ラックに依るインボリュートねぢ面の傾き角測定法⁽¹⁾

(昭和 18 年 1 月 20 日 第 434 回講演會に於て講演)

正 員 新 莊 謹 二⁽²⁾

摘 要

任意の圧力角を有するラックの一歯面を用ひてインボリュートねぢ面（はすば歯車の歯面）の傾き角を測定する方法を述べ、特に圧力角 0° のラックを用ひるのが最も好都合であることを述べる。

1. 緒 論

はすば歯車の歯面の傾き角を現場で簡単に、面倒な測定機を用ひることなしに測定することが出来れば甚だ便利である。又歯車型カッタの基本歯形は近似的にインボリュート歯形を以て代用されてゐる⁽³⁾のでこの場合には歯車型カッタの歯面はインボリュートねぢ面となる。歯車型カッタの歯面を研削仕上するに際しその歯面の傾き角を研削盤の横で簡単に測定することが出来れば甚だ好都合である。

これ等の目的を以てインボリュートねぢ面の傾き角を測定するのに現場にて容易に採用し得る一方法として任意の圧力角を有するラックの一歯面をインボリュートねぢ面に線接触せしめ、このラックの傾き角をサイン定規により測定し、この値及びラックの圧力角からインボリュートねぢ面の基礎円嚙上の傾き角を算出する方法を試みた。

この方法は一箇の被測定ねぢ面につき傾き角を測定する方法であるから、歯の左右両側が同じ傾きになつてゐるはすば歯車の歯面の傾き角測定に應用し得るのみでなく、歯車型カッタの如く歯の左右両側が対称な傾きになつてゐる場合及び歯の左右両側が夫々異なる傾きになつてゐる場合に各歯面の傾き角を測定するためにも應用し得るのである。

一般にはすば歯車の傾き角は標準ピッチ円嚙上で表はされてゐるがこゝでは先づインボリュートねぢ面の基礎円嚙上の傾き角を求めることにした。一般的にインボリュートねぢ面を取扱ふ場合にはむしろ基礎円嚙上の傾き角を基準にした方が良いと思ふ。

2. 測 定 法

第 1 図に於て被測定インボリュートねぢ面を E とし、任意の圧力角を有するラックの歯面を R とし、ラックを保持する柄を S とする。柄 S の軸は被測定インボリュートねぢ面の軸 $X-X'$ と同一平面内にある必要はないが、柄 S の軸は軸 $X-X'$ を含む垂直面に対しては常に垂直であることが必要である。ラックは上下に移動させ得る如くする。ラックの歯面をインボリュートねぢ面に接触させるには、その圧

力角小なる時はラックを下方に置き、圧力角大なる時はラックを上方に置くことが必要である。このやうに位置を調節せるラックを測定しようとするねぢ面の下方迄前進させ、ねぢ面を矢印の方向に回轉させてラック面に押しつける。然る時

第 1 図

はラックの柄 S は自由に回轉することが出来るので、角 β だけ傾いてねぢ面とラック面とは線接触をなす。この際一旦ラックに接触したねぢ面を僅か元に戻してラック面とねぢ面との間に僅かの隙間を生ぜしめ、再びねぢ面を矢印の方向に廻してラック面を軽くたたく。この事を数回繰返へせばねぢ面とラック面とは確実に線接触をなすに至る。こゝに於て角 β を測定し、ラックの圧力角 α_n 及び角 β から、このインボリュートねぢ面 E の基礎円嚙上における傾き角 ϵ_s を算出するのである。

3. 一 般 解

第 2 図は第 1 図中の被測定インボリュートねぢ面 E 及び測定用ラック R を取出して画いたものである。ラックの圧力角を α_n とし、ラックの傾き角を図の如く β とする。このラックをねぢ面の軸に垂直な平面で切断し、この断面内におけるラックの圧力角を α_s とすれば、第 3 図の関係から、

$$\tan \alpha_s = \tan \alpha_n / \sin \beta \dots\dots\dots (1)$$

となる。この際ラックはその両端に於ては A 点及び B 点に於てねぢ面に接触してゐる。点 A 及び B を連ねる直線（即ち接触線）は第 4 図に示す如く基礎円嚙に巻きつけた薄い

⁽¹⁾ Measuring Helical Angle of an Involute Helicoid with a Rack.
⁽²⁾ Kin-iti SINZYO, Member, Nissan Jidosha Kaisha Ltd. 日産自動車會社。
⁽³⁾ 新莊謹一、平齒車型カッタ、機械學會論文、8 卷 31 号 IV-120 頁 (昭 17-5)、新莊謹一、齒井康治、はすば齒車型カッタ、機械學會論文、8 卷 32 号 IV-185 頁 (昭 17-8)。

第 2 図

第 3 図

第 4 図

第 5 図

紙片をねちの方向 $A'B'$ に沿ひ切開し、紙を常に引張りながら解いた場合の紙片の端たる直線 AB に相当する。この場合に紙片の端が空間に画く曲面がインボリュートねち面である。このインボリュートねち面の基礎円嚢の半径を g とし、基礎円嚢上におけるねち面の傾き角を ξ_g とすれば、第 4 図の関係から

$$\overline{AB''} = H \cdot \cot \xi_g \quad \dots\dots\dots (2)$$

となる。次に第 5 図の如く、インボリュートねち面の軸に垂直なる平面 L 及び軸に平行なる平面 M を考へる。平面 L 上に横はる直角三角形 $AB''C'$ に於て、

$$\cos \alpha_s = \overline{AB''} / \overline{AC'} \quad \dots\dots\dots (3)$$

となり、又平面 M 上に横たはる直角三角形 ACC' に於て、

$$\tan \beta = \overline{CC'} / \overline{AC'} = H / \overline{AC'} \quad \dots\dots\dots (4)$$

となる。第 (3) 及び第 (4) 式から $\overline{AC'}$ を消去すれば、

$$\tan \beta = H \cdot \{\cos \alpha_s / \overline{AB''}\} \quad \dots\dots\dots (5)$$

となる。第 (5) 式中の $\overline{AB''}$ に第 (2) 式中の $\overline{AB''}$ を代入して整理すれば、

$$\tan \beta = \cos \alpha_s \cdot \tan \xi_g \quad \dots\dots\dots (6)$$

となる。第 (6) 式中の α_s に第 (1) 式の α_s を代入すれば、

$$\tan \beta = \tan \xi_g \cdot \cos [\tan^{-1} \{\tan \alpha_n / \sin \beta\}] \quad (7)$$

となり、第 (7) 式より角 ξ_g を求めるには、

$$\tan \xi_g = \tan \beta \cdot \sec [\tan^{-1} \{\tan \alpha_n / \sin \beta\}] \quad (8)$$

なる関係を用ひればよい。第 (8) 式は任意の圧力角 α_n のラックを使用して、 β 角を測定し、角 ξ_g を算出する一般式である。

基礎円嚢上の傾き角 ξ_g から任意の半径 r なる円嚢上の傾き角 ξ_r を算出するには、ねち面のリードを s とし、 $s = 2\pi g \tan \xi_g = 2\pi r \tan \xi_r$ と置いて、

$$\tan \xi_r = (g/r) \tan \xi_g \quad \dots\dots\dots (9)$$

なる関係を用ひれば宜らしい。

4. ラックの圧力角が 0° なる場合

第 (8) 式に於て $\alpha_n = 0^\circ$ と置けば、

$$\tan \xi_g = \tan \beta \quad \dots\dots\dots (10)$$

となり、測定した角 β が直ちにインボリュートねち面の基礎円嚢上の傾き角 ξ_g に等しくなるので、第 (8) 式の計算を行ふことなしに直ちに角 ξ_g を知り得る利点がある。その上圧力角 0° のラックは工作も簡単である。こゝにはねち面の軸を水平にしてラックを傾けることにしたのであるが、逆にラックを水平にしてねち面の軸を傾けることにしても良い訳である。この場合には 0° のラックは定盤上に置いたブロックゲージを以て代用されるので、特にラックを製作することなしに本測定を行ひ得ることとなる。

5. ラックの圧力角がはすば歯車の直角方向圧力角⁽⁴⁾に等しい場合

はすば歯車につき、

g = 基礎円嚢の半径

ξ_g = 基礎円嚢上の傾き角

R = 標準ピッチ円嚢の半径

ξ_R = 標準ピッチ円嚢上の傾き角 (平歯車の場合 $\xi_R = 90^\circ$)

α_n' = 直角方向圧力角

α_s' = 正面歯形の圧力角⁽⁵⁾

とすれば、

$$\sec \alpha_s' = R/g \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$\tan \alpha_s' = \tan \alpha_n' / \sin \xi_R \quad \dots\dots\dots (12)$$

(4) Normal Pressure Angle.

(5) 軸に直角なる断面内における圧力角。

第 1 表

インポリュートねぢ面				α_n	β	ξ_g
種 別	摘 要					
I はすば歯車	歯の大きさ	N.D.P.	7	} 接触位置 (イ) (ロ)	0° 00'	65° 23'
	圧 力 角	N.P.A.	17° 30'		0° 00'	65° 23'
	歯 数		20			
II はすば歯車	歯の大きさ	N.D.P.	7	}	19° 58'	60° 09'
	圧 力 角	N.P.A.	17° 30'		30° 00'	57° 18'
	歯 数		13			
III 平歯車型カッタ	仮 想 歯 車 歯 数	歯の大きさ	D.P. 4/5	} 表側歯面 裏側歯面	0° 00'	88° 01'
		圧 力 角	P.A. 20°		0° 00'	88° 00'
			16			

第 2 表

インポリュートねぢ面 種 別	α_n	β	ξ_g	$\Delta\xi_g$
I はすば歯車	0° 00'			$\Delta\xi_g = \Delta\beta$
II はすば歯車	19° 58'	60° 09'	62° 06'	$\Delta\xi_g = 0.92 \Delta\beta + 0.39 \Delta\alpha_n$
	30° 00'	57° 18'	62° 06'	$\Delta\xi_g = 0.83 \Delta\beta + 0.50 \Delta\alpha_n$

なる関係があり、更に第 (9) 式同様に、

$$\tan \xi_g = (R/g) \tan \xi_R \dots\dots\dots(13)$$

となる。第 (11), (12), (13) 式を纏めれば、

$$\tan \xi_g = \tan \xi_R \cdot \sec [\tan^{-1} \{ \tan \alpha_n' / \sin \xi_R \}] \dots\dots\dots(14)$$

となる。

別に第 (8) 式に示せる一般式の角 ξ_g の代りに上式の値を代入し、角 ξ_g の代りに角 ξ_R を用ひて表せば、

$$\begin{aligned} & \tan \xi_R \cdot \sec [\tan^{-1} \{ \tan \alpha_n' / \sin \xi_R \}] \\ & = \tan \beta \cdot \sec [\tan^{-1} \{ \tan \alpha_n / \sin \beta \}] \dots\dots\dots(15) \end{aligned}$$

となる。第 (15) 式に於て左辺ははすば歯車に関する値であり、右辺は測定用ラックに関する値である。第(15)式に於て、

$$\alpha_n' = \alpha_n \dots\dots\dots(16)$$

と置けば、

$$\xi_R = \beta \dots\dots\dots(17)$$

なることが解る。

即ち測定用ラックの圧力角 α_n がはすば歯車の直角方向圧力角 α_n' に等しい場合には、測定せるラックの傾斜角 β が直ちにはすば歯車の標準ピッチ円嚙上の傾き角 ξ_R に等しくなる。

米国ナショナル・ブローチ・アンド・マシン會社製の万能歯車検査機⁽⁶⁾はこの特殊の場合に相當するものである。但し測定用ラックとして完全な 1 歯を採用してをり、ラックは左右対称な二つの歯面を有してゐる。而してラックの柄は歯車の軸と同一平面内にあり、ラックを歯溝内に押込んだ場合の

ラックの傾き角をサイン定規にて測定し、はすば歯車の標準ピッチ円嚙上の傾き角を求める如く設計されてゐる。この場合には被測定ねぢ面は歯溝の両側に同じ向きの振れを有する各 1 箇のねぢ面が存在してをらねばならない。即ち両側共仕上げられたはすば歯車の歯溝があつて始めて應用されるもので、歯車型カッタの如く歯溝の両側の歯面の振れが異なる場合や一方の歯面のみを研削仕上した場合等は應用され難い欠点がある。

6. 測 定 例

はすば歯車の歯面及び平歯車型カッタの歯面の傾き角を測定せる結果を第 1 表に掲げる。

第 1 表により、使用せるラックの圧力角が何度にても同様な測定値を得ることが解る。又ラックとねぢ面との接触位置を変へても結果に変化なきことを知る。

7. 測 定 精 度

第 (8) 式は角 α_n 及び角 β の測定値から角 ξ_g を算出する一般式である。この式より、角 α_n 及び角 β の測定誤差 $\Delta\alpha_n$ 及び $\Delta\beta$ が角 ξ_g に及ぶ影響 $\Delta\xi_g$ を求めるために、第 (8) 式を微分して整理すれば、近似的に次式を得る。

$$\begin{aligned} \Delta\xi_g = & \left[\frac{\sin \xi_g \cdot \cos \xi_g}{\tan \beta} \left\{ \sec^2 \beta - \frac{(\tan \alpha_n / \sin \beta)^2}{1 + (\tan \alpha_n / \sin \beta)^2} \right\} \right] \Delta\beta \\ & + \left[\frac{\sin \xi_g \cdot \cos \xi_g \cdot \tan \alpha_n}{\sin^3 \beta \cdot \cos \beta \{ 1 + (\tan \alpha_n / \sin \beta)^2 \}} \right] \Delta\alpha_n \dots\dots\dots(18) \end{aligned}$$

第 1 表に掲げた実例の数値を第 (18) 式に代入して、角 $\Delta\beta$ 、角 $\Delta\alpha_n$ 、角 $\Delta\xi_g$ の関係を求めれば第 2 表の如くなる。第 2 表に於て角 α_n は予め丁寧に製作せる測定用ラックの圧力

⁽⁶⁾ National Broach and Machine Co. Red Ring Universal Gear Tester.

角であるから測定が容易であり、 $\Delta\alpha_n < \pm 1'$ と考へてよい。角 $\Delta\beta$ は測定装置によりその大きさが異なるのであるが相當の大きさのサイン定規を用ひれば、 $\Delta\beta < \pm 1'$ とすることが出来る。従て、 $\Delta\xi_g$ も大約 $\pm 1'$ 以内の精度と看做して差支へない。尙 $\alpha_n = 0^\circ$ なる時は第 2 表に示す如く角 β の測定誤差がそのまゝ角 ξ_g の誤差に等しくなる。

8. 測定装置

ナショナル・ブローチ・アンド・マシン會社製の万能歯車検査機を利用して、第 6 図に示す如くラックを取付け、その傾き角をサイン定規により測定した。ラックはサイン定規軸の他端に於て上下に移動させ得るやうにした。實際測定に當つてはラックが軽く回轉するために、ラックの歯面とインボリュートねぢ面との接触点が、ラックの回轉中心と略同一高さにあることが望ましいので、第 6 図の如く回轉軸の高さを一定にしてラックのみを上下に調節するよりも、回轉軸とラックとを共に上下させる方が宜らしい。

第 6 図

次に本装置におけるサイン定規の精度を考へてみよう。本装置のサイン定規の栓間距離は $L = 152.406 \text{ mm}$ ($= 6''$) である。栓間距離の測定誤差 $\varepsilon_1 = 0.01 \text{ mm}$ 、左右両栓の高さの差 ($H-h$) の測定誤差 $\varepsilon_2 = 0.025 \text{ mm}$ ($= 0.001''$) とし、サイン定規による角 ($90^\circ - \beta$) の測定誤差 ε を計算すれば(7)次の如くなる。

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon &= \pm 3.43 \times 10^3 \frac{\varepsilon_g}{\cos \alpha} \quad (1) \\ \text{但し } \varepsilon_g &= \pm \sin \alpha \left(\frac{\varepsilon_1}{H-h} + \frac{\varepsilon_2}{L} \right) \\ \sin \alpha &= \frac{H-h}{L} \end{aligned} \right\} (19)$$

第 (19) 式に第 1 表の例題による数値を代入すれば第 3 表の如くなる。

第 3 表によりこの程度のサイン定規により $1'$ 程度の精度を有する測定が可能となることが解る。

本装置により実際に角 ($90^\circ - \beta$) を測定するに當つては第

第 3 表

インボリュートねぢ面 種 別	β	$90^\circ - \beta$	ε
I はすば歯車	$65^\circ 23'$	$24^\circ 37'$	$\pm 0.72'$
II はすば歯車	$60^\circ 09'$ $57^\circ 18'$	$29^\circ 51'$ $32^\circ 42'$	$\pm 0.79'$ $\pm 0.82'$
III 平歯車型カッタ	$88^\circ 01'$ $88^\circ 00'$	$1^\circ 59'$ $2^\circ 00'$	$\pm 0.57'$ $\pm 0.57'$

6 図に於てラックを締付けた際、サイン定規の栓を連ねる線とラックの長手方向の軸とが正しく平行となつてゐるか否かが問題となる。そこで先づラックの上下位置選定後ラックをサイン定規の軸に対して固定し、つぎに段取ゲージを用ひてラックの長手方向の軸を正しく水平にし、この時にサイン定規の表はす角度を予め測定して置き、後に求めたサイン定規の傾き角をこれだけ修正することにした。

9. 結 論

ラックによるインボリュートねぢ面の傾き角測定法は現場で簡単に実施し得る方法であり、その測定精度は $1'$ 程度で実用上十分な値である。その特徴を列記すれば次のごとくである。

- (1) 使用するラックは片側の歯面を有するだけでよい。
- (2) 且ラックの歯面が正しく平面になつてさへるれば圧力角は何度にも差支へなく、只圧力角の正しい実測値が解つてゐればそれで十分である。
- (3) 被測定ねぢ面は只 1 箇あれば測定を行ふことが出来る。
- (4) 従て、インボリュートねぢ面研削仕上の際一つの歯面の研削を終れば加工の途中に於て直ちにその傾き角の正否を知ることが出来、段取を修正することが可能である。
- (5) ラックの歯面をインボリュートねぢ面に當てる場所は全く自由であり、ラックの歯面とねぢ面とが線接触をなせばそれで十分である。
- (6) 従てラックの取付は甚だ容易である。
- (7) 特に圧力角 0° のラックを用ひれば計算を行ふことなしに直ちにインボリュートねぢ面の基礎円嚙上の傾き角を知ることが出来る。
- (8) 又 0° のラックは他の角度のラックよりも工作が容易である。
- (9) ラックとねぢ面との接触点が略ラックの回轉中心と同じ高さになる如く測定装置を製作すればラックが軽く回轉するので好都合である。

最後に本研究に対し種々御教示を賜はつた内丸最一郎博士、和栗 明博士に対し厚く御礼を申述べ。尙測定につき盡力された吉村志郎氏に対し感謝する。

(7) 機械學會編、機械工学便覽、昭和 12 年 12 月発行 1931 頁。