管にあけた多くの小孔からの液体の流出⁽¹⁾

(昭和 16 年 12 月 19 日 関西支部第 121 回講演會に於て講演)

正 員 植 松 時 雄⁽²⁾ 外 3 名⁽³⁾

摘 要

眞直な管に沿つてあけた多くの小孔から液体を流出させる装置が、機械工業に於て屢々用ひられてゐる。このやうな装置に於て、小孔からの流量、噴流の方向及び管に沿つての圧力等に就て、実験的並に理論的に研究を行った。その結果理論に依て実験結果を比較的良好に説明することができた。従てこの理論を用ひると総ての小孔からの流量が同一になるやうに、小孔の大きさ等を定めることができる。

1. 緒 言

眞直な管に沿つてあけた多くの小孔から液体を流出させる装置が、機械工業に於て屢々用ひられてゐる。然るにこれに就ての研究は、上水道の配管を対象としたもの⁽⁴⁾以外には無いやうである。

著者等は眞直な管に沿つて 1 列に小孔をあけ、管の一方から水を送り、小孔からの流量、噴流の方向及び管に沿つての圧力分布等に就て理論的並に実験的に研究を行った。

2. 実験装置並に方法

第 1 図は実験装置の略図であつて、第 2 図にその写真が示してある。口径 75 mm の渦巻ポンプ CP に依て、上水槽に水を揚げる。この水槽には溢れ管 OP が取付けてあり、これに依て実験中水槽内の水位を一定に保つやうにした。

第 1 図 実験装置略図

上水槽に仕切弁 V を備へた内径 75 mm の管を取付け、この管の先に試験管 TP を眞直に取附けた。仕切弁 V は試験管内を通る水量を調節する際用ひるのである。

試験管 TP は内面滑らかな鋼管で、第 3 図に示したやうに、一つの管軸を含む平面内に 10 箇の小孔をもつてゐる。この小孔に便宜上流れの方向に従て番号を付け、第 i 番目の小孔に關係した量に i の添字を付けよう。そして夫々の試

第 2 図 実験装置

第 3 図 試験管詳細図

(1) Efflux of Liquid from Small Holes Bored along a Straight Pipe. (2) Tokio UEMATSU, Member. The Osaka Imperial University. 大阪帝国大学. (3) 藤谷夢市, Eiji HODATANI, Associate Member. The Student of the Osaka Imperial University. 大阪帝国大学学生. 細井政義, Masayosi Hosoi, Associate Member. She Student of the Osaka Imperial University. 大阪帝国大学学生. 坂東晃, Akira BANDŌ, Associate Member. The Student of the Osaka Imperial University. 大阪帝国大学学生. (4) F. Wittenbauer, Aufgaben aus der technischen Mechanik, 3. (1921), 46. 物部長穂, 水理学, (昭 8, 170.

験管では小孔の内径 d_i , その中心間の距離 l_i —これを小孔のピッチと言ふ—がいろいろ異なつてゐる。但し最下流の小孔と管末端との距離は総てに対し同一で 138 mm とした。これを簡単に言へば、試験管の内径 d は略同じで、小孔のピッチ 92 mm ($\cong 2d$), 138 mm ($\cong 3d$) 及び 184 mm ($\cong 4d$) のもの 3 本を用意し、夫々の管に先づ $d_i \cong 12$ mm の小孔をあけて実験を行つた後、小孔の内径を $d_i \cong 14$ mm にあけ直

第 1 表 試験管の内径並に小孔の内径及びピッチ

試験管番号	管の内径 d mm	小孔のピッチ		小 孔 の 内 径 d_i mm									
		t_i mm	通 称	$i=1$	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	45.55	92	$2d$	12.00	11.98	11.98	11.98	11.98	11.98	12.00	12.00	12.03	12.00
2	45.58	138	$3d$	11.98	11.98	12.00	12.10	11.98	12.03	11.98	12.08	12.00	12.03
3	45.65	184	$4d$	12.03	11.98	12.00	11.95	12.05	12.00	12.00	12.00	12.00	11.98
4	45.55	92	$2d$	13.90	13.93	13.95	13.93	13.93	13.95	14.03	14.03	13.98	13.93
5	45.58	138	$3d$	13.98	13.93	13.93	13.95	13.98	13.98	13.95	13.98	13.98	13.95
6	45.65	184	$4d$	13.98	13.95	13.95	13.95	13.93	14.00	13.98	13.98	13.98	13.98

第 4 図 記号説明図

して実験を行つた。従て 6 種類の試験管ができたわけである。

夫々の試験管の内径 d 、小孔の内径 d_i 、ピッチ t_i の詳細は第 1 表に示してある。

小孔は円錐面に錐を以てあけたので、詳しく言へば円形ではないが、便宜上管軸の方向及びそれに直角な方向に就て大きさを測り、その平均値を内径 d_i とした。又小孔の縁は尖つてはゐるが、管壁の厚さ（約 2 mm）に略等しい厚さを持つてゐる。

各、の小孔からの流量は、夫々或時間の噴出水を水槽に受取つて重量を測り、時間的平均をとつて求めた。第 i 番目の小孔からの流量を Q_i と書くことにする。

管に沿つての圧力を求めるために、第 3 図で判るやうに、小孔の丁度反対側に内径 1 mm の圧力孔をあけ、これを通常液注計 G に結んだ。圧力は小孔の面を基準にして測り、第 i 番目の小孔の処のものを p_i と書くことにする。

噴流の方向を定めるために、管軸に対し直角な方向からの噴流の傾き角をとり、これを流出角と名付け、第 i 番目の小孔からの噴流に対し α_i とした。 α_i を測定するには、第 5 図のやうに角度計を用ひ、小孔の中心と、小孔の上流側及び下流側からの流れの合すると思はれる点とを結んだ方向から求めた。

これ等の測定は各、の試験管に就て圧力を 3 回變へて行つた。尙参考のために温度計 T で水の温度をも測つた。

実験中における小孔からの流出状況の一例が第 6 図に示してある。

3. 実験結果

小孔からの流量 Q_i を最下流の小孔 $i=n$ 即ち第 10 番目の小孔からの流量 Q_{10} に対する比で表はしてみると 第 7～12 図のやうになつた。この結果小孔からの流量は下流程大

第 5 図 噴流の流出角測定

第 6 図 小孔の液体の流出状況
 $t_i=98$ mm ($\cong 2d$), $d_i=12$ mm

きくなつてゐることが判る。

圧力 p_i を矢張り最下流の小孔、即ち第 10 番目の小孔の処の圧力 p_{10} に対する比で表はしてみると、第 13～18 図の

【昭和 17 年 8 月

第7図 小孔からの流量

第10図 同前

第8図 同前

第11図 同前

第9図 同前

第 12 図 小孔からの流量

第 13 図 管に沿つての圧力分布

やうになつた。流量の場合と同様下流圧力が大きくなつてゐる。

流出角 α_i を各の小孔に就て書いてみると、第 19~24 図のやうになつた。これは流量或は圧力とは逆の下流値小さい値になつてゐる。即ち下流管軸に対し直角に近い方向に流出してゐるのである。

4. 理論的考察

第 4 図に於て第 i 目番と第 $i+1$ 番目の小孔とをとつて考へよう。

第 i 番目の小孔の処へは管内を Q_{i-1}' の水が流れて来て、第 i 番目の小孔から Q_i なる水が流出し、第 $i+1$ 番目の小孔の方へは管内を Q_i' の水が流れて行く。圧力は第 i 番目の小孔の直前では p_i であるが、小孔から Q_i が流出するために小孔の直後では p_i' になる。それ故

$$\frac{p_i}{\gamma} + \frac{1}{2g} \left(\frac{Q_{i-1}'}{F} \right)^2 = \frac{p_i'}{\gamma} + \frac{1}{2g} \left(\frac{Q_i'}{F} \right)^2 \dots\dots\dots (1)^{(5)}$$

但し、 γ : 水の単位体積の重さ

F : 管の横断面積

第 14 図 管に沿つての圧力分布

第 15 図 同 前

(5) この式に於ては $(Q_{i-1}' - Q_i')^2 / 2g$ なる損失を考へるべきであらうが、これを入れると実験結果との相違が大きくなるので書いた。

[昭和 17 年 8 月]

第 16 図 管に沿つての圧力分布

第 17 図 同 前

第 8 卷 第 32 号 (第 3 部)]

第 18 図 同 前

第 19 図 噴流の流出角

第 20 図 同 前

第 21 図 同 前

第 23 図 同 前

第 22 図 同 前

第 24 図 同 前

と書くことができる。

p_i' から p_{i+1} 迄は流体摩擦に依て損失が起るので、

$$\frac{p_i'}{r} = \frac{p_{i+1}}{r} + \lambda_i \frac{t_i}{d} \frac{1}{2g} \left(\frac{Q_i'}{F} \right)^2 \quad (2)$$

但し、 λ_i : 第 i 番目及び第 $i+1$ 番目の小孔の間の流体摩擦係数

と書ける。

小孔からの噴流は、前節で述べた通り管軸に対し直角な方向と或傾きをなしてゐる。これは水が小孔へ来る迄の管内で或大きさの速度を持つてゐると同時に、小孔の処では或大きさの圧力を持つてゐるのに依るのであつて、この圧力が小孔を通して水を押出させると考へる事ができるであらう。従て

$$\frac{1}{2g} \left(\frac{Q_i}{c_i F_i \cos \alpha_i} \right)^2 = \frac{p_i}{r} + \frac{1}{2g} \left(\frac{Q_{i-1}'}{F} \right)^2 \quad (3)$$

$$\tan \alpha_i = \left(\frac{Q_{i-1}'}{F} \right) / \sqrt{2g \frac{p_i}{r}} \quad (4)$$

$$* \quad \frac{Q_i}{Q_{i+1}} = - \frac{(c_i F_i / F)^2}{1 + (c_i F_i / F)^2} \frac{Q_i'}{Q_{i+1}} + \sqrt{\frac{(c_i F_i / F)^2}{1 + (c_i F_i / F)^2} \left(\frac{Q_i'}{Q_{i+1}} \right)^2 \left\{ \frac{(c_i F_i / F)^2}{1 + (c_i F_i / F)^2} + \lambda_i \frac{t_i}{d} \right\} + \frac{(c_i F_i / c_{i+1} F_{i+1})^2}{1 + (c_i F_i / F)^2}} \quad (8)$$

但し、 c_i : 第 i 番目の小孔の流量係数

F_i : 第 i 番目の小孔の面積 とおける。

(3) 式と (4) 式とから α_i を消去すれば、

$$\frac{1}{2g} \left(\frac{Q_i}{c_i F_i} \right)^2 = \frac{p_i}{r} \quad (5)$$

となつて、小孔からの流量とそこの圧力との関係が得られる。

(1), (2) 及び (5) 式から圧力の項を消去し、連続の式

$$Q_{i-1}' = Q_i + Q_i' \quad (6)$$

を用ひて式を整理すれば、

$$\begin{aligned} & \left\{ 1 + \left(\frac{c_i F_i}{F} \right)^2 \right\} \left(\frac{Q_i}{Q_{i+1}} \right)^2 + 2 \left(\frac{c_i F_i}{F} \right)^2 \frac{Q_i'}{Q_{i+1}} \frac{Q}{Q_{i+1}} \\ & = \left(\frac{c_i F_i}{c_{i+1} F_{i+1}} \right)^2 + \lambda_i \frac{t_i}{d} \left(\frac{c_i F_i}{F} \right)^2 \left(\frac{Q_i'}{Q_{i+1}} \right)^2 \end{aligned} \quad (7)$$

となる。(7) 式を解けば *

第2表 第10番目(最下流)の小孔の
流量係数 c_{10} の値

試験 管 の 番 号	1	p_{10}/γ mm	925	676	435
		c_{10}	0.641	0.648	0.649
	2	p_{10}/γ mm	933	668	436
		c_{10}	0.644	0.648	0.656
	3	p_{10}/γ mm	963	678	429
		c_{10}	0.658	0.654	0.659
	4	p_{10}/γ mm	847	621	427
		c_{10}	0.645	0.650	0.652
	5	p_{10}/γ mm	867	645	424
		c_{10}	0.637	0.640	0.647
	6	p_{10}/γ mm	881	639	429
		c_{10}	0.643	0.637	0.644

が得られる。但し Q_i, Q_{i+1} 共に正の値であるから、 Q_i/Q_{i+1} の負の方の値は問題に適しないので捨てある。(8)式に依れば、第 i 番目と第 $i+1$ 番目との小孔からの流量の関係が求まるのである。

次に圧力の関係を求めよう。(1)式と(2)式とから p_i' を消去し、連続の式を用ひれば

$$\frac{p_i/\gamma}{(Q_n/F)^2/2g} = \frac{p_{i+1}/\gamma}{(Q_n/F)^2/2g} + \lambda_i \frac{t_i}{d} \left(\frac{Q_i'}{Q_n} \right)^2 - \frac{Q_i'}{Q_n} \left(\frac{Q_i}{Q_n} + 2 \frac{Q_i'}{Q_n} \right) \dots (9)$$

となつて、第 i 番目と第 $i+1$ 番目との小孔の直前の圧力の関係が得られる。

p_i を知れば、 p_i' は(1)式から容易に次のやうに求まる。

$$\frac{p_i'/\gamma}{(Q_n/F)^2/2g} = \frac{p_i/\gamma}{(Q_n/F)^2/2g} + \frac{Q_i}{Q_n} \left(\frac{Q_i}{Q_n} + 2 \frac{Q_i'}{Q_n} \right) \dots (10)$$

流出角 α_i は(4)式から求まるが、(4)を(5)と連続の式とを用ひて書直した次の関係から求めてもよい。

$$\tan \alpha_i = (1 + Q_i'/Q_i)(c_i F_i/F) \dots (11)$$

以上に依て小孔からの流量、流出角及び管に沿つての圧力分布の関係が求まつたが、これ等の式には、小孔の流量係数 c_i と流体摩擦係数 λ_i とが含まれてゐて、これ等の値を定めなければ数値計算を行ふことができない。

流量係数 c_i は(5)式から

$$c_i = (Q_i/F_i)/(2g p_i/\gamma)$$

で與へられるが、これを最下流の小孔 $i=n$ ——今の場合に

は $i=10$ ——に適用し、実験値を用ひて c_n 即ち c_{10} を定めれば、第2表のやうになつた。これで見ると小孔の大きさ、ピッチ及び圧力等が變つても大体同じ値であるので $c_{10}=0.65$ とおこう。他の小孔に対しては簡単に求まらないので、流量係数 c_i は凡て同一で

$$c_i = 0.65$$

と看做してしまふ。

流体摩擦係数 λ_i は次のやうにして定める。滑らかな管に対する Blasius の公式

$$\lambda_i = 0.3164 R_e^{-0.25}$$

但し、 R_e : レイノルズ数

を用ひて、実験した範囲で λ_i を求めると

$$\lambda_i = 0.0312 \sim 0.0641$$

となつた。それ故

$$\lambda_i = 0.04$$

とし、凡ての場合に同一であると看做してしまふ。

上記のやうにして定めた c_i 及び λ_i を用ひて、流量比 Q_i/Q_{10} 、圧力比 p_i/p_{10} 及び流出角 α_i を(8)、(9)及び(11)式から求めれば、夫々第7~12図、第13~18図及び第19~12図の黒丸で示したやうになる。圧力の方は(10)式に依り p_i'/p_{10} をも求め、理論的な階段状の分布として示してある。実際には圧力はこれ等の中間を通るやうな曲線で表はされるものになるであらう。

これ等の結果に依れば、実験結果を理論に依て大体説明できたと思ふのである。唯流出角が大きい処では、実験と理論との喰違ひが大きくなるが、これは管壁の厚さが小孔の有効流出面積に影響を與へると思はれるのである。この点に就ては次の機会に於て述べたいと思つてゐる。

最後に小孔の流量係数 c_i 及び流体摩擦係数 λ_i の大きさを或程度任意に定めたが、これ等の値が多少變つても流量比、圧力比及び流出角に対し殆ど影響を與へないのである。

5. 結 言

眞直な管に沿つてあけた多くの小孔から液体を流出させたときの流量、圧力分布及び流出角に就て、実験的並に理論的に研究を行つた。その結果実験結果を或程度理論的に説明することができた。尙両者の幾分の不一致は、管壁の厚さに依て小孔の有効流出面積が影響されるのに依ると予想される。

又この結果を用ひると、流量を一様にするための小孔の面積等をも求めることができる。

終りに臨み、本研究に就て御教示にあつた大阪帝国大学教授津枝博士に対し感謝の意を表する次第である。

(昭和17年5月19日受付)