}\right)^2 = \varphi^2 F - 2k\varphi\xi \sqrt{F} + k^2\xi^2 + \kappa_s^2 \sin^2\alpha_1 \quad (54)$$

故に求める段落効率 η_o' は式 (54) の関係を式 (52) に代入して

$$\eta_o' = \frac{2\xi(\cos\alpha_1 - k^2\xi + k\varphi\sqrt{F})}{\frac{1}{(1-\rho)\varphi^2} - \varepsilon_2^2(\varphi^2 F - 2k\varphi\xi \sqrt{F} + k^2\xi^2 + \kappa_s^2 \sin^2\alpha_1)} \quad (55)$$

但し F は式 (46) で示される。

(iv) 流入速度が利用されない場合、即ち $0<\varepsilon_1\leq 1, \varepsilon_2=0$

これは多段落タービンの最後の段落の場合である。式 (43) に $\varepsilon_2=0$ を置けば求める関係が得られる。即ち

$$\eta_o' = \frac{2\xi \left[\cos\alpha_1 - k^2\xi + k\varphi\sqrt{(\cos\alpha_1-\xi)^2 + (k^2-1)\xi^2} + \left(1 - \frac{\kappa_s^2}{\varphi^2}\right)\sin^2\alpha_1 + \frac{\rho}{1-\rho} \left\{ \frac{1}{\varphi^2} - \left(\frac{\varepsilon_1 w_0}{w_1}\right)^2 \right\} \right]}{\frac{1}{1-\rho} \left\{ \frac{1}{\varphi^2} - \rho \left(\frac{\varepsilon_1 w_0}{w_1}\right)^2 \right\}} \quad (56)$$

この式中の $(w_0/w_1)^2$ の値は、 $w_0=w_2=w, \varepsilon_1 \neq 0, \varepsilon_2=0$ と考へられる場合は式 (53) より求められるが、その結果は式 (48)' と同一であるからこれを使つてよい。但し式 (49) に於て ε の代りに、 ε_1 を置かなければならない。 $w_0 \neq w_2$ のときはこの方法では得られない。そのときは w_0/w_1 が與へられなければ計算出来ない。

(2) 衝動タービン

單回轉輻流衝動タービンは実用になつてゐないが、考へ得るものである。この場合の段落効率を η_o' とすれば、これは式 (43) に於て $\rho=0$ と置いて求められる。即ち

$$\eta_o' = \frac{2\xi \left\{ \cos\alpha_1 - k^2\xi + k\varphi\sqrt{(\cos\alpha_1-\xi)^2 + (k^2-1)\xi^2} + \left(1 - \frac{\kappa_s^2}{\varphi^2}\right)\sin^2\alpha_1 \right\}}{\frac{1}{\varphi^2} - \left(\frac{\varepsilon_2 w_2}{w_1}\right)^2} \quad (57)$$

この場合も上述の單回轉輻流反動タービンと同様に次の四つの場合に分かち得る。

(i) 前段落の流出速度を利用しない場合、即ち $\varepsilon_1=\varepsilon_2=0$

式 (57) に $\varepsilon_2=0$ と置いて

$$\eta_o' = 2\varphi^2\xi \left\{ \cos\alpha_1 - k^2\xi + k\varphi\sqrt{(\cos\alpha_1-\xi)^2 + (k^2-1)\xi^2} + \left(1 - \frac{\kappa_s^2}{\varphi^2}\right)\sin^2\alpha_1 \right\} \quad (58)$$

を得る。

(ii) 各段落の流出速度が同一で且次の段落における流出エネルギーの利用効率も同一の場合、即ち $w_0 = w_2 = w$, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$ 式 (57) には ε_1 , w_0 は含まれていないから、これらの量には無関係であつて、分母の $(w_2/w_1)^2$ は式 (48)' に於て $\rho=0$ と置いて求められる。即ち

$$\left(\frac{w_2}{w_1}\right)^2 = \varphi \left[k^2 \varphi \left(1 + \frac{1}{\varphi^2}\right) \xi^2 - 2\xi \left\{ k \sqrt{(\cos \alpha_1 - \xi)^2 + (k^2 - 1)\xi^2} + \left(1 - \frac{\kappa_s^2}{\varphi^2}\right) \sin^2 \alpha_1 + \varphi \cos \alpha_1 \right\} + \varphi \right] \quad (59)$$

但し式 (48)' 中の a , b の値は、今の場合は

$$a=0, \quad b=\left(1 - \frac{\kappa_s^2}{\varphi^2}\right) \sin^2 \alpha_1 \quad (60)$$

となるからこれを用ひる。又式 (48)' に於て複号は下号を用ひる。

段落効率 η_c' は式 (59) の関係を式 (57) に代入して求めるか、又は式 (51) に式 (60) を置いて次の如き関係を得る。

$$\eta_c' = \frac{2\varphi'^2 \xi \left\{ \cos \alpha_1 - k^2 \xi + k \sqrt{(\cos \alpha_1 - \xi)^2 + (k^2 - 1)\xi^2} + \left(1 - \frac{\kappa_s^2}{\varphi^2}\right) \sin^2 \alpha_1 \right\}}{1 - \varepsilon^2 \varphi'^2 \left[k^2 (\varphi^2 + 1) \xi^2 - 2\varphi \xi \left\{ k \sqrt{(\cos \alpha_1 - \xi)^2 + (k^2 - 1)\xi^2} + \left(1 - \frac{\kappa_s^2}{\varphi^2}\right) \sin^2 \alpha_1 + \varphi \cos \alpha_1 \right\} + \varphi^2 \right]} \quad (61)$$

(iii) 流入速度が利用されない場合、即ち $\varepsilon_1=0$, $0 < \varepsilon_2 \leq 1$

このときの効率式 (57) で與へられる。而して分母の $(w_2/w_1)^2$ には式 (54) の関係を用ひるものとする。但し $\rho=0$ と置くを要する。

(iv) 流出速度が利用されない場合 即ち $0 < \varepsilon_1 \leq 1$, $\varepsilon_2=0$

この場合は式 (58) と同一の関係となる。

2. 軸流タービン 単回轉軸流タービンは $\omega'=0$, $\omega \neq 0$, $k'=k=1$ である。故に式 (30) に直接この関係を置くか、或は單回轉軸流タービンの式 (36) に $k=1$ と置けばよい。かくして求められる段落効率を η_c'' とすれば

$$\eta_c'' = \frac{2\xi \cos \alpha_1 (1 + \kappa_c) B'}{B' [\zeta \xi^2 + 2\xi \cos \alpha_1 \{1 + (1 + \zeta) \kappa_c\} + (1 + \zeta + \varepsilon_1^2 f^2 - \varepsilon_2^2) B + \zeta'] - 1} \quad (62)$$

多段落タービンで残留速度が全部利用される場合には式 (36)' に $k=1$ と置けばよい。即ち

$$\eta_c'' = \frac{2\xi \cos \alpha_1 (1 + \kappa_c)}{\zeta \xi^2 + 2\xi \cos \alpha_1 \{1 + (1 + \zeta) \kappa_c\} + \zeta B + \zeta'} \quad (62')$$

これらの関係は、速度線図が與へられ、ば衝動、反動の両型式の場合にも凡て適用し得る。併し反動度等の影響を知るためには、單回轉軸流タービンの場合に誘導した理論式を採用する方が便利である。故に以下にこの場合の関係式を求める。式 (43) に $k=1$ を置けば

$$\eta_c'' = \frac{2\xi \left[\cos \alpha_1 - \xi + \varphi \sqrt{(\cos \alpha_1 - \xi)^2 + \left(1 - \frac{\kappa_s^2}{\varphi^2}\right) \sin^2 \alpha_1} + \frac{\rho}{1 - \rho} \left\{ \frac{1}{\varphi'^2} - \left(\frac{\varepsilon_1 w_0}{w_1}\right)^2 \right\} \right]}{\frac{1}{(1 - \rho) \varphi'^2} - \frac{\rho}{1 - \rho} \left\{ \left(\frac{\varepsilon_1 w_0}{w_1}\right)^2 - \left(\frac{\varepsilon_2 w_2}{w_1}\right)^2 \right\}} \quad (63)$$

となる。

(1) 反動タービン

反動度 ρ が $0 < \rho < 1$ なる値のときは、式 (63) は求むる反動タービンの効率を與へる。この場合も次の四つの場合に分割出来る。

(i) 前段落の流出速度を利用しない場合、即ち $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0$

式 (63) より直ちに

$$\eta_c'' = 2\varphi'^2 (1 - \rho) \xi \left\{ \cos \alpha_1 - \xi + \varphi \sqrt{(\cos \alpha_1 - \xi)^2 + \left(1 - \frac{\kappa_s^2}{\varphi^2}\right) \sin^2 \alpha_1} + \frac{\rho}{(1 - \rho) \varphi'^2} \right\} \quad (64)$$

(ii) 各段落の流出速度が同一で且次の段落における流出エネルギーの利用効率も同一の場合、即ち $w_0 = w_2 = w$, $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$

式 (51) に $k=1$ とおけば

$$\eta_c'' = \frac{2(1 - \rho) \varphi'^2 \xi \left\{ (1 + a) \cos \alpha_1 - \xi + \varphi \sqrt{(1 + a) (\cos \alpha_1 - \xi)^2 - a \frac{\xi^2}{\varphi^2} + b} \right\}}{1 - \varphi'^2 \varepsilon^2 \left[\left(\varphi^2 + \frac{1 - a}{1 + a} \right) \xi^2 - \frac{2\varphi \xi}{1 + a} \left\{ \sqrt{(1 + a) (\cos \alpha_1 - \xi)^2 - a \frac{\xi^2}{\varphi^2} + b} + (1 + a) \varphi \cos \alpha_1 \right\} + \varphi^2 \right]} \quad (65)$$

但し a , b は式 (49) で與へられる。

(iii) 流入速度が利用されない場合、即ち $\varepsilon_1=0$, $0<\varepsilon_2\leq 1$

式 (63) より

$$\eta_e'' = \frac{2\xi \left\{ \cos \alpha_1 - \xi + \varphi \sqrt{(\cos \alpha_1 - \xi)^2 + \left(1 - \frac{\kappa_s^2}{\varphi^2}\right) \sin^2 \alpha_1 + \frac{\rho}{(1-\rho)\varphi^2}} \right\}}{\frac{1}{(1-\rho)\varphi^2} - \left(\frac{\varepsilon_2 w_2}{w_1}\right)^2} \quad (66)$$

$\varepsilon_1=0$ であるから、上式の分母の $(w_2/w_1)^2$ は式 (54) で與へられる。但しこの式 (54) 中の F の値は、今の場合は $k=1$ であるから、式 (46) より

$$F' = (\cos \alpha_1 - \xi)^2 + \left(1 - \frac{\kappa_s^2}{\varphi^2}\right) \sin^2 \alpha_1 + \frac{\rho}{\varphi^2(1-\rho)} \quad (67)$$

故に式 (66) は次の如くなる。

$$\eta_e'' = \frac{2\xi (\cos \alpha_1 - \xi + \varphi \sqrt{F'})}{\frac{1}{(1-\rho)\varphi^2} - \varepsilon_2^2 (\varphi^2 F' - 2\varphi \xi \sqrt{F'} + \xi^2 + \kappa_s^2 \sin^2 \alpha_1)} \quad (68)$$

(iv) 流出速度が利用されない場合、即ち $0<\varepsilon_1\leq 1$, $\varepsilon_2=0$

式 (63) より

$$\eta_e'' = \frac{2\xi \left[\cos \alpha_1 - \xi + \varphi \sqrt{(\cos \alpha_1 - \xi)^2 + \left(1 - \frac{\kappa_s^2}{\varphi^2}\right) \sin^2 \alpha_1 + \frac{\rho}{1-\rho} \left\{ \frac{1}{\varphi^2} - \left(\frac{\varepsilon_1 w_0}{w_1}\right)^2 \right\}} \right]}{\frac{1}{1-\rho} \left\{ \frac{1}{\varphi^2} - \rho \left(\frac{\varepsilon_1 w_0}{w_1}\right)^2 \right\}} \quad (69)$$

この式中の $(w_0/w_1)^2$ の値は、 $w_0=w_2=w$, $\varepsilon_1\neq 0$, $\varepsilon_2=0$ と考へ得るときは式 (53) より求められるが、その結果は式 (48)' と同一であるからこれを用ひてよい。但し式 (48)' に $k=1$ と置かなければならない。更に式 (49) に於て ε の代りに ε_1 を置いたものを用ひる必要がある。又 $w_0\neq w_2$ のときは w_0/w_1 が與へられなければならない。

(2) 衝動タービン

この場合の効率 η_e'' は式 (63) に於て $\rho=0$ と置いて求められる。即ち

$$\eta_e'' = \frac{2\xi \left\{ \cos \alpha_1 - \xi + \varphi \sqrt{(\cos \alpha_1 - \xi)^2 + \left(1 - \frac{\kappa_s^2}{\varphi^2}\right) \sin^2 \alpha_1} \right\}}{\frac{1}{\varphi^2} - \left(\frac{\varepsilon_2 w_2}{w_1}\right)^2} \quad (70)$$

(i) 前段落の流出速度を利用しない場合、即ち $\varepsilon_1=\varepsilon_2=0$

式 (70) より

$$\eta_e'' = 2\varphi^2 \xi \left\{ \cos \alpha_1 - \xi + \varphi \sqrt{(\cos \alpha_1 - \xi)^2 + \left(1 - \frac{\kappa_s^2}{\varphi^2}\right) \sin^2 \alpha_1} \right\} \quad (71)$$

(ii) 各段落の流出速度が同一で且次の段落における流出エネルギーの利用率も同一の場合、即ち $w_0=w_2=w$, $\varepsilon_1=\varepsilon_2=\varepsilon$

式 (65) に於て $\rho=0$ と置けば

$$\eta_e'' = \frac{2\varphi^2 \xi \left\{ \cos \alpha_1 - \xi + \varphi \sqrt{(\cos \alpha_1 - \xi)^2 + \left(1 - \frac{\kappa_s^2}{\varphi^2}\right) \sin^2 \alpha_1} \right\}}{1 - \varphi^2 \varepsilon^2 \left[(\varphi^2 + 1) \xi^2 - 2\varphi \xi \left\{ \sqrt{(\cos \alpha_1 - \xi)^2 + \left(1 - \frac{\kappa_s^2}{\varphi^2}\right) \sin^2 \alpha_1} + \varphi \cos \alpha_1 \right\} + \varphi^2 \right]} \quad (72)$$

(iii) 流入速度が利用されない場合、即ち $\varepsilon_1=0$, $0<\varepsilon_2\leq 1$

この場合は式 (70) で與へられるが、この式の分母の

$(w_2/w_1)^2$ は式 (54) に $\rho=0$, $k=1$ と置けばよい。即ち

$$\left(\frac{w_2}{w_1}\right)^2 = \varphi^2 F'' - 2\varphi \xi \sqrt{F''} + \xi^2 + \kappa_s^2 \sin^2 \alpha_1 \quad (73)$$

但し F'' は式 (46) に $\rho=0$, $k=1$ と置いて

$$F'' = (\cos \alpha_1 - \xi)^2 + \left(1 - \frac{\kappa_s^2}{\varphi^2}\right) \sin^2 \alpha_1 \quad (74)$$

故に式 (70) より

$$\eta_e'' = \frac{2\xi (\cos \alpha_1 - \xi + \varphi \sqrt{F''})}{\frac{1}{\varphi^2} - \varepsilon_2^2 (\varphi^2 F'' - 2\varphi \xi \sqrt{F''} + \xi^2 + \kappa_s^2 \sin^2 \alpha_1)} \quad (75)$$

(iv) 流出速度が利用されない場合、即ち $0<\varepsilon_1\leq 1$, $\varepsilon_2=0$

この場合は式 (71) と同一となる。

[V] 結 言

以上の諸式を用ひることによつて各種のタービンに就て、その段落効率を求め、又これに及す諸因子の影響を調査することが出来る。理論式は一先づ打切つて、種々の型式のタービンに就て段落効率の数値計算⁽⁶⁾を行ふことにする。これは何れ別に報告する予定である。

(昭和 16 年 12 月 4 日受付)

⁽⁶⁾ 軸流タービンの場合には Leist の研究 (Leist, Die Wärme, 1934-1-30, 33) がある。