スプライン軸ホブ切削の際に生ずる隅肉に就て⁽¹⁾

(昭和17年10月30日 仙台地方講演會に於て講演)

正員 梅原 半二⁽²⁾

摘 要

一般にスプライン軸はホブ切削を行ふと齒の根本に隅肉を生ずるが、この隅肉に関する理論を導き、隅肉を小さくすると云ふ見地から切削用ピッチ円の決定方法を求めた。その結果齒形に依てはピッチ円の取り方で隅肉の無い軸も切削し得る場合もある。隅肉除去のためにホブ齒先に突起を付する場合の齒本円内部に生ずる切下げの量及び形状に就ても隅肉と同様な方法で解析なし得ることを述べ、次に隅肉又は切下げなしに切削を行ひ得る特種ホブに就ての考案を示し、最後にこれ等の結果を用ひて、スプライン軸の切下げに関する独逸標準規格の批判を行つた。

1. 隅 肉 の 説 明

スプライン軸はその用途に於て齒車と明確に區別をなし得るが、その断面形状は齒車に酷似してゐるので、その切削法も齒車と同様な方法が用ひられ、ホブに依る切削は大量生産に適し且高精度のものが得られるので、自動車工業では専らホブが用ひられる⁽³⁾。

スプライン軸の齒形は第1図(a)に示す様に齒の中心線

に平行な直線を以て形成する。第2図に於て BZ を齒形直線とし、 BB' 、 ZW を夫々齒末円(半径 R_1)、齒本円(半径 R_2) とする。スプライン軸をホブで切削した場合には図に示す EWZ の如き隅肉を生ずる。 E 点は隅肉の齒形と切する点、 W 点は隅肉の齒本円と切する点、 Z 点は齒形 BZ と齒本円 ZW との交点である。中心を O とし $\overline{OE}$ を R_s とすれば R_s と R_2 との差は隅肉の半径方向の高さを表はす。これを S とする。角 ZOW を θ_2 とし、隅肉の齒本円の円

周に添つた弧の長さ $\widehat{ZW}$ を l_2 とすれば l_2 は $R_2\theta_2$ である。隅肉の大きさを研究するには、その半径方向の高さ S と齒本円周に添つての長さ l_2 とを知れば大凡の表現をなし得るので、以下 S 及び l_2 を求めて隅肉を論ずる。 S のことを「隅肉の高さ」、 l_2 のことを「齒本円における隅肉の長さ」と略称する。 OW と円 ZY との交点を Y とすれば、時として隅肉の長さは弧 $\widehat{EY}$ の長さで表はした方が便利の場合もあるので、これを「 R_s 円における隅肉の長さ」と呼び l_s で表はす。 $\angle EOW = \theta_s$ とすれば $l_s = R_s\theta_s$ となる。

尚齒面 BZ に中心から垂線を下しその足を A とすれば、

第 1 図

(1) On the Fillets of Splines Shaft Cut by Hobbs.

(2) Hanzi UMEHARA, Member, Toyota Zidōsya Kōgyō Kaisya Ltd. トヨタ自動車工業會社。

(3) スプライン軸切削用ホブの齒形曲線に就ては次の論文がある。成瀬政男、若松辰治、機械学会論文集、7巻26号IV-27頁(昭16-2)、明山正元、機械学会論文集、8巻30号IV-1頁(昭17-2)、白井 恭、精密機械、4巻2号(17-2)。

軸が O を中心として回轉する場合 A 点の軌跡は円 A となり、この円の半径を b とし、これを與へると齒形直線の傾きが決定する。以下隅肉の研究は一つの齒形直線に就て行ひ、

第 2 図 隅肉の説明図

これと対応して齒を形成する $B'Z'$ に就ては考慮を行はないので、本文の事項は第 1 図に示す様な円と直線との組合はせからなる種々なる形状の切削に應用出来る。

直線齒スプライン軸にはピッチ円は存在しないけれども、これを切削する場合には切削用のピッチ円を決定しなければならぬ。このピッチ円の半径を R_0 とする。

2. 隅肉の大きさとピッチ円の取り方

一般に二つの齒車が一定速度で回轉するためには兩齒車の接触点における共通垂線は必ずピッチ点を過ぎることを要する。この条件は齒形の機構学的必要条件と称されるもので、切削も一種の噛合であり、ホブと切削すべき齒車とが一定角速度で回轉してゐる以上はこの条件を満足しなければならない。隅肉の問題もこの条件を使用して解き得る。

第 3 図 隅肉の高さの求め方

第 3 図に於て AB をスプラインの齒形直線とし、これが矢の方向に回轉し、ホブのラックがピッチ線に沿つて矢の方向に移動して切削が行はれるとする。ピッチ点 P から AB に下した垂線の足を E とすれば、齒形の機構学的条件から E 点がこの位置における接触点で、 E 点の軌跡は図に示すやうなりマースンの曲線となる。

ピッチ線が再び接触点の軌跡と交る点を K とすれば、これは中心 O から接触点の軌跡に最も遠い点で、ピッチ円 R_0 に対し齒形の外径 R_1 はこの円より小さいことを要する⁽⁴⁾。

$$R_1 \leq \sqrt{R_0^2 + b^2} \dots \dots \dots (1)$$

このことからピッチ円の最小半径は

$$(R_0)_{\min} = \sqrt{R_1^2 - b^2}$$

となる。この場合接触点の軌跡は第 3 図の $KHPE$ で K 点から H 点までは下り、 H 点からは上ることになり、 H 点に於てホブの齒形は尖点を持つことになり、斯るホブの齒形は作成出来ない。こゝに H 点はピッチ線から極大の距離にある点である。従て接触点の軌跡は HPE でなければならぬ。このことからピッチ円の取り得る範囲及び最小半径は次の様になる⁽⁵⁾。

$$R_0 \geq \sqrt{R_1^2 - 3/4 b^2}, \quad (R_0)_{\min} = \sqrt{R_1^2 - 3/4 b^2} \dots \dots \dots (2)$$

ホブが齒本円を切り込まず、且齒本円を切削するためにはホブの刃先は齒本円の切線 TT' になければならない。この TT' 線と接触点の軌跡との交点を E とすれば、これより上部にはカットは存在しないのであるから接触点は存在しない。即ち E 点が齒の切り終り、又は切り始めの点となる。 OE は R_s となり、 $R_s - R_2 = S$ から隅肉の高さが算出できる。

この線図から普通の場合には直線齒スプライン軸には隅肉の生ずる事は不可避であるが、齒本円がピッチ点 P を通るか、円 A と一致する場合には隅肉は消滅する。前者はピッチ円を齒本円に一致させた場合で、後者は第 1 図(d)に示す如きもので齒と齒本円とのなす角が零となる場合である。ピッチ円を齒本円に取り得る条件は (2) 式の事項から導かれる⁽⁶⁾。

$$R_2 \geq \sqrt{R_1^2 - 3/4 b^2} \dots \dots \dots (3)$$

隅肉を零に切削なし得るための齒形の条件は (3) を満足するか又は $R_2 = b$ を満足しなければならない。

次に隅肉の高さ S を数式で求める。第 3 図に於て角 OPE を θ とし、 O から PE に垂線を下し、その足を Q とし、 OP と円 A との交点を G 、齒本円との交点を F とすれば、

$$\begin{aligned} PF &= PE \cos \theta = (PQ - EQ) \cos \theta = (R_0 \cos \theta - b) \cos \theta \\ PF &= OP - OF = R_0 - R_2 \\ \therefore R_0 - R_2 &= (R_0 \cos \theta - b) \cos \theta \dots \dots \dots (4) \\ OQ^2 &= OE^2 - EQ^2 = R_s^2 - b^2 \\ OQ^2 &= OP^2 - PQ^2 = OP^2 - OP^2 \cos^2 \theta = R_0^2 - R_0^2 \cos^2 \theta \end{aligned}$$

(4) H. Mathauch, V.D.I., 79, 51, (1935), 1517.

(5) 成瀬政男、松山多賀一、機械学会誌、45 卷 307 号 665 頁 (昭 17-10)。

(6) N.A. Schevtschenko, Werkst.-Techn., 30, 2, (1936), 24.

$$\therefore R_s^2 - b^2 = R_0^2 - R_0^2 \cos^2 \theta \quad (5)$$

(4), (5) から

$$R_2 = R_0 + b \cos \theta - R_0 \cos^2 \theta \quad (6)$$

$$R_s = (R_0^2 + b^2 - R_0^2 - R_0^2 \cos^2 \theta)^{1/2} \quad (7)$$

(6), (7) から θ を消去すれば

$$R_2 = \frac{1}{R_0} [R_s^2 - b^2 + b(R_0^2 - R_s^2 + b^2)^{1/2}] \quad (8)$$

又は

$$R_s = \left[R_0 R_2 + \frac{b^2}{2} - \frac{b}{2} (b^2 + 4R_0^2 - 4R_0 R_2)^{1/2} \right]^{1/2} \quad (9)$$

(8), (9) から R_0, b を與へ、 R_2, R_s の内一つを與へた時には $S = R_s - R_2$ から隅肉の高さ S が算出できる。歯末円の半径 R_1 は式 (8) 中に含まれないから隅肉の大きさに関與しない。

次に隅肉の歯本円における長さを求める。第4図に於て VTU をカットとし、切削される歯とカットが夫々矢の方向に移動するものとする。歯本円の接触点の軌跡は点 F であるから、ラックが F を通る間のみ切削が行はれる。即ちラックが FU' から EU'' に移る間歯本円が切削され、 TU から FU' に至る間は切削が行はれない。 $\overline{EF}$ だけラックが働く間に歯は $\overline{EF}/R_0$ だけ回転するので $\angle FOW = \overline{EF}/R_0$ となる様歯本円周上に W 点を取れば W 点は歯本円の切り終りの点となる。

$$\angle WOE = \angle FOE - \angle FOW$$

であるから $\angle WOE = \theta_s$ は次の如くなる

$$\theta_s = \cos^{-1} \frac{R_2}{R_s} - \frac{(R_s^2 - R_2^2)^{1/2}}{R_0} \quad (10)$$

$$\text{又 } \theta_2 = \angle ZOW = \angle AOZ - \angle AOP - \overline{EF}/R_0$$

$$\theta_2 = \cos^{-1} \frac{b}{R_s} - \sin^{-1} \frac{(R_s^2 - b^2)^{1/2}}{R_0} - \frac{(R_s^2 - R_2^2)^{1/2}}{R_0} \quad (11)$$

従て隅肉の長さ l_s, l_2 は

$$l_s = R_s \theta_s, \quad l_2 = R_2 \theta_2$$

第4図 隅肉の長さの求め方

から求め得られる。

これ等の式を使用してピッチ円の取り方を論ずる。第5図及び第6図は $R_1=1, b=0.2$ としてピッチ円を色々に取つた場合の隅肉の高さ及び長さを示す。この場合前述の (2) 式からピッチ円の半径は $R_0=0.985$ より小さくは取り得ない。この場合では大体に於てピッチ円は小さく取つた方が隅肉は小

第5図 隅肉の高さのピッチ円に依る影響 ($R_1=1, b=0.2$ の場合)

第6図 歯本円周上における隅肉の長さのピッチ円に依る影響

第7図 ピッチ円の取り方に依る隅肉の高さ ($R_1=1, b=0.6$ の場合)

さいけれども、ピッチ円を最小に取つた場合歯本円の径が大きくなると必ずしもピッチ円の小さい方がいゝと云へない。この歯本円の 1 に近い所を明確に示すために第 7 図の如き計算を行つた。第 7 図は $R_1=1$, $b=0.6$ の場合の計算で、この線図から明らかな様に隅肉は歯本円にピッチ円を一致させた場合に零となり、ピッチ円を歯本円から遠ざけるに従て隅肉は大きくなる。歯本円より内部にピッチ円を取ることも出来る場合もあるが、この場合には割合に大きい隅肉が出来るので望ましくない。

第 8 図は歯本円にピッチ円を取つた場合の隅肉の高さを示す。この線図は b をパラメータとして隅肉の高さと歯本円との関係を表したもので、曲線はいづれも歯本円の半径のある値の所で隅肉は最大となり両端で零となる。最大点を生ずる理由は次の事項に起因する。一体隅肉は溝の深さが深い程大きくなり、 b が小さい程大きくなり、又歯形直線と歯本円とのなす角度が大きくなると大きくなるもので、 b 一定の場合には深さが深くなるにつれ隅肉は増大するが、これと同時に歯本円と歯形直線とのなす角が小さくなるので、深さが深いにも拘らず隅肉は小さくなるので最大の場所が生ずるのである。

第 8 図 隅肉の高さ (ピッチ円の半径を 1 とす)

3. インボリュートスプラインの隅肉

スプライン軸の歯形をインボリュートとするとラックの形が直線となるので切削は著しく容易となり、この種スプライン軸は使用範囲を廣め、独逸に於てはこの種の軸に対する予備標準規格も発表されてゐる (DIN 5482)。

この軸の隅肉も前と同様の方法で解ける。この場合には接触点の軌跡が直線となるのが異なるのみである。こゝに注意すべき点はインボリュートスプラインは直線歯のものと異な

第 9 図

り、ピッチ円の最小値がインボリュートの基円となるので、常にピッチ円を歯本円に取ることが出来、従て常に隅肉を零に切削出来、任意の隅肉を有する軸も切削なし得る。

今圧力角を α

とすれば第 9 図に於て

$$\cot \alpha = \frac{EF}{PF} = \frac{(R_0^2 - R_2^2)^{1/2}}{R_0 - R_2} \quad (12)$$

$$R_s = \{(R_0 - R_2)^2 \cot^2 \alpha + R_2^2\}^{1/2} \quad (13)$$

$$S = R_s - R_2 = \{(R_0 - R_2)^2 \cot^2 \alpha + R_2^2\}^{1/2} - R_2 \quad (14)$$

これから隅肉の高さ S が求まる。 θ_s の値は前節 (10) の式と同様になる。

4. 隅肉生成の理由と隅肉曲線

ラックカッタ上の一点に依て切削される形はピッチ円周上を直線が滑らずに轉がる場合の直線から或距離にある定点の画く軌跡である。このことは切削せらるべき歯車が静止し相対的にカッタが運動するとして導かれる。この軌跡はエピトロコイドの轉円の径が無限大になつた場合に相當し、インボリュートのトロコイドとも稱す可きものであるが、本文では以下單に「トロコイド」と略称する。

ラックが点の集積より成るとすれば、このラックに依て切削される歯形はこれら各点の画くトロコイドの包絡線となるので、斯の如くにして創生的に歯形を画くことが出来る。このトロコイドは第 10 図に示すやうに一定のピッチ円に対してはピッチ線からの距離のみの函数となるので、普通に画くラックの歯形で創成画法を行ふより便利な場合も生ずる。

第 10 図

[昭和 18 年 5 月]

第 11 図はこのトロコイドで歯形を創生したものである。歯の切削はカッタの 1, 2, ……8 に対し 1, 2, ……8 点を切削する。この画法によつても明らかなやうに、創生切削ではラックカッタ上の点が順次に移動して歯形の異なる点を切上げて切削するもので、切削が円滑に行はれるのであるが、隅肉を形成する曲線はラックカッタの頂点 1 の一点のみに依つて切削が行はれ、隅肉の曲線は前述のトロコイドとなる。

第 11 図 ラックカッタを点の集積と考へての創成画法

今歯本円と歯形との交点 Z 点の切削に就て考へて見る。 Z 点を切削するためにはラックカッタ上の一点が當るのは當然で、この点の画く軌跡はトロコイドとなり、歯形 BZ はこれに切する。然るに BZ と歯本円とは 180° より小なる或角度を以て交るのに対し、 BZ は曲線と 180° の角度を以て交つてゐるので、トロコイドの曲線は Z 点通過後歯本円の内部へ切込みを生ずる。この切下げを無くするためには隅肉の生成が不可避となる。但しピッチ円を歯本円に取つた場合にはトロコイドはインボリュートとなり尖端はカスプとなるから (第 12 図)、隅肉は除去でき、この場合以外には隅肉は除去できない。この際歯末円が高すぎるとこのインボリュートと交るので歯末円の尖端 B 点付近に切り落しが生ずる (第 13 図)。ピッチ円の最小値が存在することはこの点からも察知できる。

第 12 図

第 13 図

5. 隅肉切削用突起を付した場合の切下げ

隅肉を除去する目的を以てホブカッタ上部に第 14 図に示す様な突起を作り、この突起に依つて隅肉を切削する場合がある。斯くすると隅肉は無くなるけれども、歯本円内部に切下

げが出来る。この切下げの量に就ては前と全く同様にして解き得る。但しこの場合には歯本円の半径を R_0 とし、最深切下げ点の半径を R_2 、切下げの半径方向の深さを S として前述の式を使用しなければならない。

切下げの円周方向の長さはホブに付する突起の形に依て異なる。今突起が第 14 図に示す如きホブの歯形曲線の続き

第 14 図

$\widehat{ab}$ 、頂部の直線 bc 、この直線と或角度をなす直線 cd から成つてゐるとすれば、 $\widehat{ab}$ は歯形の切削に參與し、 a 点の画く軌跡がトロコイドとして切下げ曲線となり、 bc に依ては円が切削され、 c 点の画く軌跡の一部が隅肉として残り、 cd ではインボリュートが切削され、 de に依ては円が切削される。

従つてこの場合の切下げの曲線は (1) トロコイド、(2) 円、(3) トロコイド、(4) インボリュートの 4 種の曲線から成り、 $bc=0$ の時 (2) が無くなり、直線 cd が或程度以上立つて来ると (4) が無くなる。これらの事項は第 15 図の説明図に示した。

cd とピッチ線に直角な線とのなす角を α とすれば (第 14 図)、この cd に依つて圧力角 α を持つインボリュートが切削される。インボリュートが出ると、切下げの幅が大きくなり望ましくない。この切下げにインボリュートが現はれないた

第 15 図 ホブ頂部突起の形とこれに依て生ずる切下げの形状

第 16 図

めの条件は次の如く導かれる。

第 16 図に於て cd をカッタとすればこれに依つて切削される有効な接触点の軌跡は LM' であることはカッタが KL , FM' の間のみに存在することに依り明らかで、切下

げは歯本円 R_0 より内部で行はれるので LM が cd に依る切下げの接触点の軌跡となり、 LK と円 R_0 との交点を N

とすれば、接触点の軌跡が丁度 N 点となつた時切下げはなくなる。これからインボリュートの現はれない条件は

$$\alpha \leq \cot^{-1} \frac{(R_s^2 - R_2^2)^{1/2}}{R_0 - R_2} \quad (15)$$

日本標準規格 JES 296 のスプライン軸に就て α の最大値を計算し第 1 表、第 2 表に掲載した。この範囲では α を 25° に取ればいつでもインボリュートが現はれない。

ホブ突起頂部の幅を Γ とすれば、切下げの角 θ はインボリュートの現はれない場合には

$$\theta = 2\theta_s + \frac{\Gamma}{R_0}$$

従て切下げの歯本円 R_s 円周における弧及び弦の長さ l 及び e は次の様な値となる。

$$l = R_s \theta = R_s \left(2 \cos^{-1} \frac{R_2}{R_s} - 2 \frac{(R_s^2 - R_2^2)^{1/2}}{R_0} + \frac{\Gamma}{R_0} \right) \quad (16)$$

$$e = 2R_s \sin \frac{1}{2} \left(2 \cos^{-1} \frac{R_2}{R_s} - 2 \frac{(R_s^2 - R_2^2)^{1/2}}{R_0} + \frac{\Gamma}{R_0} \right) \quad (17)$$

第 17 図は切下げの深さ s 、第 18 図は $\Gamma=0$ の場合の切下げの幅 l の計算結果である。

6. 隅肉を除去する特種ホブ

普通ホブを使用した場合は隅肉の出来ることは不可避の場合が多い。この場合にも隅肉を完全に除去することの出来るために、次の如き特種ホブの考案を行つた⁽⁷⁾。

ホブはラックカッタと異なり、ホブの回転に應じて、形状を變へることが出来るので、ホブの外径は常に一樣で無くてもよいことにすれば、次の様にして隅肉は除去出来る。

第 19 図に於て接触点の軌跡と歯本円との交点を J とし、 J 点からホブのピッチ線に平行線 xx' を引き $x'J'$ 、 JJ' (円の一部分)、 Jx の線即ち第 19 図の鎖線の部分にホブの刃先が来る様にすれば接触点の軌跡は J 点まで実在し得るので、歯本円の奥まで歯面の切削が行はれ、隅肉は除去できる。第 20 図はこのホブの模型である。

このホブを製作するには先づ歯本円を切込むことを考へずに歯本円の奥まで切削なし得る丈の高いホブを製作し、然る後に歯本円を切込む部分をこのホブから切り落して所要のホブとすればよい (第 21 図参照)。

尙本考案はホブの半径方向の高さを変じて隅肉を除去するものであるが、この他にホブの蔓巻角を回転に應じて変化させてラックの動きに変速を與へて隅肉を除去する有力なる方法もある⁽⁸⁾。

7. 独逸標準規格の批判

独逸におけるスプラインの標準規格として古く DIN 2223、

2224, 2225 が規格されてゐるが、これが改正されて DIN 5461, 5462, 5463 に於て自動車用のもの、DIN 5471, 5472 に於て工作機械用のものが発表された。併しいづれも予備規格 (Vornorm) で、終局的決定のものでは無いが、これ等の

第 1 表 JES スプライン軸における切下げにインボリュートの現はれないための突起の圧力角 (その 1)

普通溝型 (JES 296 類別 D 24 頁 1)

内 径	外 径	歯 幅	歯 数	α (最大値)
11	14	3	6	40°53'
13	16	3.5	"	38°30'
16	20	4	"	39°13'
18	22	5	"	38°11'
21	25	5	"	35°19'
23	28	6	"	37°32'
26	32	6	"	37°46'
28	34	7	"	37°07'
32	38	6	8	34°11'
36	42	7	"	32°46'
42	48	8	"	30°47'
46	54	9	"	33°20'
52	60	10	"	31°44'
56	65	10	"	32°02'
62	72	12	"	32°20'
72	82	14	"	30°32'
82	92	13	10	28°21'
92	102	14	"	26°56'
102	114	16	"	27°54'
112	125	18	"	27°49'

第 2 表 JES スプライン軸における切下げにインボリュートの現はれないための突起の圧力角 (その 2)

深溝型 (JES 296 類別 D 24 頁 2)

内 径	外 径	歯 幅	歯 数	α (最大値)
16	20	2.5	10	37°47'
18	23	3	"	39°29'
21	27	3	"	39°39'
23	29	4	"	38°38'
26	32	4	"	36°35'
28	35	4	"	37°38'
32	40	5	"	37°47'
36	45	5	"	37°36'
42	52	6	"	36°55'
46	56	7	"	35°43'
52	60	5	16	30°23'
56	65	5	"	31°12'
62	72	6	"	30°59'
72	82	7	"	29°5'
82	92	6	20	27°15'
92	102	7	"	25°55'
102	114	8	"	26°52'
112	125	9	"	26°43'

(7) このホブはシングルポジションホブの一種でこれに就て一般的の記述は Pfauter: Handbook of Hobbing and Hobs, p. 230.

Colvin, Stanley: Gear Cutting Practice, p. 91.

(8) 明山正元、脚註 (3) 参照。

新規格はホブ切りを考慮に入れて、切下げ最深部の直径 $d_2(2R_2)$ 、切下げの幅 e 等が計算してあるので、著者の導いた式を使用して計算を試みた。その結果次の結論を得た。

第 17 図 切下げの深さ ($R_0=1$)

第 18 図 切下げの歯本円周上における長さ
($R_0=1, \Gamma=0$)

第 19 図

第 20 図

規格はいつも歯末円をピッチ円に取った場合の計算で、実際にはピッチ円を歯末円より小さく取り切下げを表の値より小さくすることが出来るので、切下げの最大値とし

てピッチ円を歯末円に一致させた場合の d_2, e を取ったのは妥當と思はれる。

尚切下げの幅 e の計算にはラック頂部の幅 Γ が必要であるが、これは DIN 5462, 5463 裏面に記載されてゐる。第 3 表、第 4 表中に書き入れて置いた。

計算の結果は第 3 表から第 7 表に至る如く、計算した正しい値を「計算値」の欄に、これを DIN の桁まで書けば「修正値」の如くなる。常にピッチ円を歯末円に取つて切削が行はれるためには、 d_2 の

第 21 図

値は切捨て値、 e の値は切上げ値を取らねばならない。0.1 mm 以上の誤りあるものには ※ 印を打ち、修正をなした値には ▲ を打つた。これから見ると DIN の値は相當の不正確さを含む。予備規格のためにかゝる粗雑な値を記載したものと思はれるし、実際問題としては、この部の寸法は左程重大でないので、この程度の誤差は許容し得るであらうが、記載する以上は最後の桁まで正確な数字を示す可きである。

インボリュートスプラインの DIN 規格に就ても前同様の批判を行つたが、ホブ切削の場合に生ずる隅肉の大きさに就て十分なる理解を持つて規定したものと思はれない。この点に就ては稿を改めて詳論する予定である。

8. 結 論

隅肉の無いスプライン軸は切削後焼入の場合、この角の尖点から焼破れの入る恐れもあり、その強度の上からも或程度の隅肉を必要とする場合が多い。併し切削の最も困難なのは隅肉零の場合であり、この切削が出来れば、任意の隅肉を有するスプライン軸を切削することは容易であるので、本文では隅肉の除去又は縮小を主眼として研究を行ひ、次の結論を得た。

(1) ピッチ円を出来るだけ歯本円に近づけて取れば隅肉は小さくなる。ピッチ円を歯本円に取ると隅肉は零となる。ピッチ円を歯本円の内部に取るとは望ましくない。

(2) 隅肉は歯形曲線と歯本円と隅肉曲線の 3 曲線に依て囲まれ、隅肉曲線は轉円が無限大になつた場合のエピトロコイドである。

(3) 歯末円の径は直接には隅肉の大きさに関係ない。

(4) 歯先円 (外径)、歯本円 (内径)、ピッチ円の半径が夫々 R_1, R_2, R_0 、歯の中心を中心とし歯の直線に切する円の半径が b なる直線歯スプラインに就ては

$$(a) \quad R_2 \geq \sqrt{R_1^2 - 3/4 b^2}$$

の場合にはピッチ円を歯本円に取ることが出来る。従てこの条件の満足する歯では隅肉零に切削出来る。

(b) 前記の条件を満足しない場合にはピッチ円は小さく取つた方が隅肉は小さい。この場合ピッチ円の取り得る最小値は

$$(R_0)_{\min} = \sqrt{R_1^2 - 3/4 b^2}$$

である。(3) で歯末円の大きさは隅肉の大きさに関係ないことを述べたが、直線歯の場合には歯末円はピッチ円の取り方に関係を持つから間接的には隅肉の大きさに參與する。

(c) 隅肉は溝の深さが深い程大きい。歯と歯本円とのなす角が大きい程大きい。 b が大きい程小さい。

(e) 隅肉の起り始めの点と中心との距離を R_s とすれば、 R_s, R_2 の間には次の如き関係がある。

$$R_2 = \frac{1}{R_0} \{ R_s^2 - b^2 + b \sqrt{R_0^2 - R_s^2 + b^2} \}$$

(5) インボリュートスプラインはピッチ円と

第 3 表

自動車用スプライン軸 (厚歯)						DIN VORNORM 5462			
内径	外径	歯幅	歯数	d_2 (最小値)			e (最大値)		突起頂部 幅
				DIN	計算値	修正値	DIN	修正値	
23	26	6	6	22.1	22.08	▲ 2.0	1.25	▲ 1.27	0.5
26	30	6	7	24.6	24.56	▲ 24.5	1.84	▲ 1.91	0.7
28	32	7	7	26.7	26.69	▲ 26.6	1.77	▲ 1.81	0.7
32	36	6	8	30.42	30.37	▲ 30.37	1.89	▲ 1.92	0.7
36	40	7	7	34.5	34.46	▲ 34.4	1.78	▲ 1.82	0.7
42	46	8	7	※ 40.4	40.50	▲ 40.5	1.68	▲ 1.74	0.7
46	50	9	7	44.62	44.58	▲ 44.58	1.61	▲ 1.67	0.7
52	58	10	7	49.7	49.65	▲ 49.6	2.72	▲ 2.74	1.0
56	62	7	7	53.6	53.55	▲ 53.5	2.76	▲ 2.73	1.0
62	68	12	7	59.82	59.78	▲ 59.7	2.48	▲ 2.57	1.0
72	78	7	10	69.6	69.59	▲ 69.5	2.54	▲ 2.56	1.0
82	88	7	7	※ 79.32	79.43	▲ 79.43	※ 2.67	▲ 2.54	1.0
92	98	14	7	※ 89.44	89.59	▲ 89.59	2.36	▲ 2.40	1.0
102	108	16	7	※ 99.9	99.73	▲ 99.7	2.23	▲ 2.30	1.0
112	120	18	7	108.8	108.84	108.8	3.23	3.23	1.3

※ 誤差 0.1 mm 以上のもの

▲ 修正した箇所

第 4 表

自動車用スプライン軸 (中歯)						DIN VORNORM 5463			
内径	外径	歯幅	歯数	d_2 (最小値)			e (最大値)		突起頂部 幅
				DIN	計算値	修正値	DIN	修正値	
11	14	3	6	9.9	9.96	9.9	1.55	1.55	0.5
13	16	3.5	7	12.0	11.98	▲ 11.9	1.5	1.5	0.5
16	20	4	7	14.54	14.53	14.53	2.1	▲ 2.2	0.7
18	22	5	7	16.7	16.68	▲ 16.6	1.95	▲ 1.97	0.7
21	25	5	7	19.5	19.53	19.5	1.98	▲ 2.01	0.7
23	28	6	7	21.3	21.26	▲ 21.2	2.3	▲ 2.4	0.7
26	32	6	7	※ 23.4	23.67	▲ 23.6	※ 2.94	▲ 3.16	1.0
28	34	7	7	25.9	25.84	▲ 25.8	2.94	▲ 3.01	1.0
32	38	6	8	29.4	29.37	▲ 29.3	3.3	3.3	1.0
36	42	7	7	33.4	33.48	33.4	3.01	▲ 3.07	1.0
42	48	8	7	39.5	39.51	9.5	2.91	▲ 2.95	1.0
46	54	9	7	42.7	42.63	▲ 42.6	4.1	4.1	1.3
52	60	10	7	48.7	48.66	▲ 48.6	4.0	4.0	1.3
56	65	10	7	※ 52.2	52.01	▲ 52.0	4.74	▲ 4.76	1.6
62	72	12	7	57.8	57.81	57.8	5.0	▲ 5.1	1.6
72	82	12	10	67.4	67.47	67.4	5.43	▲ 5.36	2.0
82	92	12	7	77.1	77.18	77.1	5.4	5.4	2.0
92	102	14	7	※ 87.3	87.40	▲ 87.4	5.2	5.2	2.0
102	112	16	7	※ 97.7	97.60	▲ 97.6	4.9	4.9	2.0
112	125	18	7	※ 106.3	106.16	▲ 106.1	※ 6.4	▲ 6.6	2.4

※ 誤差 0.1 mm 以上のもの

▲ 修正した箇所

[昭和 18 年 5 月]

第 5 表

自動車用スプライン軸 (薄歯)				DIN VORNORM 5464		
内径	外径	歯幅	歯数	d_2 (最小値)		
				DIN	計算値	修正値
16	20	2.5	10	14	14.02	14
18	23	3	〃	15.6	15.60	15.6
21	26	3	〃	18.44	18.42	▲18.42
23	29	4	〃	※20.3	20.19	▲20.1
26	32	4	〃	23	23.01	23
28	35	4	〃	24.4	24.39	▲24.3
32	40	5	〃	28	28.04	28
36	45	5	〃	31.3	31.30	31.3
42	52	6	〃	36.9	36.84	▲36.8
46	56	7	〃	40.9	41.00	▲41.0
52	60	5	16	47	47.18	▲47.1
56	65	5	〃	※50.6	50.43	▲50.4
62	72	6	〃	※56.1	55.98	▲55.9
72	82	7	〃	※65.9	66.02	▲66.0
82	92	6	20	※75.6	75.44	▲75.4
92	102	7	〃	85.5	85.56	85.5
102	115	8	〃	93.7	93.65	▲93.6
112	125	9	〃	103.7	103.75	103.7

※ 誤差 0.1 mm 以上のもの

▲ 修正した個所

第 6 表

歯数 4 の工作機械用 スプライン軸			DIN VORNORM 5471		
内 径	外 径	歯 幅	d_2 (最小値)		
			DIN	計算値	修正値
11	15	3	9.6	9.59	▲ 9.5
13	17	4	11.8	11.74	▲11.7
16	20	6	15.02	15.02	15.02
18	22	6	16.9	16.91	16.9
21	25	8	20.1	20.12	20.1
24	28	8	23	23.00	23.0
28	33	10	26.8	26.83	26.8
32	38	10	30.3	30.32	30.3
36	42	12	34.5	34.50	34.5
42	48	12	40.2	40.29	40.2
46	52	14	44.4	44.46	44.4
52	60	14	49.5	49.51	49.5
58	65	16	※56.2	56.04	▲56.0
62	70	16	59.5	59.54	59.5
68	78	16	※64.4	64.50	▲64.5

※ 誤差 0.1 mm 以上のもの

▲ 修正した個所

歯本円とを普通の場合には一致なし得るので隅肉が零になる様切削することが出来、ピッチ円の取り方に依て任意の大きさの隅肉を持つスプライン軸を切削なし得る。

(6) ホブの歯先を円周方向に高低をつけた特種ホブを使用すれば、直線歯スプライン軸に於ても隅肉を除去できる。

(7) 独逸標準規格の隅肉に関する数値は修正をなす可き個所が多い。インボリュートスプラインに就ての独逸規格は尚考究すべき点を多々有する。

本研究に際しては東北帝国大学の成瀬博士から絶大の御教導を戴いた。こゝに深甚の謝意を表す。尚計算には小野正良、男澤恒男 2 君の助力を得た。

(昭和 17 年 12 月 22 日受付)

第 7 表

歯数 6 の工作機械用 スプライン軸			DIN VORNORM 5472		
内径	外径	歯幅	d_2 (最小値)		
			DIN	計算値	修正値
21	25	5	19.5	19.53	19.5
23	28	6	21.3	21.26	▲21.2
26	32	6	※23.4	23.67	▲23.6
28	34	7	25.9	25.84	▲25.8
32	38	8	29.9	29.89	▲29.8
36	42	8	33.7	33.73	33.7
42	48	10	39.94	39.94	39.94
46	52	12	44.16	44.17	44.17
52	60	14	49.5	49.52	49.5
58	65	14	55.74	55.74	55.74
62	70	16	59.5	59.54	59.5
68	78	〃	64.4	64.50	64.5
72	82	〃	68.3	68.37	68.3
78	90	〃	※73	73.23	▲73.2
82	95	〃	76.6	76.60	76.6
88	100	〃	82.9	82.90	82.9
92	105	20	87.1	87.16	87.1
98	110	〃	93.4	93.46	93.4
105	120	〃	98.8	98.78	▲98.7
115	130	〃	108.4	108.47	108.4
130	145	24	123.9	123.93	123.9

※ 誤差 0.1 mm 以上のもの

▲ 修正した個所

論文要報 (正誤表)

(機械学会誌 46 巻 313 号)

頁	行	誤	正
247	左 4 行目式 (3)	$R_s =$	$R_2 =$
〃	右 5 行目	第 4 図隅肉の高さ (...)	第 4 図
〃	右 10 行目	(5)	(6) 明山、前出
〃	第 1 表	内径 $2R_6$	内径 $2R_s$