附 記

本文(第2報)の式の中の常数で吟味不足のものがあつたので下記の様に訂正する。

機械学会論文集第2巻第7号(昭和11年5月)230頁、右側、下から6及び5行目の α, β は次の様になる。

$$\alpha = \frac{1}{2A} \left\{ (A' - B) + \sqrt{(A' - B)^2 + 4AB'} \right\} \\ = \frac{E(1-\lambda) + a(1-\mu^2)}{E + a(1-\mu^2)}$$

$$\beta = \frac{1}{2A} \left\{ (A' - B) - \sqrt{(A' - B)^2 + 4AB'} \right\} = -1$$

従てその次に来る(9),(10),(11),(12)及び(16')式では何れも $\beta = -1$ となる。又(15)及びその前の式では $\beta = -1$ とすると同時に $(r_g^{\beta+1} - r_i^{\beta+1})/(1+\beta)$ の代りに $(\log r_g - \log r_i)$ とせねばならない。同様に234頁の(10'),(11'),(12')及び235頁の(33)式に於ても $\beta = -1$ と訂正する。

(昭和17年2月25日受付)

円筒に関する塑性理論並に焼嵌め及び力嵌めに 関する計算式に就て (第4報)⁽¹⁾

(昭和16年7月24日 関西支部講演會に於て講演)

正 員 永 島 菊 三 郎⁽²⁾

摘 要

円筒の外側に水圧を受けその一部分に塑性変形を生ずる場合に関する Siebel 及び Vieregge の実験結果と本文第3報の計算式に依る結果を比較し、尙筆者が行つた円筒の焼嵌め実験に於て、内側円筒に塑性歪を生ずる場合の実験結果と本文第3報の計算式に依る結果を比較した。その結果、計算式に依る結果は何れの場合に於ても相當良く実験結果と一致することが明らかにされた。

1. 緒 言

本文第1報乃至第3報⁽³⁾に於て、塑性理論に依て円筒の一部分に塑性変形を生じた場合の解を求め、これを用ひて二つの円筒が互に焼嵌め或は力嵌めされた場合に、内外の円筒の一方或は両方に塑性変形を生じた場合の計算式を示した。この計算式に依る結果は、中実軸を力嵌めした円筒の一部分が降伏する場合に対し実験結果と良く一致する⁽⁴⁾事は既に示して置いた通りである。本文に於ては円筒の外側に水圧を受ける場合に生ずる円筒内の体積の変化と外圧との關係に就て上記の塑性理論に依る計算結果と Siebel 及び Vieregge の実験結果⁽⁵⁾を比較し、円筒が外圧を受ける場合にも内部摩擦説を用ひて良い事を明らかにした。尙円筒の外側に焼嵌めに依る圧力を受ける場合にも、内部摩擦説を用ひた上記の計算結果が実験結果と一致するや否やを確かめる目的を以て内外二つの円筒の焼嵌め実験を行ひ、この実験の結果と計算結果とを比較した。併し乍ら本実験に於ては円筒の外側に焼嵌めに

依る圧力を受ける場合に、果して内部摩擦説で説明し得る如く、円筒内に軸方向に伸を生ずる様に迂りを生ずるや否やを知る事を主な目的としたために、外側円筒には弾性歪のみを生ずる様にその材質及び寸法を選び、且相當大きい焼嵌め代を與へて焼嵌めし、内側円筒に充分塑性歪を生ずる様にした。

2. 円筒の外圧に水圧を受ける場合の計算結果と Siebel 及び Vieregge の実験結果⁽⁵⁾との比較

円筒の外径と内径の比 $n=2$ 及び 1.5 の場合に就て、第3報3,(4)の計算式を用ひ外圧 p_0 と内径における歪 ϵ_{0i} との關係を求めれば第1図に示す結果を得。次に

V = 円筒内面の体積

ΔV = 外圧 p_0 に依る V の変化

とすれば、 ΔV は次式で與へられる。

$$\frac{\Delta V}{V} = 2\epsilon_{0i} + \epsilon_z \dots\dots\dots(1)^{(6)}$$

上式に第1図に示す ϵ_{0i} の値及び ϵ_z を計算する時に求めた ϵ_z の値を代入して ΔV と p_0 との關係を求め、これを図示すれば第2図を得。今 Siebel 及び Vieregge の実験した A 鋼($\sigma_y = 25.2 \text{ kg/mm}^2$, $\sigma_B = 48.8 \text{ kg/mm}^2$)及び B 鋼

(1) On the Theory of Plasticity applied to the Hollow Cylinder and the Theory of Force-Fits (The 4th Reports).

(2) Kikusaburō NAGASHIMA, Member, Sumitomo Metal Industries. 住友金属工業會社プロペラ製造所。 (3) 機械学会論文集、1巻3号196頁(昭10-8)、同2巻7号229頁(昭11-5)及び本号。

(4) 筆者、力嵌めに関する研究、機械学会論文集、3巻13号283頁(昭12-11)。

(5) E. Siebel und H. F. Vieregge, Ueber die Abhängigkeit des Fließbeginns von Spannungsverteilung und Werkstoff, Mitteilung aus dem K. W. I. für Eisenforsch., Bd. 16 (1934) 225 頁。

(6) 本式は次の様に簡単に求め得。今円筒の長さを l とすれば
 $V = \pi r_i^2 l$, $\Delta V = \pi (r_i + \epsilon_{0i} r_i)^2 (l + \epsilon_z l) - \pi r_i^2 l$

上式に於て ϵ_{0i} , ϵ_z の2次以上の項を省略すれば

$\Delta V = 2\pi r_i^2 \epsilon_{0i} l + \pi r_i^2 \epsilon_z l$ と成り $\frac{\Delta V}{V} = 2\epsilon_{0i} + \epsilon_z$ を得。

[昭和17年5月]

 第 1 図 外圧 p_0 と内径における変形 $\epsilon_{\theta i}$ との関係
($n=2, 1.5$ の円筒の場合)

($\sigma_y = 37.7 \text{ kg/mm}^2$, $\sigma_B = 75.0 \text{ kg/mm}^2$) に就て、この計算結果と実験結果⁽⁷⁾と比較すれば第 3 図のようになる。本図の計算に於ては $E = 2 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ とし、 $\sigma_y = 25.2$ 及び 37.7 kg/mm^2 とした。尚点線に示す結果は A 鋼 $n=2$ の場合に $\sigma_y = 23.7 \text{ kg/mm}^2$, B 鋼 $n=1.5$ の場合に 36.2 kg/mm^2 とした場合で、これ等は一層良く実験結果と一致してゐるが、降伏点に於て 25.2 と 23.7 kg/mm^2 或は 37.7 と 36.2 kg/mm^2 程度の差は同一材料の引張試験結果でも屢、起り得る程度である。従て第 3 報に示す計算式に依る結果は、この範囲に於て、実験結果と良く一致すると云ふ事ができる。尚外圧を受ける円筒が降伏し始める点は本文の計算と一致し難いが、この点は円筒の厚さの小さい程実験結果が計算結果と一致し難い事⁽⁸⁾と同様に次の理由に依るものと考へられる。一般に降伏点を有する鋼の構造物が、一樣でない応力状態にある場合には、構造物内の一点における応力が降伏点に達しても直ちに降伏現象を起さず、降伏点以上の応力を生ずる場所が或面積以上になつた時に初めて降伏現象を生ずるものと考へられる。従て斯様な場合に降伏現象を起し始めるときの最大応力を以て Siebel 等の様に上位降伏点と称するならば、この上位降伏点は材料の性質、歪を與へる速度等に依るのみならず、応力分布状態に依て変る値であつて、引張試験における下位降伏点に対する上位降伏点とは別の意味を有する事に注意せねばならぬ。この点に関しては更に進んだ研究が必要である。

3. 焼嵌め実験用の試験片並に実験方法

焼嵌め実験に供した試験用円筒の化学成分を第 1 表に、熱

(7) 脚註 (5) の論文第 10, 12 図参照。

(8) 脚註 (5) の論文参照。

 第 2 図 外圧 p_0 と内面の体積変化 $\Delta V/V$ との関係
($n=2, 1.5$ の円筒の場合)

 第 3 図 円筒の外面に水圧が作用する場合に生ずる
円筒内の体積の変化と圧力との関係

処理と引張及び圧縮試験結果を第 2 表に示し、その顕微鏡組織を第 4 図に示す。外側円筒及び内側円筒の外見は第 5, 6 図の写眞に示すやうで、外側円筒は内外面を研磨仕上し、内側円筒は内外面並に両端面を研磨仕上し、夫々の面における寸法を正確に測定し得る様にした。これ等の円筒の寸法を第 7 図に示す様に軸方向にて 3 箇所、互に直角をなす二つの直径を測り、これ等の平均値を以て夫々の直径とした。内側円

筒の長さは円周上4箇所の位置で測定した。これ等の寸法の測定には Genevoise 製測定機及び Carl Zeiss 製水平式コンパレータを用いた。

本実験に於ては先づ上述の様に内外円筒の内外径を測定し、これ等を適當に組合せ OC 鋼の場合には焼嵌め代が約 2.5%、2C 鋼の場合には約 3% になる様にした。次に外側円筒を約 400°C に加熱した後内側円筒に焼嵌めし空气中で冷却した。斯様に焼嵌め代が相當大きいので、焼嵌め温度がかなり高くこれを空中冷却するため、只焼嵌め温度まで熱した後空中冷却したために生ずる外側円筒の変形を知る目的を以て、外側円筒と同様のものを別に用意し、外側円筒と同時に加熱し、且同様に空中冷却してその内外径の変化を調べて置いた。焼嵌めした後の試験片の形状は第8図に示す様である。これの外側円筒の外径、内側円筒の内径及び長さを測定し、焼嵌めに依て内外の円筒に生じた変形を求めた。次に外側円筒を切り内側円筒を拔出してこれの内外径及び長さを測定し、内側円筒に焼嵌めによつて生じた永久歪を求めた。尙斯様な実験を終へた試験用円筒を約 200°C で 1h 加熱した後長手方向に切断し、Fry の液で腐蝕し断面の歪模様を見て内側円筒に軸方向に伸びる

第4図 (a) 内側円筒 OC 鋼の顕微鏡組織 (100 倍)

第4図 (b) 内側円筒 2C 鋼の顕微鏡組織 (100 倍)

第5図 焼嵌め試験用外側円筒

第6図 焼嵌め試験用内側円筒

第7図 寸法の測定位置

第1表 試験片材料の化学分析の結果

材 料	化 学 成 分 (%)					
	C	Si	Mn	P	S	Cu
外側円筒	0.37	0.24	0.69	0.035	0.027	0.11
内側円筒 OC 鋼	0.04	Trace	0.08	0.004	0.027	0.10
内側円筒 2C 鋼	0.26	0.26	0.55	0.017	0.010	0.09

第8図 焼嵌め後の試験片

第2表 材料試験の結果

材 料	熱 処 理	引 張 試 験 結 果					圧縮試験結果	
		降伏点 kg/mm ²	引張強さ kg/mm ²	伸 率 %	断面縮率 %	弾性係数 10 ⁴ kg/mm ²	降伏点 kg/mm ²	弾性係数 10 ⁴ kg/mm ²
外 側 円 筒	830°C × 60mn → 空冷	36.1	64.7	20.2	53.2	2.08	—	—
内側円筒 OC 鋼	900°C × 60mn → 空冷	—	32.9	41.5	83.0	1.98	17.3	2.08
内側円筒 2C 鋼	900°C × 60mn → 空冷	31.9	51.2	34.3	63.9	2.01	33.7	2.14

[昭和 17 年 5 月]

様な迂りを生じた事を確かめた。

4. 焼嵌め実験の結果

外側円筒と同様の円筒を焼嵌め温度 (約 400°C) 迄熱した後空気で冷却した場合に生ずる変形は第 3 表に示す様である。この結果に依り斯様な加熱冷却に依て、外側円筒は全体として約 0.004 mm 縮む事が窺へる。

焼嵌めの前後における外側円筒の外径を測定した結果は第 4 表に示す通りであつて、焼嵌めに依て外側円筒の外面に生

ずる直径の変化は OC 鋼及び 2C 鋼の場合に夫々 0.013 mm 及び 0.029 mm と成る。この表で測定のみ、の焼嵌め代とは、焼嵌めの前の外側円筒の内径と内側円筒の外径から求めた焼嵌め代を示し、補正した値とはこの値に外側円筒が加熱冷却に依り 0.004 mm 縮む事を加算した値を示すものである。同様に焼嵌めに依る内側円筒内面に生ずる変形を求めた結果は第 5 表に示す通りである。尚外側円筒を切り内側円筒を抜出した後、円筒の寸法を測定した結果から求めた内側円筒の永久歪は第 6 表に示す様である。内側円筒の長さの変化を測

第 3 表 焼嵌め試験片の寸法測定結果 (その 1)

焼嵌め温度に熱しそのまゝ空冷した外側円筒の変形						
試験片の 番号	外 径 mm			内 径 mm		
	実験前	実験後	変 形	実験前	実験後	変 形
No. 46	83.996	83.999	+0.003	42.008	42.004	-0.004
No. 47	84.004	84.008	+0.004	42.006	41.997	-0.009
No. 48	84.000	84.003	+0.003	42.014	42.005	-0.009
平 均			+0.003			-0.007

第 4 表 焼嵌め試験片の寸法測定結果 (その 2)

外側円筒の焼嵌めに依る変形						
試験片の番号		焼嵌め代 %		外側円筒の外径 mm		
外 側 円 筒	内 側 円 筒	測定 のまゝ	補正 せる値	焼嵌 め前	焼嵌 め後	変 形
No. 53	No. 2	2.38	2.48	83.936	83.949	+0.013
No. 58	No. 3	2.40	2.50	83.960	83.971	+0.011
No. 54	No. 5	2.40	2.50	83.943	83.959	+0.016
平 均		2.39	2.49			+0.013
No. 51	No. 7	3.19	3.26	83.952	83.982	+0.030
No. 55	No. 8	3.14	3.24	83.965	83.993	+0.028
No. 52	No. 9	3.12	3.21	83.971	84.001	+0.030
平 均		3.15	3.24			+0.029

第 5 表 焼嵌め試験片の寸法測定結果 (その 3)

内側円筒の焼嵌めに依る変形						
材 質	試験片 の番号	焼嵌め代 %		内側円筒の内径 mm		
		測定 のまゝ	補正 せる値	焼嵌 め前	焼嵌 め後	変 形
OC 鋼	No. 2	2.38	2.48	28.003	27.903	-0.100
	No. 3	2.40	2.50	28.035	27.931	-0.104
	No. 5	2.40	2.50	28.013	27.919	-0.094
	平 均	2.39	2.49			-0.099
2C 鋼	No. 7	3.19	3.26	27.998	27.883	-0.115
	No. 8	3.14	3.24	28.002	27.887	-0.115
	No. 9	3.12	3.21	28.006	27.897	-0.109
	平 均	3.15	3.24			-0.113

第 6 表 焼嵌め試験片の寸法測定結果 (その 4)

焼嵌めに依て内側円筒に生ずる永久歪						
材 質	試験片 の番号	内 径 mm			外 径 mm	
		焼嵌 め前	拔出後	変 形	焼嵌 め前	拔出後
OC 鋼	No. 2	28.003	27.914	-0.089	42.098	42.024
	No. 3	28.035	27.944	-0.091	42.098	42.025
	No. 5	28.013	27.932	-0.081	42.096	42.035
	平 均			-0.087		
2C 鋼	No. 7	27.998	27.915	-0.083	42.135	42.077
	No. 8	28.002	27.922	-0.080	42.132	42.081
	No. 9	28.006	27.923	-0.083	42.135	42.079
	平 均			-0.082		

第 7 表 焼嵌め試験片の寸法測定結果 (その 5)

内側円筒の長さの変化						
材 質	試験片 の番号	内 側 円 筒 の 長 さ mm				
		焼嵌 め前	焼嵌 め後	焼嵌めに 依る変形	拔出後	永久 変形
OC 鋼	No. 2	27.000	27.047	+0.047	27.045	+0.045
	No. 3	26.997	27.041	+0.044	27.040	+0.043
	No. 5	26.999	27.043	+0.044	27.039	+0.040
	平 均			+0.045		+0.043
2C 鋼	No. 7	27.018	27.066	+0.048	27.062	+0.044
	No. 8	27.010	27.057	+0.047	27.051	+0.041
	No. 9	27.005	27.051	+0.046	27.045	+0.040
	平 均			+0.047		+0.042

第 8 表 内側円筒の永久歪

材 質	内 径		外 径		長 さ	
	変 形 mm	歪 $\epsilon_{0.1}''$	変 形 mm	歪 $\epsilon_{0.1}''$	変 形 mm	歪 $\epsilon_{0.1}''$
OC 鋼	-0.087	$\begin{cases} -3.1 \\ \times 10^{-3} \end{cases}$	-0.069	$\begin{cases} -1.6 \\ \times 10^{-3} \end{cases}$	+0.043	$\begin{cases} 1.6 \\ \times 10^{-3} \end{cases}$
2C 鋼	-0.082	$\begin{cases} -2.9 \\ \times 10^{-3} \end{cases}$	-0.055	$\begin{cases} -1.3 \\ \times 10^{-3} \end{cases}$	+0.042	$\begin{cases} 1.6 \\ \times 10^{-3} \end{cases}$

定した結果は第7表に示す通りで、これ等の表から與へられる永久歪を一纏めにして第8表に示す。今円筒の体積を V とし、永久歪に依る V の変化を ΔV とすれば (1) 式と同様に

$$\frac{\Delta V}{V} = (2\varepsilon_{00}'' + \varepsilon_z'') - (2\varepsilon_{0i}'' + \varepsilon_z'') = 2(\varepsilon_{00}'' - \varepsilon_{0i}'') \quad (2)$$

で表はされる。上式に第8表の結果を代入すれば OC 鋼の場合には $\Delta V/V = 3.0 \times 10^{-3}$ 、2C 鋼の場合には $\Delta V/V = 3.2 \times 10^{-3}$ と成り、何れも体積が増加してゐる。これ等は円筒の内外面における軸方向の歪を等しいと仮定したために生じた誤差及び寸法測定上の誤差等を含むために確かな数字とは云ひ難いが、体積が増加する傾向にある事は確かであらう。

第9図 内側円筒断面の歪模様
(OC 鋼の場合の例)

焼嵌め実験後内側円筒を拔出し、軸方向断面の歪模様を採つた一例を第9図に示す。本図及び第7表の結果より、焼嵌めに依る外圧のために、円筒には長手の方向に伸びる様な歪を生じてゐる事が解る。従てこれ等の実験結果から、焼嵌めに依る外圧を受ける円筒の場合にも内部摩擦説を用ひて誤り無い事が窺ひ得る。

5. 計算結果と実験結果の比較

内側円筒が全部降伏状態に達した場合の焼嵌め圧力を第3報3(2), (3)の計算式に依て求むれば

$$p_0 = 0.373 \sigma_y \quad (3)$$

を得る。第2表に依り 2C 鋼の場合には $\sigma_y \cong 3190 \text{ kg/cm}^2$ 、OC 鋼の場合には圧縮試験結果を用ひ $\sigma_y \cong 1730/1.11 \cong 1550 \text{ kg/cm}^2$ とすれば $p_0 \cong 1190$ 及び 560 kg/cm^2 と成る。これを第9表に焼嵌め圧力として示す。

第9表 計算結果と実験結果の比較(その1)

焼嵌めに依て生ずる外側円筒の変形				
内側円筒 の材質	焼嵌め代 %	焼嵌め圧力 (計算値 kg/cm^2)	外径の変化 mm	
			計算値	実測値
OC 鋼	2.49	1190	0.015	0.013
2C 鋼	3.24	560	0.032	0.029

次に外側円筒の歪を考へる。内側に焼嵌めに依る圧力 p_i を受け弾性歪のみを生ずる場合に、円筒の外面に生ずる円周

方向の歪 ε_{00} は次式で表はされる。

$$\varepsilon_{00} = \frac{2}{E(n^2-1)} p_i \quad (4)$$

茲で n = 円筒の外径と内径の比 である。本実験の外側円筒の場合には $n \cong 84/42 \cong 2$ であつて、 $E = 2.08 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ 、 $\sigma_y = 3610 \text{ kg/cm}^2$ であるから、これ等の値を用ひて計算すれば、外側円筒には弾性歪のみを生じ、 $p_i = 1190$ 及び 560 kg/cm^2 に対し夫々

$$\varepsilon_{00} = (0.381 \text{ 及び } 0.179) \times 10^{-3} \quad (4)'$$

となり、外径の変化を Δd_0 とすれば

$$\Delta d_0 \cong \varepsilon_{00} \times 84 \text{ mm} = (3.2 \text{ 及び } 1.5) \times 10^{-2} \text{ mm} \quad (4)''$$

となる。この計算結果と実測結果と比較すれば第9表に示す様に成り、測定の誤差の範囲内で一致してゐる事が解る。外側円筒の内径における円周方向の歪は

$$\varepsilon_{0i} = \frac{p_i}{E} \left\{ \frac{n^2+1}{n^2-1} + \mu \right\} \quad (5)$$

茲で μ = ポアソン比 (本計算に於ては 0.3 とす) 上式の p_i 、 E 、 n 及び μ に夫々の値を代入すれば

$$\varepsilon_{0i} = \{1.12 \text{ 及び } 0.53\} \times 10^{-3}$$

を得。従て内側円筒の外径に生ずべき円周方向歪 ε_{00}' は焼嵌め代を ε とすれば次式で與へられる。

$$\varepsilon_{00}' = \varepsilon - \varepsilon_{0i} \quad (6)$$

上式の ε 及び ε_{0i} に夫々の値を代入すれば

$$\begin{aligned} 2C \text{ 鋼の場合 } \varepsilon_{00}' &= (3.24 - 1.12) \times 10^{-3} = 2.12 \times 10^{-3} \\ OC \text{ 鋼の場合 } \varepsilon_{00}' &= (2.49 - 0.53) \times 10^{-3} = 1.86 \times 10^{-3} \end{aligned} \quad (6)'$$

となる。然るに前述の第3報3(3)の計算式に依り、内側円筒の外面に丁度降伏点に達した場合に外面に生ずる円周方向歪 ε_{00y} を計算すれば夫々

$$\varepsilon_{00y} = -(1.42 \text{ 及び } 0.69) \times 10^{-3} \quad (7)$$

を得る。但しこの計算では圧縮應力を受ける場合と考へ第2表の結果から $E \cong 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$ とした。この(7)及び(6')式の結果を比較すれば本実験の場合には内側円筒の外側も降伏状態に達してゐる事が解る。

次に内側円筒の軸方向の歪 ε_z を前述の計算式を用ひて計算すれば 2C 鋼及び OC 鋼に対して夫々

$$\varepsilon_z = (1.46 \text{ 及び } 1.64) \times 10^{-3} \quad (8)$$

を得る。従て円筒の長さの変化を Δl とすれば

$$\Delta l \cong \varepsilon_z \times 25 \text{ mm} = (3.7 \text{ 及び } 4.1) \times 10^{-2} \text{ mm} \quad (8)'$$

を得る。同様の計算式を用ひ内側円筒における円周方向歪を求めれば

$$\varepsilon_{0i}' = -(2.96 \text{ 及び } 2.37) \times 10^{-3} \quad (9)$$

となり、内径の変化 Δd_i は次の様になる。

$$\Delta d_i = \varepsilon_{0i}' \times 28 \text{ mm} = -(8.3 \text{ 及び } 6.6) \times 10^{-2} \text{ mm} \quad (9)'$$

(8)', (9)' 式の計算結果と実測の結果とを比較すれば第10表に示す如くに成り、計算値に比較して実験値が 10~30%

[昭和 17 年 5 月]

第 10 表 計算結果と実験結果の比較 (その 2)

焼嵌めに依て生ずる内側円筒の変形				
内側円筒 の材質	内径の変化 mm		長さの変化 mm	
	計算値	実測値	計算値	実測値
OC 鋼	0.066	0.099	0.041	0.045
2C 鋼	0.083	0.113	0.037	0.047

大きい。斯様に実測結果が計算値と一致せず、相當大きい値を示す事に対しては、焼嵌め代の測定誤差、試験片寸法の測定誤差等が全部影響するが、最も大きい影響を與へるものは内側円筒の内径の測定誤差である。焼嵌めに依る内径の変化の実測値が計算値より大きいことの主な原因を内径の測定誤差に依るものと考へれば、前述の第 8 表における ϵ_{0i}'' が大き過ぎそのために円筒の体積が相當増加したと考へねばならなかつた事と同じ原因を以て説明し得るが、第 10 表に示す実測値と計算値の差はこれのみで説明し得る程度より大きい。従て同表より、焼嵌めに依て内側円筒に生ずる歪は計算結果より相當大きい事が解る。

尚 (9) 式に依り内側円筒の内面における円周方向の歪 $\epsilon_{\theta i}$ は約 3×10^{-3} であり、実測結果からこれの 30% 大きい値を考へても尚降伏歪 (降伏点における塑性歪を意味し、本実験の材料では何れも 1% 以上であつ

た) よりも小さい。従て本実験における内側円筒では降伏点を越えた部分も無く全部が降伏域にある事が解り、(3) 式乃至 (9) 式の結果を求めた計算が正しかつた事を確かめ得る。次に (3) 式乃至 (9) 式を求めた計算から内側円筒に生ずる應力を求めれば第 10 図に示す結果を得る。本図の結果に依り軸方向の應力 σ_z は円筒方向應力 σ_{θ} に比較して小さい事が解る。尚 $\sigma_z=0$ とした略算式より p_0 を求めれば

$$p_0 = 0.370 \sigma_y \dots\dots\dots (10)$$

と成り、(3) 式と大差ない結果を與へる事が解る。

6. 結 び

以上述べたところに依り次の事柄が明らかにされた。

(1) 円筒が外側に水圧を受け、その一部分が降伏した場合の應力と歪の関係に対し、計算結果と実験結果が良く一致する。

(2) 焼嵌めに依る外圧を受ける円筒に於ては、軸方向に伸びる様に歪を生ずる。

(3) これ等の結果に依り外圧を受ける円筒の塑性理論に於ても内部摩擦説を用ひ得る事が解る。

終りに本研究に対し御援助と御便宜を與へられた住友金属工業會社プロペラ製造所及び同製鋼所の職員各位に厚く謝意を表す。

(昭和 17 年 2 月 25 日受付)

第 10 図 内側円筒に生ずる應力 σ_{θ} , σ_r , σ_z の分布