圧縮應力における X 線の應力測定法の吟味⁽¹⁾

(昭和 17 年 9 月 19 日 関西支部第 126 回講演會に於て講演)

正員 西原利夫⁽²⁾ 正員 小島公平⁽³⁾ 外2名⁽⁴⁾

摘 要

5t 松村式多能試験機により試験片に弾性限度内に於て段階的に圧縮荷重を加へ、各階段毎に X 線的方法によりその應力値を測定し、これと機械的に計算した應力値とが測定誤差の範囲内に於て充分よく一致することを認めた。

1. 理論的考察

既に発表された如く⁽⁵⁾、材料表面上の任意の方向の應力 σ_x は、X 線入射方向が材料面に直角な場合並に測定しようとする應力 σ_x の方向に対してある角度だけ傾斜した場合に就て夫々背面反射撮影をなし、得られた 2 枚の干涉輪写真より夫々の原子平面間の距離 d_R , $d_{\phi, \psi}$ を算出すれば次式により求めることが出来る。

$$\sigma_x = \frac{E}{1+\nu} \times \frac{1}{\sin^2 \phi} \times \frac{d_{\phi, \psi} - d_R}{d_R} \dots\dots\dots (1)$$

但し E =弾性係数 ν =ポアソン比

$\phi = \sigma_x$ の方向が主應力 σ_1 の方向となす角

ψ =傾斜撮影に際し材料表面の法線と入射 X 線の間との間の角

d_R =應力状態で法線が材料表面と直交する原子平面間の距離

$d_{\phi, \psi}$ =傾斜撮影の際の入射 X 線の方向の法線を持つ上と同種原子平面間の距離

である。本実験に於ては應力分布は一様で應力は圧縮方向にのみ存在すると考へられる。従て主應力の方向は既知でありこれを測定しようとし、従て $\phi = 0^\circ$ である。又 X 線は Co の $K_{\alpha 1}$ 線 (波長 $= 1.78529 \text{ \AA}$) を用ひ鉄の (3, 1, 0) 面間の距離を測定したため、X 線入射方向と原子平面の法線との間には約 $9^\circ 30'$ の傾きを生ずる。

従て傾斜撮影に際し入射角を 45° とすると、実際に測定されるものは $d_{0^\circ, 9^\circ 5'}$ と $d_{0^\circ, 45^\circ \pm 9^\circ 5'}$ であり、このうち $d_{0^\circ, 45^\circ \pm 9^\circ 5'}$ をとる方が精度がよいのでこの方を採用する。而して測定する應力 σ_1 の X 線の測定値を σ_x , 計算による機械的弾性應力値を σ_M と記して區別すると (1) 式は多少変形されて

$$\sigma_x = \frac{E}{1+\nu} \times \frac{1}{\sin^2 54^\circ 5' - \sin^2 9^\circ 5'} \times \frac{d_{0^\circ, 54^\circ 5'} - d_{0^\circ, 9^\circ 5'}}{d_{0^\circ, 9^\circ 5'}} \dots\dots\dots (2)$$

(1) Discussion of the X-ray Stress measurement under the Compressive Stress. (2) Toshio NISHIHARA, Member. The

Kyoto Imperial University. 京都帝国大学。 (3) Kōhei KOJIMA, Member. The Osaka Imperial University. 大阪帝国大学。

(4) 前山正、Tadasi MAEYAMA, Associate Member. The Student of the Kyoto Imperial University. 京都帝国大学学生。松宮惣一、Souiti MATUMIYA, Associate Member. The Student of the Kyoto Imperial University. 京都帝国大学学生。 (5) 西原、小島、機械

学会論文、5 卷 18 号 159 頁 (昭 14-2)。

となる。或は d の代りに a を用ひ、格子常数の如く考へると (2) は

$$\sigma_x = \frac{E}{1+\nu} \times \frac{1}{\sin^2 54^\circ 5' - \sin^2 9^\circ 5'} \times \frac{a_{0^\circ, 54^\circ 5'} - a_{0^\circ, 9^\circ 5'}}{a_{0^\circ, 9^\circ 5'}} \dots\dots\dots (3)$$

となる。(3) に於て弾性係数 $E = 21000 \text{ kg/mm}^2$ 及び $\nu = 0.28$ を假定してそれ等の値を入れ、更に $a_{0^\circ, 9^\circ 5'}$ として、 α 鉄の格子常数 $2.8607 \text{ \AA}$ を用ひても σ_x の値には 0.1% 以内の誤差しか生じなく充分無視し得るから、この値を用ひると、

$$\sigma_x = 9.024(a_{0^\circ, 54^\circ 5'} - a_{0^\circ, 9^\circ 5'}) \times 10^3 \text{ kg/mm}^2 \dots\dots\dots (4)$$

となる。但し a は $\text{\AA}$ 単位にて表はす。

2. 実験装置

測定器は前回使用のものと同じにして⁽⁶⁾、又荷重は松村式 5t 多能試験機により圧縮方向に加へた。而して種々の圧縮状態に於て X 線的に應力を測定した。装置の写真を第 1 図に示す。又その X 線発生用電気結線図を第 2 図に示す。図に於て、

A_1 : 1 次回路電流計、 V_1 : 1 次回路電圧計

R_1, R_2 : 1 次回路直列抵抗、 T : 変圧機

S, G : 並列放電間隙、 M, A : 2 次回路ミリ電流計

B : 繊維電源電池、 A_2 : 繊維回路電流計

R_4 : 炭素板抵抗、 R_3 : 可変抵抗器

S_1 : 繊維回路開閉器、 S_2 : 放電電切換開閉器

S_3 : 電池切換開閉器、 S_0 : 管球端にねぢ用栓

P_1, P_1 : P_2, P_2 : 押込栓

であつて X 線発生に際しては S_0 を管球端にねぢこみ $P_1 P_1$: $P_2 P_2$ を接続し、 S_2 を放電側に入れる。又この結線は同時に B の充電をも行ひ得るものであつて、その際には $P_2 P_1$ を連結し $P_1 P_2$ は接続しない。而して S_0 を直流電源にねぢこみ S_2 を充電側に入れる。充電に際しては R_3 では容量が不足するので R_2 を用ひたものである。

荷重測定器の管球支持部、カセット及びスリットは前回と同一のもの⁽⁷⁾を用ひた。第 3 図は試験片にスリットを向け X 線を放射する所を示す。使用した X 線管球は、マツダ製

(6) 西原利夫他 2 名、機械学会論文、8 卷 30 号 1-32 頁 (昭 17-2)。

(7) 西原利夫他 3 名、機械学会論文、8 卷 31 号 1-56 頁 (昭 17-5)。

[昭和 18 年 2 月]

写真撮影にあたつては、露出は鉄に対して 2.5 h, 金に対

第 1 圖

第 2 圖

第 4 圖

第 5 图

(4) 式に於て、 $a_0^\circ, 54.5^\circ$, $a_0^\circ, 9.5^\circ$ を求めるために、試験片に直角及び 45° 方向より X 線を入射し、干渉輪を撮影する。然る時例へば直角に入射した時は、第 6 図に於て撮影像より入

第 3 圖

第 6 圖

射点と鉄の干涉線との距離 $l_{Fe\perp}$ が測定されるからフィルムと試験片の距離 D が判れば θ は

$$\theta = \pi/2 - 1/2 \tan^{-1} (l_{Fe}/D) \dots \dots \dots (5)$$

によつて求められる。然るとき Bragg の条件式

$$n\lambda = 2d \sin \theta \dots \dots \dots (6)$$

に於て $n=1$, $d = a/\sqrt{(3^2+1^2+0^2)} = a/\sqrt{10}$ 及び

$\lambda = 1.78529 \text{ \AA}$ であるから、格子常数 a は

第 7 図

第 9 図

$$a = \frac{1.78529\sqrt{10}}{2 \sin \theta} = \frac{2.822279}{\sin\{\pi/2 - 1/2 \tan^{-1} (l_{Fe}/D)\}} \text{ \AA} \dots \dots \dots (7)$$

となる。 a の $2.8580 \text{ \AA}$ より $2.8640 \text{ \AA}$ までの範囲に於て l_{Fe}/D の値を表示したものは前回発表した⁽⁸⁾。第7図は 45° に X 線を入射した時の関係を示す。

D の値は測定の各回に於て変化すると考へられるので、毎回一々既知の厚さの金箔を試験片上にはりつけて、X 線的に距離を測定した。即ち第8図に於て鉄の場合と同様にして撮影し得られた金の $(4, 2, 0)$ 面による干涉輪の直径 $2l$ を測る。(6) 式に於て $\lambda = 1.78592 \text{ \AA}$, $n=1$ 及び

$$d = a_{Au}/\sqrt{(4^2+2^2+0^2)} = a_{Au}/\sqrt{20}$$

$$a_{Au} = 4.0699 \text{ \AA}$$

を代入すると、 $\sin \theta_{Au} = 0.980867$

従て

$$\theta_{Au} = 78^\circ 46' 26.5''$$

第 8 図

第 10 図

(8) 脚註 (7) に同じ。

を得る。故に金箔面とフィルム間の距離 D' は

$$D' = l \cot(\pi - 2\theta_{Au}) = 1.20998 (2l) \dots\dots\dots(8)$$

この D' に直角撮影の時は金箔の厚さ t を、 45° 撮影の時は

$\sqrt{2}t$ を加へて

$$D = D' + t \text{ (直角)}, D = D' + \sqrt{2}t \text{ (45}^\circ\text{)} \dots\dots\dots(9)$$

上述の如く、本実験においては試験片面に直角及び 45° の方向より X 線を入射して鉄並に金の干渉輪を撮影し $2l$ 及び l_{Fe} を測定した。第 9 図に撮影した写真の一部を示す。

$2l$ 及び l_{Fe} の測定にあつては干渉輪の位置を正確にもとめるため前回発表同様の方法を用いた⁽⁹⁾。即ち第 10 図に於て金の直径 $2l$ 、直径の一端より基準線までの距離 e 、基準線より干渉輪までの距離 c を測定すれば

$$b = e - l \quad b + c = l_{Fe}.$$

4. 実験結果

実験結果を纏めて示すと第 11 図及び第 1 表の如くなる。荷重をかけた時に試験片直径は増大する故 2 箇のダイヤルゲージを試験片面に直角にあてその増大の割合をしらべたところ最大の荷重に於て 0.01 mm 程度であつたので、実験中には断面積は一定として σ_M を計算した。X 線の応力 σ_x は機械的応力 σ_M より幾分小さく出る様な傾向にある。しかしこれも測定誤差範囲内ではよく一致する。

第 11 図

第 1 表

試験片 1

荷重 kg		$2l$ mm	e mm	b mm	c mm	l_{Fe} mm	t mm	D mm	l_{Fe}/D	a Å	$a_x - a_{\perp}$	$\sigma_x \text{ kg/mm}^2$	$\sigma_M \text{ kg/mm}^2$
0	⊥	72.77	51.72	15.33	14.58	29.91	0.310	88.360 2	0.338 50	2.860 81	+0.000 12	+1.08	0
	45°	73.27	50.82	14.18	16.03	30.21	〃	89.093 2	0.339 08	2.860 93			
500	⊥	73.63	51.40	14.58	16.10	30.68	0.300	89.390 8	0.343 21	2.861 81	-0.000 36	-3.25	-2.22
	45°	73.70	51.97	15.12	15.48	30.60	〃	89.599 5	0.341 52	2.861 45			
2 500	⊥	74.13	52.67	15.60	15.30	30.90	0.310	90.005 8	0.343 31	2.861 83	-0.001 09	-9.84	-11.08
	45°	73.13	51.64	15.07	15.00	30.07	〃	88.923 4	0.338 15	2.860 74			
0	⊥	73.37	51.36	14.67	15.63	30.30	0.320	89.096 3	0.340 09	2.861 13	+0.000 17	+1.53	0
	45°	74.73	51.77	14.40	16.57	30.97	〃	90.874 3	0.340 80	2.861 30			

試験片 2

荷重 kg		$2l$ mm	e mm	b mm	c mm	l_{Fe} mm	t mm	D mm	l_{Fe}/D	a Å	$a_x - a_{\perp}$	$\sigma_x \text{ kg/mm}^2$	$\sigma_M \text{ kg/mm}^2$
0	⊥	73.76	52.38	15.50	14.87	30.37	0.271	89.519 1	0.339 26	2.860 97	+0.000 13	+1.17	0
	45°	75.12	52.60	15.04	16.00	31.04	〃	91.276 9	0.340 06	2.861 10			
3 000	⊥	73.60	52.35	15.55	15.50	31.05	0.301	89.355 5	0.347 49	2.862 73	-0.001 42	-12.81	-13.16
	45°	73.80	52.01	15.11	15.47	30.58	〃	89.720 5	0.340 84	2.861 31			
1 000	⊥	73.60	52.02	15.22	15.08	30.30	0.298	89.355 5	0.339 09	2.860 93	-0.000 45	-4.06	-4.43
	45°	75.35	52.67	14.99	15.87	30.86	〃	91.593 4	0.336 92	2.860 48			
0	⊥	73.73	51.94	15.07	15.43	30.50	0.292	89.503 8	0.340 77	2.861 29	+0.000 01	+0.09	0
	45°	74.27	52.13	14.99	15.77	30.76	〃	90.256 9	0.340 80	2.861 30			

(9) 脚註 (7) に同じ。

試験片 3

荷重 kg		2l mm	e mm	b mm	c mm	l_{Fe} mm	t mm	D mm	l_{Fe}/D	a Å	$a_x - a_{\perp}$	σ_x kg/mm ²	σ_M kg/mm ²
0	⊥	74.40	52.52	15.32	15.25	30.57	0.272	90.294 5	0.338 56	2.860 82	-0.000 08	-0.72	0
	△	74.85	51.92	14.49	16.30	30.79	〃	91.053 0	0.338 15	2.860 74			
3 500	⊥	70.98	50.80	15.31	14.38	29.69	0.330	86.214 4	0.344 37	2.862 06	-0.001 54	-13.89	-15.58
	△	71.67	50.90	15.06	14.33	29.39	〃	87.185 9	0.337 10	2.860 52			
1 500	⊥	71.72	50.57	14.71	14.90	29.61	0.258	87.037 8	0.340 20	2.861 17	-0.000 57	-5.14	-6.66
	△	71.93	51.14	15.17	14.33	29.50	〃	87.398 9	0.337 53	2.860 60			

試験片 4

荷重 kg		2l mm	e mm	b mm	c mm	l_{Fe} mm	t mm	D mm	l_{Fe}/D	a Å	$a_x - a_{\perp}$	σ_x kg/mm ²	σ_M kg/mm ²
0	⊥	73.59	52.19	15.39	15.26	30.65	0.285	89.327 4	0.343 12	2.861 79	+0.000 17	+1.62	0
	△	73.46	51.88	15.15	15.56	30.71	〃	89.288 5	0.343 94	2.861 96			
2 000	⊥	73.90	52.34	15.39	15.25	30.64	0.280	89.697 5	0.341 59	2.861 47	-0.001 23	-11.10	-8.81
	△	74.22	52.12	15.01	15.30	30.31	0.320	90.257 2	0.335 82	2.860 24			
2 000	⊥	73.81	52.23	15.32	15.39	30.71	0.306	89.614 6	0.342 69	2.861 70	-0.001 25	-11.28	-8.81
	△	74.83	52.86	15.44	15.20	30.64	〃	90.975 5	0.336 79	2.860 45			
0	⊥	73.10	51.85	15.30	15.10	30.40	0.310	88.759 5	0.342 50	2.861 66	+0.000 36	+3.25	0
	△	73.28	51.91	15.27	15.40	30.60	〃	89.105 7	0.344 20	2.862 02			

試験片 5

荷重 kg		2l mm	e mm	b mm	c mm	l_{Fe} mm	t mm	D mm	l_{Fe}/D	a Å	$a_x - a_{\perp}$	σ_x kg/mm ²	σ_M kg/mm ²
0	⊥	74.37	52.57	15.38	15.35	30.73	0.310	90.296 2	0.339 99	2.861 13	+0.000 27	+2.43	0
	△	74.57	52.58	15.30	15.60	30.90	〃	90.660 2	0.340 83	2.861 30			
500	⊥	73.82	52.48	15.57	14.92	30.49	0.305	89.625 7	0.340 19	2.861 17	-0.000 18	-1.62	-2.21
	△	74.33	51.80	14.63	16.04	30.67	〃	90.368 8	0.339 38	2.860 99			
1 500	⊥	73.65	51.64	14.81	15.45	30.26	0.335	89.450 0	0.338 29	2.860 77	-0.000 92	-8.30	-6.64
	△	72.62	51.25	14.94	15.33	30.27	〃	88.342 7	0.342 64	2.861 69			
4 500	⊥	72.57	51.54	15.35	15.37	30.72	0.340	88.148 1	0.348 50	2.862 95	-0.002 05	-18.50	-19.90
	△	73.17	51.34	14.75	15.42	30.17	〃	89.018 2	0.338 92	2.860 90			
3 000	⊥	72.17	51.88	15.80	14.62	30.42	0.370	87.694 2	0.346 88	2.862 60	-0.001 41	-12.72	-13.26
	△	71.33	51.30	15.63	13.92	29.55	〃	86.831 9	0.340 31	2.861 19			

試験片 6

荷重 kg		2l mm	e mm	b mm	c mm	l_{Fe} mm	t mm	D mm	l_{Fe}/D	a Å	$a_x - a_{\perp}$	σ_x kg/mm ²	σ_M kg/mm ²
0	⊥	73.43	51.73	15.02	15.63	30.65	0.310	89.158 8	0.343 77	2.861 93	+0.000 27	+2.43	0
	△	74.57	52.32	15.03	16.25	31.28	〃	90.666 6	0.345 00	2.862 20			
1 000	⊥	73.90	52.63	15.68	15.03	30.65	0.305	89.722 5	0.342 28	2.861 61	-0.000 37	-3.34	-4.43
	△	74.03	52.10	15.08	15.57	31.28	0.310	90.006 1	0.340 53	2.861 24			
3 500	⊥	73.45	51.37	15.36	15.27	30.63	0.310	89.183 0	0.343 45	2.861 86	-0.001 58	-15.16	-15.51
	△	74.93	52.43	15.04	15.57	30.61	〃	91.102 2	0.336 00	2.860 28			

5. 吟 味

測定に於て 2l 及び l_{Fe} の値に於て各々 $\Delta(2l)$, Δl_{Fe} の誤差を生じたものとすれば、この時 σ_x に生ずる誤差 $\Delta\sigma_x$ は次の如くして求められる。

$$1/2 \tan^{-1}(l_{Fe}/D) = \eta$$

とおくと η の全微分 $d\eta$ は

$$d\eta = \frac{1}{2D \sec^2 2\eta} \left(dl_{Fe} - \frac{l_{Fe}}{D} dD \right)$$

又 (9) 及び (8) より

$$dD = dD' + (1 \sim \sqrt{2}) dt \approx 1.21 d(2l) + (1 \sim \sqrt{2}) dt$$

又 (7) より

[昭和 18 年 2 月]

$$da = 2.82279 \cot(\pi/2 - \eta) \operatorname{cosec}(\pi/2 - \eta) d\eta$$

これ等をまとめると

$$da = 2.82279 \cot(\pi/2 - \eta) \operatorname{cosec}(\pi/2 - \eta) \times \frac{[dl_{Fe} - l_{Fe}/D\{1.21 d(2l) + (1 - \sqrt{2})dt\}]}{2D \sec^2 2\eta}$$

今この式にて $da \rightarrow \Delta a$, $dl_{Fe} \rightarrow \Delta l_{Fe}$, $d(2l) \rightarrow \Delta(2l)$, $dt \rightarrow \Delta t$ とおき更に

$$\Delta l_{Fe} = \pm 0.05 \text{ mm}, \quad \Delta(2l) = \pm 0.05 \text{ mm} \\ \Delta t = \pm 0.01 \text{ mm}$$

$$\text{又 } t = 0.30 \text{ mm}, \quad \eta = 9.5^\circ \\ D = 90 \text{ mm}, \quad l_{Fe} = 30 \text{ mm} \text{ とすると} \\ \Delta a = \pm(0.0001751 \sim 0.0001782) \text{ \AA},$$

然るに一方

$$\Delta \sigma_x = 9.024 \times 10^3 (\Delta a_{0^\circ, 54.5^\circ} - \Delta a_{0^\circ, 9.5^\circ})$$

よつて最も大きい時で

$$\Delta \sigma_x = 9.024 \times 10^3 (0.0001751 + 0.0001782) \\ = 3.20 \text{ kg/mm}^2$$

これが本実験における測定誤差である。

傾斜撮影により $a_{0^\circ, 45^\circ - 9.5^\circ}$ の方を測定して求めた値を本実験の場合と比較して見ると

$$\Delta \sigma_x' = 18.49 \times 10^3 (\Delta a_{0^\circ, 35.5^\circ} - \Delta a_{0^\circ, 9.5^\circ})$$

$$\Delta a_{0^\circ, 45.5^\circ} = \Delta a_{0^\circ, 35.5^\circ} \text{ とすれば}$$

$$\Delta \sigma_x' / \Delta \sigma_x = 2.05$$

即ち、 $a_{0^\circ, 54.5^\circ}$ を測ることにより、 $a_{0^\circ, 35.5^\circ}$ を測るときに比較して半分の誤差しか生じない。

6. 結 論

引張荷重を加へ、それによる機械的應力と X 線の應力とが測定誤差範囲内においてきはめてよく一致すると同様に、圧縮荷重を加へた場合においても弾性限度内においては、上記誤差の範囲内にて上の 2 應力は完全に一致することを確認した。これにより結晶粒子中の原子格子は完全に弾性体として働き、荷重に應じて弾性歪を現はすものであらうと考へられる。故に X 線的に測定される應力値は、結晶粒子中の格子変形に基礎を有するものであるから、その値は常に弾性應力値を示すものである。この X 線的測定値が機械的理論値とよく一致することは、格子が完全弾性体であることの証左である。

故に圧縮状態に於ても X 線の應力測定法は弾性限度内に於ては充分信頼して利用出来ることがわかつた。

(昭和 17 年 10 月 3 日受附)

タービン翼固有振動数に及す根本締付力の影響⁽¹⁾

(昭和 17 年 3 月 13 日 福岡地方講演會に於て講演)

准員 高以良 一二男⁽²⁾

本論文は日本機械學會誌第 45 卷第 306 号 582 頁 (昭 17—9) に掲載の論文要報を以て本文に代へる。

弾性床上の梁の二三の問題⁽³⁾

(昭和 17 年 6 月 12 日 第 419 回講演會に於て講演)

正員 一場 久美⁽⁴⁾

本論文は日本機械學會誌第 45 卷第 306 号 585 頁 (昭 17—9) に掲載の論文要報を以て本文に代へる。

凹孔を有する木板内の應力分布に就て⁽¹⁾

(昭和 17 年 6 月 27 日 第 124 回関西支部講演會に於て講演)

正員 大久保 肇⁽²⁾

本論文は日本機械學會誌第 45 卷第 306 号 589 頁 (昭 17—9) に掲載の論文要報を以て本論文に代へる。

(1) The Effect of Fitting Pressure on the Frequency of Lateral Vibration of Turbine Blades. (2) Takaira HUIJO, Associate Member. Mitsubishi Zyūkōgyō Kaisha, Ltd. Nagasaki Zōsensho. 三菱重工業會社長崎造船所。 (3) A few Problems of Beam on Elastic Foundation. (4) Hisayosi ITABA, Member. Kiriu Technical College. 桐生高等工業學校。 (5) A Wooden Plate with a Circular Hole. (6) Hajimu OKUBO, Member. Ōsaka Imperial University. 大阪帝國大學。