境 壁 の 角 を 廻 る 流 れ⁽¹⁾

(昭和 17 年 6 月 27 日 関西支部第 124 回講演會に於て講演)

正 員 藤 本 武 助⁽²⁾

1. 緒 言

流体の運動が管或は物体の表面に沿ふ場合に管表面や物体表面に段又は角が廻り存在する。本文では流体がこの様な角を廻る場合に就ての実験の結果を述べる。こゝに述べる角を廻る場合は曲りの前後に於て流体の圧力の変化が曲りの部分に局部的に限られた場合であつて、曲りに伴ひ攪り又は狭まり管路の場合の様な主流部に圧力の上昇又は下降を伴ふ場合は除外することとする。そして今はこの様な曲りを單純な曲りと称えて置かう。曲りと共に主流部の圧力が上昇し又は下降する場合に就ては今後実験の予定である。

2. 実験 方 法

先づ上に述べた單純な曲りを実現するために次の様な装置を用ひた。40 cm × 40 cm の正方形の吹出口を持つ小風洞の噴流中に流れに平行に第 1 の平板を入れ、その前縁より約 50 cm の所に蝶番により長さ 55 cm の第 2 の平板を取付けこれを第 1 の平板に対し傾けることにより曲り角を作つた。平板の流れに垂直の方向の幅は 35 cm で、その端には夫々端板が附してある。測定した量の一つは両平板上の静圧力の分布である。平板は木製であるが曲り角の極く近くは黄銅板を埋込み出来るだけ多くの静圧測定孔を配置した。測定の第 2 は平板上数箇所における平板附近の速度分布の測定である。これには直径 1.5 mm、内径 0.5 mm の銅管の先きを細め押しつぶして小判型の開口を持たしたピトー管及びピトー管と同じ銅管で作つた静圧測定管を用ひた。速度、静圧は平板の横幅の 1/2 の所即ち両端板の中間を選んで測定したが平板後部では 2 箇所許りに於て端板より横幅の 1/4 の所を選んで測定し、流れが 2 次元流れに近いかどうかを調べた。

又ピトー管による測定の外に細い絹糸を流して、その流れる方向によつて流れの様子を確かめてピトー管による測定と比較し又レイノルズ数は相當異なるが水流写真により流れの様子を調べた。

更に又同様の方法により平板表面に段のある場合に段の後方の流れに就ても調査を行つた。

3. 実験 結 果

先づ角を曲る場合に就て述べる。曲り角を α とし、曲り方は第 1 図の様に α に正負の記号をつけて表はすこととし、平板に沿ふ距離 x は曲り角より測り、曲り角より上流を正、下流を負とする。

流れが角を曲る場合の平板上の静圧分布を第 2, 3 図に示した。静圧を p とし、曲り角より 37.7 cm 上流の点の圧力を p_0 、その点の平板に沿ふ境界層外側の速度を U とし、 ϕ のかほりに $(p-p_0)/(\rho U^2/2)$ を以て表はした。 ρ は流体の

第 1 図 実験装置の大略図

第 2 図 静圧分布及び運動量厚 ϕ (α 負)

(1) On the Flow round the Corner.

(2) Busuke HUDIMOTO, Member. The Kyōto Imperial University. 京都帝国大学。

第3図 静圧分布及び運動量厚 δ (α 正)

密度である。この値は粘性のない流体の流れから想像出来る様に α が正の時は正、 α が負の時は負である。

次にこの様な流れに於ては板に沿ふ境界層は層内で板の表面に垂直の方向に静圧が幾分変化するので普通の物体表面に出来る境界層の様に簡単には取扱へないが、流れの性質を簡単に知るために普通の場合と同様の運動量厚さ δ をとることとした。但し

$$\delta = \int_0^{\delta} (u/u_0) \{1 - (u/u_0)\} dy$$

である。こゝに u は平板表面より距離 y の点の速度、 u_0 は境界層外側の速度、 δ は層の厚さである。測定結果の δ は第2, 3図のようになる。 δ の変化も常識通り流れの方向に圧力の下降する部分では減少するか又は著しい

第4図 速度分布曲線

第5図 絹糸による流れの観測

増加を見ないが、反対に流れの方向に圧力が上昇する部分では極めて劇しい増加を見る。

境界層内の速度分布の一二の例を第4図に示した。同図に書き込んだ数字は曲り角より前方及び後方への距離 (x) である。この場合の速度分布の形の変化も既に知られてゐる所と同様な傾向を持つてゐることが分かる。

又第5図は細く短い絹糸を流して求めた結果であつて、斜線を施した部は絹糸の流れの方向が定まらぬ部分、二重の斜線を施した部分は糸が明瞭に逆流を示す部分である。 α が負の場合には 26° に於て曲り角の後方に壁面に大きい逆流部が出来てゐるが 24° の場合は速度分布の測定結果と大体一致してゐる。

α の負の場合に α の値が大きくなれば曲り角後方の境界層は剥離を起すわけであるが、この実験ではこの時の角は 28° となつてをり、普通の擴り流れ等の場合よりずっと大きかつた。而してこの場合には流れが剥離した後方では静圧力は略一定で、 $p-p_0$ の大きさも第2図より分かるやうに小さい。

第 6 図 水流写真

α の正の場合にも第 5 図の様で、糸による観察は速度分布の測定結果と一致した傾向を示してゐる。

更に第 6 図は水流写真であるが第 5 図から分かる様に絹糸による測定と大体似たもので又速度分布の測定による流れと性質上よく一致するのを見る。

4. 結果の説明

実験結果は上に述べた様であるが、次にはこの結果に対し今までに知られてゐる境界層の知識によつて考へ、説明を少し試みて置かう。

先づ今の実験の場合の様な乱れた境界層の場合の層の厚さ ϑ の略算式としては ν で動粘性係数を表はすと

$$\vartheta(u_0 \vartheta / \nu)^{1/4} = (1/u_0^4) \{0.017 \int u_0^4 dx + \text{const.}\} \dots\dots\dots (1)$$

と置ける⁽³⁾。この式は今こゝで考へやうとする様な境界層の剥離点附近では信頼し難い式であり、又今取扱ふ境界層では層内の静圧は一定ではないので尙更都合が悪いのであるが、剥離点附近で確實で且計算の簡単な式がないので (1) 式をそのまゝ利用することとした。従て実験結果との間に不一致の所があるが流れの性質は大体究めることが出来ると考へる。

α が負の場合に就て考へるに $\alpha = -24^\circ$ の場合をとり曲り角で $\vartheta = 0.5 \text{ mm}$ とし測定された圧力上昇を利用して ϑ を計算すると第 2 図の ϑ の理論値の様になり、実測値より

(3) 機械学会論文集、7 巻 29 号 III-1 頁 (昭 16-11)。

著しく小さい。この差は曲り角における流れの方向の圧力上昇が極めて劇しいのであつて、この様な場合に (1) 式を適用するのが無理なために起つたのである。次に $\Gamma = (u_0 \vartheta / \nu)^{1/4} \times (\vartheta / u_0) \cdot du_0 / dx$ を計算すると上の理論値及び実測値によるものは第 2 図に示した曲線の様になる。曲り角に於て急に大になり、次に次第に減少して行くことが分かる。而して流れの剥離は $\Gamma = -0.075 \sim -0.15$ で起るのであるから、この場合は剥離は起つてをらぬと考へてよく、これは速度分布の測定結果とよく一致してゐる。

又 α が負で大きく流れが剥離した場合の速度分布は $u/u_0 = 0.5$ になる点と $u/u_0 = 1$ になる点の間隔を 1 として表はすと総ての速度分布曲線は大體一つの曲線にのる (第 4 図 $\alpha = -30^\circ$ 参照)。この場合 $u/u_0 = 0.5$ と $u/u_0 = 1$ になる点の間の幅は下流へ向つて約 8.5° の角を以て擴つて行くが、これは Tollmien の挙げてゐる一様な流れが静止流体と混る場合の値に近い。

次に α が正の場合に就て述べよう。この場合には曲る前の流れは流れの方向に次第に圧力が上昇するのであるから ϑ は次第に増し、遂に剥離を起し、角の所に渦の発生を見ることとなるのである。角に発生した渦は粘性のない流体の場合の理論計算⁽⁴⁾から直ちに分かる様に α が正の場合には安定であつて角に止まる故速度分布、絹糸による調査、写真による調査の結果の様な流れが成立つのである。

α が正の場合には x における物体表面の速度 u_0 と $x=l$ における速度 U の間には大略

$$u_0/U = (x/l)^{n-1} \dots \dots \dots (2)$$

の関係が成立つ。こゝに $\alpha/\pi = (n-1)/n$ である。

この流れに (1) 式を適用すると

$$z = \vartheta (u_0 \vartheta / \nu)^{1/4} = 0.017 l (1 - \xi^{4n-3}) / (4n - 3) \xi^{n-1} + z_0 / \xi^{4(n-1)}$$

となる。 z_0 は $x=l$ における z の値で $\xi = x/l$ である。これより

$$\Gamma = -(n-1) \vartheta (u_0 \vartheta / \nu)^{1/4} / \xi l$$

の関係を得る。 $l = 377 \text{ mm}$, $x=l$ における ϑ を 0.5 mm として計算を行ふこととする。唯今の実験の場合の平均値として $U = 7.8 \text{ m/s}$, $\nu = 0.144 \text{ cm}^2/\text{s}$ とし、剥離点は $\Gamma = -0.15$ 及び -0.05 に於て與へられるとした時の α と剥離点 x_s の関係は第 7 図の曲線の様になる。これに対し絹糸を流して得られた剥離点は図の点の様になる。こゝに絹糸の場合の剥離点は絹糸が方向を變動する部分の端をとつてある。上の速度の理論値 (2) を $x=0$ まで用ひると剥離は必ず起るのであるが、(2) 式で示される速度は x の大きい所では実際に近いとしても $x=0$ の少し手前より $x=0$ までは成立たない。そこで $x=0$ の近くに対しては実験の測定結果を考慮に入れると剥離の起る領域は図に矢で示した位置より大きい角で成立すると考へてよい。

(4) 日本航空学会誌、6 卷 45 号 (附 14-1) に述べた方法によつて容易に説明できる。

この 2 曲線は実験の結果とは一致しないが、これは α の小さい時は曲り角で急激に圧力上昇が行はれ、 α が大きい時は除々に圧力上昇が行はれる結果、剥離に関する Γ の値に大小の差があるためと考へられる。かくて計算上は $10^\circ \sim 20^\circ$ 、実験では 20° より大きい角の場合に剥離が起り、曲り角に渦が形成されることとなる。この渦は既に述べた様に安定な状態にあるため曲り角に止まり得てその結果として第 6 図の如き流線写真が得られると考へてよい。

5. 段のある表面に沿ふ流れ

第 8 図の様に 90° の曲りを持つ段付きの表面に沿ふ流れの結果に就て述べる。図の様に BC の段がある場合の段の面及び段より後方の表面 CD に沿ふ静圧の分布と表面に垂直方

第 7 図 剥離点と α の関係

第 8 図 段後方の静圧及び速度分布

向に測定した速度分布が図に示してある。 x は C よりの距離である。静圧の表し方は静圧 p と物体表面より充分離れた所の静圧 p_0 の差を B 点の境界層外縁の速度を U として $\rho U^2/2$ で割って示した。段の面 BC には多くの静圧孔を配置して測定したが各孔の示す圧力には殆ど差が認められなかった。静圧は段から後方で一端上昇し次に下降する。この静圧の上昇部に於て B 点で離れた流れが再び壁面に沿ひ出

すのであつて、この位置は段より後方段の高さの約 5.5 倍の所にあたる。速度分布の測定、絹糸による観察により求めた逆流部が第 5 図に、又水流写真が第 6 図に示してある。

この実験は文部省科学研究費により行はれたもので本文はその実験報告の一部である。又この実験に當つて測定は當時京都帝国大学副手であつた鄭宗興氏により行はれたことを附記する。(昭和 17 年 10 月 22 日受附)

導水管内の水槌波傳播速度に就ての一考察⁽¹⁾

(昭和 17 年 9 月 19 日 関西支部第 126 回講演會に於て講演)

正 員 植 松 時 雄⁽²⁾ 准 員 泉 修 平⁽³⁾

摘 要

内径及び壁の厚さが数回変つてゐる導水管内の水槌作用に関しては、未だ充分に理論的研究がなされてゐないやうである。著者等はこのような管における水槌作用を、管内の水柱を弾性棒と考へてその縦振動として取扱つてみた。更にその結果を用ひて、水槌波傳播速度を表はす近似式の検討を行つた。

1. 緒 言

内径及び壁の厚さが一樣な導水管内の水槌作用に就ては、既に Alliévi⁽⁴⁾ 等に依て理論的に研究されてゐるが、実際に用ひられてゐる導水管に於ては、その内径及び壁の厚さは数回変つてゐる場合が多い。然るにこのような導水管内の水槌作用に関しては、未だ充分な理論的研究がなされてゐないやうである。

一般に導水管内の水槌作用の問題は、管と水との弾性を考慮して管内の水柱を一つの弾性棒と考へれば、その縦振動と全く同様に取扱ふことが出来る。著者等はこのような考への下に、一般の導水管内の水槌作用を弾性棒の縦振動の理論から考究し、その傳播速度を求めた。

先づ内径及び壁の厚さが唯 1 回変つてゐる導水管 (このような管を 2 体導水管と云ふ) の水槌作用に依る圧力波を弾性棒の縦振動の 2 体問題として周辺積分⁽⁵⁾を使つて求めた。

次に上の理論を管の性質が任意回変つてゐる一般の導水管の場合へ発展させた。

更に一般の導水管内の水槌波傳播速度に関しては、

$$c = \sum l_j / \sum (l_j / c_j), \quad c = \sum (l_j \cdot c_j) / \sum l_j^{(6)} \dots\dots\dots (1), (2)$$

但し、 c = 管全体の平均水槌波傳播速度

c_j = 各區間 (この間管の性質一定) の水槌波傳播速度

l_j = 各區間の管の長さ

なる 2 種類の近似式が用ひられてゐるので、これ等の検討をも試みた。

第 1 図 2 体導水管

2. 2 体導水管

先づ第 1 図のやうに管の内径及び壁の厚さが唯 1 回だけ変つてゐる簡単な場合の水槌波傳播速度を求めよう。

i. 管内の水圧 内径及び壁の厚さが一樣な導水管内における水槌波傳播速度 c は

$$c = \{ (1/K + (1/E) \cdot (D/\delta)) \gamma / g \}^{-1/2} \dots\dots\dots (3)$$

但し D = 管の内径、

δ = 管壁の厚さ

E = 管材のヤング係数、 K = 水の体積弾性係数

γ = 水の比重、

g = 重力の加速度

で與へられる。(3) を細い弾性棒の縦振動における傳播速度を表はす式 $c = (Eg/\gamma)^{1/2}$ に比較すれば、(3) の $\{1/K + (1/E) \cdot (D/\delta)\}^{-1}$ は弾性棒のヤング係数に相當するものである。

そこで第 1 図に於て、

l = 管の長さ、

s = 管内水柱の横断面積

$E' = \{1/K + (1/E) \cdot (D/\delta)\}^{-1}$ 管内水柱の相當ヤング係数

(6) Creager, Justin, Hydro-electric Handbook, (1927), 515.

(1) Note on the Velocity of Propagation of Pressure Wave in a Penstock with Variable Diameter and Thickness.

(2) Tokio UEMATSU, Member. The Osaka Imperial University. 大阪帝国大学。(3) Syūhei IZUMI, Associate Member. The Student of the Osaka Imperial University. 大阪帝国大学学生。

(4) Lorenzo Alliévi, Allgemeine Theorie über die veränderliche Bewegung des Wassers in Leitungen, 1909. (5) 片岡秀吉、機械學會誌、42 卷 262 号 (昭 14-1) 6 頁。