車輛用揺枕釣機構の自己振動週期に就て⁽¹⁾

(昭和 16 年 5 月 29 日 第 18 回滿洲地方講演會に於て講演)

正 員 淺野友一⁽²⁾

正 員 柳下清明⁽³⁾

准 員 山川出雲⁽⁴⁾

摘 要

車輛用揺枕釣機構の自己振動週期を解析的に取扱つた論文は従来二、三発表されてゐるが何れも解析の方法に不備の点があり、従てそれらの公式には充分の信頼を置き難い。よつて我々は今回周到なる注意の下に新公式を誘導し、

$$T=2\pi\left\{\frac{l}{g}\cdot\frac{(\cot\phi-2h/a)^2+4(k/a)^2}{\sec\phi\csc^2\phi-(2l/a)(\tan\phi+2h/a)}\right\}^{1/2}$$

を得た。茲に T は週期、 l は揺枕釣の長さ、 ϕ は揺枕釣の懸垂角、 a は揺枕の長さ、 h は揺枕から車体の重心までの高さ、 k は重心の周りの回轉半径である (第 1 図)。而してその結果を実験結果と比較したところ第 7 図に示す如く極めて良く一致した。又新公式を在来の諸公式⁽⁵⁾⁽⁶⁾と比較した一例は第 8 図及び第 9 図の通りで両者の間には相當の差異が認められる。

1. 左右揺枕釣の角変位 δ_1 と δ_2 との関係

今第 1 図に示す揺枕釣機構において

- 揺枕釣の長さ l
- 揺枕釣の懸垂角 (鉛直線とのなす角) ... ϕ
- 揺枕の長さ ..... a
- 揺枕から車体の重心までの高さ ..... h
- 重心の周りの回轉半径 ..... k

第 1 図 揺枕釣機構の骨組

とし、左方揺枕釣の角変位 δ_1 に対応する右方揺枕釣の角変位を δ_2 で表はし、且本図に示す変位の方向を正にとれば δ_1 と δ_2 との間には次の関係がある。即ち直角三角形 $C'D'E$ に於て、

$$(C'D')^2 = (C'E)^2 + (D'E)^2$$

然るに、

$$C'D' = a$$

$$C'E = l \cos(\phi - \delta_2) - l \cos(\phi + \delta_1)$$

$$D'E = (a - 2l \sin \phi) + l \sin(\phi + \delta_1) + l \sin(\phi - \delta_2)$$

依て、

$$\begin{aligned} a^2 = & \{l \cos(\phi - \delta_2) - l \cos(\phi + \delta_1)\}^2 + \{(a - 2l \sin \phi) \\ & + l \sin(\phi + \delta_1) + l \sin(\phi - \delta_2)\}^2 = l^2 \{ \cos^2(\phi - \delta_2) \\ & + \cos^2(\phi + \delta_1) + \sin^2(\phi - \delta_2) + \sin^2(\phi + \delta_1) \\ & - 2 \cos(\phi - \delta_2) \cos(\phi + \delta_1) + 2 \sin(\phi - \delta_2) \sin(\phi \\ & + \delta_1) \} + 2l(a - 2l \sin \phi) \{ \sin(\phi + \delta_1) + \sin(\phi \\ & - \delta_2) \} + (a - 2l \sin \phi)^2 \end{aligned}$$

これより

$$\begin{aligned} & l[2 - 2 \cos\{(\phi + \delta_1) + (\phi - \delta_2)\}] + 2(a - 2l \sin \phi) \{ \sin(\phi + \delta_1) \\ & + \sin(\phi - \delta_2) \} + 4l \sin^2 \phi - 4a \sin \phi \\ & = l[1 - \cos\{2\phi + (\delta_1 - \delta_2)\} - 2 \sin \phi \{ \sin(\phi + \delta_1) \\ & + \sin(\phi - \delta_2) \} + 2 \sin^2 \phi] + a \{ \sin(\phi + \delta_1) + \sin(\phi - \delta_2) \\ & - 2 \sin \phi \} = 0 \end{aligned}$$

今上式の含む下記の諸項を Taylor の級数に展開し、且 1 に対して δ^3 以上の高次の項を省略すれば、

$$\begin{aligned} \cos\{2\phi + (\delta_1 - \delta_2)\} &= \cos 2\phi \{1 - (\delta_1 - \delta_2) \tan 2\phi \\ &\quad - \frac{1}{2}(\delta_1 - \delta_2)^2 + \frac{1}{6}(\delta_1 - \delta_2)^3 \tan^3 2\phi + \dots\} \\ &\approx \cos 2\phi - (\delta_1 - \delta_2) \sin 2\phi \\ &\quad - \frac{1}{2}(\delta_1 - \delta_2)^2 \cos 2\phi \\ \sin(\phi + \delta_1) &= \sin \phi \{1 + \delta_1 \cot \phi - \frac{1}{2}\delta_1^2 - \frac{1}{6}\delta_1^3 \cot^3 \phi \\ &\quad + \dots\} \\ &\approx \sin \phi + \delta_1 \cos \phi - \frac{1}{2}\delta_1^2 \sin \phi \end{aligned}$$

(1) On the Period of Natural Oscillation of the Swing Hanger Mechanism of the Bogie-Trucks. (2) Tomokazu ASANO, Member. The Ryojun College of Engineering. 旅順工科大学。

(3) Kiyooki YAGISITA, Member. The S. M. Rly. Co. 南滿洲鉄道會社。

(4) Izumo YAMAKAWA, Associate Member. The S. M. Rly. Co. 南滿洲鉄道會社。

(5) $T=2\pi\left\{\frac{2\{l^2+k^2(2l\phi/a)\}}{g\cos\phi(1+\cos^2 2\phi)}\right\}^{1/2}$ 鐵道大臣官房研究所業務研究資料、18 卷 3 号、四輪ボギー車及四輪ボギー車の自己振動に就て。

(6) $T=2\pi\left\{\frac{l^2\{\sin^2\phi+(\cos^2\phi-2h\phi/a)\}^2+k^2(2l\phi/a)^2}{g\cos^3\phi}\right\}^{1/2}$ 機械學會誌、37 卷 205 号、(昭 9-5)、四輪ボギー車の自己振動週期に就て。

$$\begin{aligned}\sin(\phi - \delta_2) &= \sin\phi \{1 - \delta_2 \cot\phi - \frac{1}{2}\delta_2^2 + \frac{1}{6}\delta_2^3 \cot\phi \\ &\quad + \dots\} \\ &= \sin\phi - \delta_2 \cos\phi - \frac{1}{2}\delta_2^2 \sin\phi \\ \sin(\phi + \delta_1) + \sin(\phi - \delta_2) &= 2\sin\phi + (\delta_1 - \delta_2)\cos\phi \\ &\quad - \frac{1}{2}(\delta_1^2 + \delta_2^2)\sin\phi\end{aligned}$$

故に

$$\begin{aligned}l[1 - \{\cos 2\phi - (\delta_1 - \delta_2)\sin 2\phi - \frac{1}{2}(\delta_1 - \delta_2)^2 \cos 2\phi\} \\ - \{4\sin^2\phi + 2(\delta_1 - \delta_2)\sin\phi \cos\phi - (\delta_1^2 + \delta_2^2)\sin^2\phi\} \\ + 2\sin^2\phi] + a\{(\delta_1 - \delta_2)\cos\phi - \frac{1}{2}(\delta_1^2 + \delta_2^2)\sin\phi\} = 0\end{aligned}$$

或は、

$$\begin{aligned}l[1 - \cos 2\phi + (\delta_1 - \delta_2)\sin 2\phi + \frac{1}{2}(\delta_1 - \delta_2)^2 \cos 2\phi \\ - (1 - \cos 2\phi) - (\delta_1 - \delta_2)\sin 2\phi + \frac{1}{2}\{(\delta_1 - \delta_2)^2 \\ + 2\delta_1\delta_2\}(1 - \cos 2\phi)] + a\{(\delta_1 - \delta_2)\cos\phi \\ - \frac{1}{2}(\delta_1^2 + \delta_2^2)\sin\phi\} = 0\end{aligned}$$

従て、

$$\begin{aligned}l[\frac{1}{2}(\delta_1^2 + \delta_2^2) - \delta_1\delta_2 \cos 2\phi] + a\{(\delta_1 - \delta_2)\cos\phi \\ - \frac{1}{2}(\delta_1^2 + \delta_2^2)\sin\phi\} = 0\end{aligned}$$

上式の両辺に $2/l$ を乗じ δ_1 の降幕順に配列すると、

$$\begin{aligned}\delta_1^2(1 - \frac{a}{l}\sin\phi) + \delta_1(-2\delta_2 \cos 2\phi + 2\frac{a}{l}\cos\phi) \\ + \{\delta_2^2(1 - \frac{a}{l}\sin\phi) - \delta_2(2\frac{a}{l}\cos\phi)\} = 0\end{aligned} \quad \dots\dots\dots(2)$$

上式は δ_1 に関する 2 次の代数方程式であるから、

$$\left. \begin{aligned}1 - \frac{a}{l}\sin\phi = A, \quad -2\delta_2 \cos 2\phi + 2\frac{a}{l}\cos\phi = B \\ \delta_2^2(1 - \frac{a}{l}\sin\phi) - \delta_2(2\frac{a}{l}\cos\phi) = C\end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(3)$$

と置けば上式の解は、

$$\delta_1 = \frac{-B \pm \sqrt{(B^2 - 4AC)}}{2A} \quad \dots\dots\dots(4)$$

(4) の右辺に (3) を代入し、且これを簡単にするのであるが、先づ、

$$\begin{aligned}B^2 - 4AC = 4\left(\frac{a}{l}\right)^2 \cos^2\phi + [8\frac{a}{l}\delta_2 \cos\phi \{-\cos 2\phi \\ + (1 - \frac{a}{l}\sin\phi)\} + \delta_2^2 \{4\cos^2 2\phi \\ - 4(1 - \frac{a}{l}\sin\phi)^2\}]\end{aligned}$$

となる故、上式の右辺第 2 項を β と置き $\sqrt{(B^2 - 4AC)}$ を 2 項定理により展開すると、

$$\begin{aligned}\sqrt{(B^2 - 4AC)} &= \{4(a/l)^2 \cos^2\phi + \beta\}^{\frac{1}{2}} \\ &= \{4(a/l)^2 \cos^2\phi\}^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}\{4(a/l)^2 \cos^2\phi\}^{-\frac{1}{2}}\beta \\ &\quad + \frac{(1/2)(-1/2)}{2}\{4(a/l)^2 \cos^2\phi\}^{-\frac{3}{2}}\beta^2 + \dots \\ &= 2\frac{a}{l}\cos\phi + \frac{1}{2 \times 2(a/l)\cos\phi}\beta - \\ &\quad \frac{1}{8} \cdot \frac{1}{\{4(a/l)^2 \cos^2\phi\}^{\frac{3}{2}}}\beta^2 + \dots\dots\dots \\ &= 2\frac{a}{l}\cos\phi + \frac{1}{4(a/l)\cos\phi}\beta\end{aligned}$$

$$-\frac{1}{8\{2(a/l)\cos\phi\}^3}\beta^2 + \dots\dots\dots$$

然るに、

$$\begin{aligned}\beta &= 8\frac{a}{l}\delta_2 \cos\phi \{-\cos 2\phi + (1 - \frac{a}{l}\sin\phi)\} \\ &\quad + \delta_2^2 \{4\cos^2 2\phi - 4(1 - \frac{a}{l}\sin\phi)^2\}\end{aligned}$$

従て、

$$\beta^2 = 64(a/l)^2 (\cos^2\phi) \delta_2^2 \{-\cos 2\phi + (1 - a/l \sin\phi)\}^2$$

依てこれら β 及び β^2 を前式に代入すれば、

$$\begin{aligned}\sqrt{(B^2 - 4AC)} &= 2(a/l)\cos\phi + \frac{8(a/l)\cos\phi}{4(a/l)\cos\phi} \delta_2 \{-\cos 2\phi \\ &\quad + (1 - \frac{a}{l}\sin\phi)\} + \frac{4}{4(a/l)\cos\phi} \delta_2^2 \{\cos^2 2\phi \\ &\quad - (1 - \frac{a}{l}\sin\phi)^2\} - \frac{64(a/l)^2 \cos^2\phi}{8\{2(a/l)\cos\phi\}^3} \delta_2^2 \\ &\quad \{-\cos 2\phi + (1 - \frac{a}{l}\sin\phi)\}^2 \\ &= 2\frac{a}{l}\cos\phi + 2\{-\cos 2\phi + (1 - \frac{a}{l}\sin\phi)\} \delta_2 \\ &\quad + \frac{1}{(a/l)\cos\phi} [\cos^2 2\phi - (1 - \frac{a}{l}\sin\phi)^2] \delta_2^2 \\ &\quad - \{-\cos 2\phi + (1 - \frac{a}{l}\sin\phi)\}^2 \delta_2^2 \\ &= 2\frac{a}{l}\cos\phi + 2\{\sin^2\phi - \cos^2\phi + \sin^2\phi \\ &\quad + \cos^2\phi - \frac{a}{l}\sin\phi\} \delta_2 + \frac{1}{(a/l)\cos\phi} [\cos^2 2\phi \\ &\quad - (1 - \frac{a}{l}\sin\phi)^2 - \cos^2 2\phi - (1 - \frac{a}{l}\sin\phi)^2 \\ &\quad + 2\cos 2\phi (1 - \frac{a}{l}\sin\phi)] \delta_2^2 \\ &= 2\frac{a}{l}\cos\phi + 2(2\sin^2\phi - \frac{a}{l}\sin\phi) \delta_2 \\ &\quad + \frac{1}{(a/l)\cos\phi} \{-2(1 - \frac{a}{l}\sin\phi)(1 - \frac{a}{l}\sin\phi \\ &\quad - \cos^2\phi + \sin^2\phi)\} \delta_2^2 \\ &= 2\frac{a}{l}\cos\phi + 2\sin\phi(2\sin\phi - \frac{a}{l}) \delta_2 \\ &\quad + \frac{1}{(a/l)\cos\phi} \{-2(1 - \frac{a}{l}\sin\phi)(2\sin^2\phi \\ &\quad - \frac{a}{l}\sin\phi)\} \delta_2^2\end{aligned}$$

依て、

$$\begin{aligned}\delta_1 &= \frac{1}{2\{1 - (a/l)\sin\phi\}} [2\delta_2 \cos 2\phi - 2\frac{a}{l}\cos\phi \pm 2\frac{a}{l}\cos\phi \\ &\quad \pm 2\sin\phi(2\sin\phi - \frac{a}{l}) \delta_2 \pm \frac{-2\sin\phi}{(a/l)\cos\phi} \{(1 - \\ &\quad - \frac{a}{l}\sin\phi)(2\sin\phi - \frac{a}{l})\} \delta_2^2] \quad \dots\dots\dots(5)\end{aligned}$$

± $\sqrt{(B^2 - 4AC)}$ の正号をとると、

$$\begin{aligned}\delta_1 &= \frac{1}{1 - (a/l)\sin\phi} \{(1 - 2\sin^2\phi) + (\sin\phi)(2\sin\phi - \frac{a}{l})\} \delta_2 \\ &\quad - \frac{\sin\phi}{(a/l)\cos\phi} (2\sin\phi - \frac{a}{l}) \delta_2^2\end{aligned}$$

[昭和 17 年 2 月]

$$= \delta_2 - \frac{\sin \phi}{(a/l) \cos \phi} 2 \sin \phi - \frac{a}{l} \delta_2^2$$

$$= \delta_2 + \tan \phi (1 - \frac{2l}{a} \sin \phi) \delta_2^2$$

故に

$$\delta_1 = \delta_2 + K \delta_2^2 \quad \dots\dots\dots (6)$$

但し、 $K = \tan \phi (1 - \frac{2l}{a} \sin \phi)$

又負号をとると、

$$\delta_1 = -\frac{2(a/l) \cos \phi}{\{1 - (a/l) \sin \phi\}} + \frac{1}{\{1 - (a/l) \sin \phi\}} (1 - 4 \sin^2 \phi$$

$$+ \frac{a}{l} \sin \phi) \delta_2 - K \delta_2^2 \quad \dots\dots\dots (7)$$

となり、従て δ_2 が零の場合 δ_1 は有限の大きさを有する故本問題の解としては不適當である。依て負号は捨てる。(6) が左右揺枕釣の角変位 δ_1 と δ_2 との関係を與へる式である。揺枕釣の運動を解析するに當り $\delta_1 = \delta_2$ と考へ δ_2^2 の項を省略すればその結果得られる振動の週期の式は我々の得た週期の式 (22) に於て $K=0$ としたものである。併し (22) 式における $K \sin \phi$ の項は他の項に比して高次の微小量ではない故これを省略することは一般には不可である。但し実際上はそのため誤差が余り大きくは無い事が第 7 図及び第 8 図に示す通りである。第 2 図には δ_1 と δ_2 との関係を新公式 (6) 及び在未公式 ($\delta_2 = \delta_1 \cos 2\phi$, 文献 (5) 参照) に依て計算した結果及び実験結果の一例を示す。

第 2 図 左右揺枕釣の角変位 δ_1 と δ_2 との関係

2. 揺枕釣の変位

左右揺枕釣の下端 (第 1 図 C, D) の水平方向の変位を夫々 x_1, x_2 、鉛直方向の変位を夫々 y_1, y_2 とすれば、

$$x_1 = l \{ \sin(\phi + \delta_1) - \sin \phi \}$$

$$= l \{ \delta_1 \cos \phi - (1/2) \delta_1^2 \sin \phi - (1/6) \delta_1^3 \cos \phi + \dots \}$$

$$\approx l \{ \delta_2 \cos \phi + \delta_2^2 (K \cos \phi - (1/2) \sin \phi) \} \quad \dots\dots\dots (8)$$

$$x_2 = l \{ \sin \phi - \sin(\phi - \delta_2) \}$$

$$= l \{ \delta_2 \cos \phi + (1/2) \delta_2^2 \sin \phi - (1/6) \delta_2^3 \cos \phi - \dots \}$$

$$\approx l \{ \delta_2 \cos \phi + (1/2) \delta_2^2 \sin \phi \} \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$y_1 = l \{ \cos \phi - \cos(\phi + \delta_1) \}$$

$$= l \{ \delta_1 \sin \phi + (1/2) \delta_1^2 \cos \phi + (1/6) \delta_1^3 \sin \phi - \dots \}$$

$$\approx l \{ \delta_2 \sin \phi + \delta_2^2 (K \sin \phi + (1/2) \cos \phi) \} \quad \dots\dots\dots (10)$$

$$y_2 = l \{ \cos(\phi - \delta_2) - \cos \phi \}$$

$$= l \{ \delta_2 \sin \phi - (1/2) \delta_2^2 \cos \phi - (1/6) \delta_2^3 \sin \phi + \dots \}$$

$$\approx l \{ \delta_2 \sin \phi - (1/2) \delta_2^2 \cos \phi \} \quad \dots\dots\dots (11)$$

第 8 卷 第 30 号 (第 4 部)]

依て揺枕の中心 0 の水平変位は、

$$x_0 = (1/2)(a + x_1 - x_2) - \{(a/2) - x_2\} = (1/2)(x_1 + x_2)$$

$$= (1/2)[2l\delta_2 \cos \phi + l\delta_2^2 \{K \cos \phi - (1/2) \sin \phi + (1/2) \sin \phi\}]$$

$$= (l/2)(2\delta_2 + K\delta_2^2) \cos \phi \quad \dots\dots\dots (12)$$

同じく鉛直方向の変位は、

$$y_0 = (1/2)(y_1 + y_2) - y_2 = (1/2)(y_1 - y_2)$$

$$= (l/2)(K \sin \phi + \cos \phi) \delta_2^2 \quad \dots\dots\dots (13)$$

同じく角変位は、

$$\psi = \sin \psi = (y_1 + y_2)/a$$

$$= (l/a)(2\delta_2 + K\delta_2^2) \sin \phi \quad \dots\dots\dots (14)$$

3. 重心の変位

重心 G の変位は前項 x_0, y_0, ψ より、

水平方向に、

$$x = x_0 - h \sin \psi$$

$$= l \{ \cos \phi - (2h/a) \sin \phi \} \delta_2 + (Kl/2) \{ \cos \phi - (2h/a) \sin \phi \} \delta_2^2$$

$$= A \delta_2 + B \delta_2^2 \approx A \delta_2 \quad \dots\dots\dots (15)$$

鉛直方向に、

$$y = y_0 + h \cos \psi - h$$

然るに、

$$\cos \psi = (1 - \sin^2 \psi)^{1/2} \approx 1 - (1/2) \sin^2 \psi$$

故に

$$y = (l/2) \{ K \sin \phi + \cos \phi - 4h(l/a^2) \sin^2 \phi \} \delta_2^2$$

$$= C \delta_2^2 \quad \dots\dots\dots (16)$$

又角変位は (14) と同じで、

$$\psi = (l/a)(2\delta_2 + K\delta_2^2) \sin \phi$$

$$= D \delta_2 + E \delta_2^2 \approx D \delta_2 \quad \dots\dots\dots (17)$$

茲に、

$$A = l \{ \cos \phi - (2h/a) \sin \phi \}$$

$$B = (Kl/2) \{ \cos \phi - (2h/a) \sin \phi \}$$

$$C = (l/2) \{ K \sin \phi + \cos \phi - 4h(l/a^2) \sin^2 \phi \}$$

$$D = (2l/a) \sin \phi$$

$$E = (Kl/a) \sin \phi \quad \text{且、} K = \tan \phi \{ 1 - (2l/a) \sin \phi \}$$

と置く、

4. 振動の週期

揺枕釣機構の自己振動週期を揺枕釣ピンの摩擦その他の減衰摩擦抵抗及び左右揺枕釣の質量を省略して求めると次の通りである。

重心 G の変位は前項より、

$$x = A \delta_2, \quad y = \delta_2^2, \quad \psi = D \delta_2$$

$$\dot{x} = A \dot{\delta}_2, \quad \dot{y} = 2C \delta_2 \dot{\delta}_2, \quad \dot{\psi} = D \dot{\delta}_2$$

依て本振動系の運動のエネルギーは、

$$K.E. = (1/2) M (\dot{x}^2 + \dot{y}^2) + (1/2) I \dot{\psi}^2$$

$$= (1/2)M(A^2\dot{\delta}_2^2 + 4C^2\dot{\delta}_2^2 + k^2D^2\dot{\delta}_2^2) \\ \equiv (1/2)M(A^2 + k^2D^2)\dot{\delta}_2^2 \dots\dots\dots(18)$$

但し、 $\begin{cases} M: \text{振動部分の質量 (揺枕鈎の質量を除く)} \\ k: \text{重心の周りの回轉半径} \end{cases}$

位置のエネルギーは、

$$P.E. = Mgy = MgC\dot{\delta}_2^2 \dots\dots\dots(19)$$

依てエネルギー保存の法則により、

$$K.E. + P.E. = (1/2)M(A^2 + k^2D^2)\dot{\delta}_2^2 + MgC\dot{\delta}_2^2 = \text{一定} \dots\dots\dots(20)$$

上式の両辺を時間 t に就て微分すると、

$$M(A^2 + k^2D^2)\dot{\delta}_2\ddot{\delta}_2 + MgC2\dot{\delta}_2\ddot{\delta}_2 = 0$$

一般に $\dot{\delta}_2 \neq 0$ 故

$$(A^2 + k^2D^2)\ddot{\delta}_2 + 2gC\dot{\delta}_2 = 0$$

即ち、

$$\ddot{\delta}_2 + \frac{2gC}{A^2 + k^2D^2}\dot{\delta}_2 = 0 \dots\dots\dots(21)$$

従て自己振動の週期は、

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{A^2 + k^2D^2}{2gC}} \\ = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g} \cdot \frac{\{\cos\phi - (2h/a)\sin\phi\}^2 + 4(k/a)^2\sin^2\phi}{K\sin\phi + \cos\phi - 4h(l/a^2)\sin^2\phi}} \dots\dots\dots(22)$$

上式を更に簡単にすれば次の様になる。即ち上式の平方根の中に於て l/g より右の部分は K に元の値を入れ且分母子を共に $\sin^2\phi$ で割れば、

$$\frac{\{\cot\phi + (2h/a)\}^2 + 4(k/a)^2}{[\tan\phi\{1 - (2l/a)\sin\phi\}\sin\phi + \cos\phi - 4h(l/a^2)\sin^2\phi]\sin^2\phi}$$

然るに上式の分母は、

$$\begin{aligned} & (\tan\phi/\sin\phi)\{1 - (2l/a)\sin\phi\} + (\cos\phi/\sin^2\phi) - 4h(l/a^2) \\ & = (1/\cos\phi) - (2l/a)(\sin\phi/\cos\phi) + (\cos\phi/\sin^2\phi) - 4h(l/a^2) \\ & = \{1/(\sin^2\phi\cos\phi)\} - (2l/a)\tan\phi - 4h(l/a^2) \\ & = \sec\phi\operatorname{cosec}^2\phi - (2l/a)\{\tan\phi + (2h/a)\} \end{aligned}$$

従て自己振動の週期の式 (22) は

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g} \cdot \frac{\{\cot\phi - (2h/a)\}^2 + 4(k/a)^2}{\sec\phi\operatorname{cosec}^2\phi - (2l/a)\{\tan\phi + (2h/a)\}}} \dots\dots\dots(23)$$

従て相当単振子の長さは、

$$L = l \cdot \frac{\{\cot\phi - (2h/a)\}^2 + 4(k/a)^2}{\sec\phi\operatorname{cosec}^2\phi - (2l/a)\{\tan\phi + (2h/a)\}} \dots\dots\dots(24)$$

5. 特別の場合

1) 懸垂角 $\phi=0$ の場合 この場合 $\phi=0$ を (23) に代入すれば振動の週期は $T=2\pi\sqrt{l/g}$ 即ち、 $L=l$ なる長さを有する単振子の週期と一致することがわかる。但しこの場合 (23) に $\phi=0$ を直接代入すると不定形となる故元の式 (22) を使用する必要がある。

□ $l\sin\phi=a/2$ の場合 これは第 3 図の如く左右揺枕鈎の懸垂点が一 A に合致した場合で

$$\tan\phi = a/\{2(S+h)\}, \cot\phi = 2(S+h)/a, \sec\phi = l/(S+h), \\ \operatorname{cosec}\phi = 2l/a, \text{ 又 } l^2 = (a/2)^2 + (S+h)^2$$

である故、相当単振子の長さの式 (24) に於て、

$$\begin{aligned} \text{分子} &= \{(2S+2h)/a - 2h/a\}^2 + 4(k/a)^2 = (4/a^2)(S^2 + k^2) \\ \text{又 分母} &= \{l/(S+h)\}(4l^2/a^2) - (2l/a)[a/\{2(S+h)\} + 2h/a] \\ &= (4l/a^2)[l^2/(S+h) - h - \{l/(S+h)\}(a^2/4l)] \\ &= (4l/a^2)[4l^2 - 4h(S+h) - a^2]/\{4(S+h)\} \end{aligned}$$

第 3 図 $l\sin\phi=a/2$ の場合

第 4 図 重心の径路の曲率半径

$$\begin{aligned} &= (4l/a^2)[4\{(a/2)^2 + (S+h)^2\} - 4h(S+h) \\ &\quad - a^2]/\{4(S+h)\} \\ &= 4lS/a^2 \end{aligned}$$

従て (24) はこの場合

$$L = (S^2 + k^2)/S$$

となる。即ちこれは普通の物理振子の場合でその週期は

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{S^2 + k^2}{gS}}$$

である。

6. 重心の径路の曲率半径

重心或は揺枕の中心線上の任意の点の振動中における径路の曲率半径は次の様にして求めることができる。即ち、考へんとする点の水平及び鉛直方向の変位を夫々 x, y とすれば曲率半径は

$$R = (1 + \dot{y}^2)^{3/2}/\ddot{y}$$

で表はされる。但し、 $\dot{y} = dy/dx$, $\ddot{y} = d^2y/dx^2$

然るに

$$x = A\dot{\delta}_2, \quad x^2 = A^2\dot{\delta}_2^2$$

$$y = C\dot{\delta}_2^2 = (C/A^2)x^2$$

$$\dot{y} = 2(C/A^2)x, \quad \ddot{y} = 2(C/A^2)$$

故に

$$R = \{1 + 4(C^2/A^4)x^2\}^{3/2} / (2C/A) \dots\dots\dots(25)$$

特に $x=0$ の線、即ち中心線上においては

$$R = A^2/2C$$

A 及び C に元の値を代入すれば

$$R = l \frac{\{\cot\phi - (2h/a)\}^2}{\sec\phi \cos^2\phi - (2l/a)\{\tan\phi + (2h/a)\}} \dots\dots\dots(26)$$

第4図に揺枕の中心線上種々の点の振動中における径路の一例を示す。

尚、(15) において

$$x = l\{\delta_2 + (K/2)\delta_2^2\}\{\cos\phi - (2h/a)\sin\phi\} = 0$$

と置けば

$$\cos\phi - (2h/a)\sin\phi = 0$$

故に

$$h = (a/2)\cot\phi \dots\dots\dots(27)$$

これは左右揺枕釣の延長線の交点であるが(27)を(26)に代入すればこの点の曲率半径は零であることが知れる。従てこの点に重心がある場合には重心は単に上下運動と回轉運動とのみを行ふ。

7. 実験結果と解析結果との比較

以上述べた解析結果の正否を確かめるために揺枕釣の模型を製作して実験を行った。実験装置は第5図に示す通りで、重心の高 h 、質量 M 、回轉半径 k 、揺枕釣の懸垂角 ϕ

第5図 実験装置

第6図 実験結果と解析結果との比較

第7図 新公式と在来諸公式との比較 (I)
(模型実験の場合における懸垂角 ϕ の影響)

第8巻 第30号 (第4部)]

等を任意に変へ得る構造とし、尚、揺枕釣ピンの部分は支え双として摩擦の影響を出来得るだけ小ならしめた。

実験は第1表に示す寸法の各組合せにつき懸垂角 ϕ を種々に変へて振動を行はせ望遠鏡と秒時計とを用ひて週期 T を精密に測定した。実験の結果を新公式に依る計算値と比較した一例が第6図であるが両者は極めてよく一致してゐる。

第7図及び第8図は新公式と在来諸公式(第7, 8, 9図中 A とあるは脚註(5)の公

第8図 新公式と在来諸公式との比較 (II)
(現車の場合における懸垂角 ϕ の影響)

第 1 表

	実験 A 組	実験 B 組	実験 C 組
揺枕釣の長さ l cm	11	左に同じ	左に同じ
揺枕の長さ a cm	32	〃	〃
質 量 M kg	4.4	14.4	24.4
重心の高さ h cm	7.3	14.52	19.17
回轉半径 k cm	15.89	11.05	10.63

式、 B とあるは脚註 (6) の公式による計算値) とを模型実験の場合及び実際の車輛の場合 (満鉄標準型 4 輪ボギー台車 $h=1.3$ m, $k=1.5$ m, $l=0.275$ m, $a=1.53$ m) に就て比較した一例でこれらの図は揺枕釣の懸垂角 ϕ と遅期 T との関係を示したものであるが両公式の間にはかなりの差異が認められる。第 9 図には実際の車輛に就て揺枕釣の長さ l を変へた場合遅期 T がそれに依て如何に影響されるかを示してある。この場合にも新公式と在末諸公式との間には相當の差異あることがわかる。

(昭和 16 年 11 月 15 日受付)

第 9 図 新公式と在末諸公式との比較 (III)
(現車の場合における揺枕釣の長さ l の影響)

インボリュート歯車の嚙合における偏心の影響に関する解析的研究 (第 3 報)⁽¹⁾

(特に滑り速度及び滑り率に及ぶ影響に就て)

(昭和 13 年 10 月 14 日 第 10 回滿洲地方講演會に於て講演)

正 員 浅 野 友 一⁽²⁾

摘 要

本報に於ては前論文⁽³⁾に引続きインボリュート歯車の製作又は取付等の際生ずる多少の偏心が歯面間の滑り速度及び滑り率等に如何に影響するかに就て解析を試みた。而してやはり前論文と同様これを (1) 両方共外側嚙合歯車の場合、(2) 供車が歯竿の場合、(3) 原車が歯竿の場合、(4) 供車が内側歯車の場合、(5) 原車が内側歯車の場合 に対して夫々の公式を導びいた。

9. 滑り速度に及ぶ影響⁽⁴⁾

前報⁽³⁾における第 1 図に引続き第 25 図に於て P を原車と供車との歯形の接点とし、 PQ をその点における原車の接線速度、 PR を同じく供車の接線速度とする。両方の歯形が確実に接触を保ちつゝ運動する場合に就て考へてゐる故両方の基円の共通接線 EF の方向における PQ 及び PR の分速度 PS が互に相等しいこと、及び、これに直角の方向、即ち、両方の歯形の共通接線の方向における夫々の分速度 QS , RS の差 QR が接点における両方の歯面間の滑り速度であることは何れも機構学上明らかである。又両基円の共通接線 EF と両歯車の回轉中心の連結線 AB との交点を G とすれば滑り速度は

$$QR = (\omega_1 + \omega_2)PG \dots\dots\dots(190)$$

であらはされることも機構学上明らかである。但し、 ω_1 及び ω_2 は原車及び供車の角速度である。計算を簡単にするため上式を次の様に変形する。

$$\begin{aligned} QR &= \omega_1(1 + \omega_2/\omega_1)PG = \omega_1(1 + AG/BG)PG \\ &= \omega_2\{(BG + AG)/BG\}PG = \omega_1(l/BG)PG \\ &= \omega_1 l PG / \lambda_0 \dots\dots\dots(191) \end{aligned}$$

本節に於てはこの式を基礎として滑り速度に及ぶ偏心の影響を解析することとする。

第 25 図から

$$PG = PE - GE \dots\dots\dots(192)$$

N を今考へてゐる歯形の基円上における点とし且、角 $ECN = \alpha$ とおけばインボリュート曲線の性質上 $PE = r_1 \alpha$ である。而して原車の基円の周上に相等しいピッチで刻まれてゐる各、の歯形はその基円の中心 C に対しては何れも対

[昭和 17 年 2 月]

(1) Analytical Study on the Eccentric-Gearing of Involute Teeth, (3rd Report). (2) Tomokazu ASANO, Member, The Ryojun College of Engineering, 旅順工科大学。

(3) 機械学会論文集、4 巻 15 号 (昭 13-5) 及び 5 巻 18 号 (昭 14-2). (4) 混同を避けるため標題等はずべて前論文よりの通し番号とした。