球と静止空気との間の熱傳達⁽¹⁾

(昭和 15 年 4 月 30 日 第 4 回工学大会講演会及び昭和 18 年 1 月 29 日 福岡地方講演会に於て講演)

正 員 山 縣 清⁽²⁾

1. 緒 言

自由対流の問題の中で、理論と実験の両面から比較的研究の進んでゐるのは、垂直平面と水平円柱とである。次は理論的には 3 次元の対流が取上げられる順序であつて、その場合先づ球が登場する筈である。それは又実用上からも研究を要する問題である。例へば液体或は固体の粒乃至塊と気体との間の熱傳達は工業上各方面に現はれるのであつて、その取扱の基礎ともなるものである。

文献によると 19 世紀の中頃から幾つかの実験が行はれてゐた様であるが⁽³⁾、何れも不完全なものである。比較的新しくは Heilman⁽⁴⁾ が直径 1' の鋳鉄球に就て実験したやうな記述が見當るが、それすら線図上たゞ 2 点を示してゐるだけで詳細は不明である。

境界層が層流で薄い場合に就て解析的研究を試みたものとしては唯一つ Shell⁽⁵⁾ のが見當るが、それは全体に亘り仮定が余りに乱暴であつて、細かい数字的結果にいきなり信をおくわけにはいかぬ。

併し極く大雑把に云へば、境界層が薄くて層流 (或は乱流) の場合には垂直壁や水平円柱と著しい相違はないと考へてよいやうである。ところが球が小さくなつて境界層が比較的段々厚くなつてくれば、細い水平針金の場合とは大いに異なるであらうと考へられる根拠がある⁽⁶⁾。この研究は先づ境界層が薄い層流の場合を解析的に取扱ふことによつて球が垂直壁や水平円柱と如何に相違するかを研究し、次で実験によつてこれを検討し、更に球径が段々小さくなるに従つて如何なる性質を示すかを明らかにしようとしたものである。

2. 理 論

1. 相似則 周知の如く自由対流の微分方程式に於て流体の特性値は総て (密度さへも) 一定であつて独立に浮力が作用するものと仮定して相似則を適用すれば Nusselt 数 Nu は Grashof 数 Gr と Prandtl 数 Pr との函数であると云ふ結果が得られる。

$$Nu = F(Gr, Pr), \dots\dots\dots(1)$$

$$\text{但し } Nu = \alpha D / \lambda, \quad Gr = D^3 g \beta \theta / \nu^2, \quad Pr = \nu / a, \dots\dots(2)$$

茲に α = 熱傳達係数、 D = 球の直径、 λ = 熱傳導係数、 ν = 運動粘性係数、 a = 温度傳播係数、 β = 体積の膨脹係数、 θ = 球の温度 t_0 と流体の温度 t_1 との差。今のやうに流体を空気と限定すれば Pr 値は大體一定と見られるから

$$Nu = F(Gr), \dots\dots\dots(1a)$$

函数 F の形は別に理論か実験かで決定しなければならない。

この機会にはつきりして置く必要があると思ふのは、実在の流体の場合にその物質特性値に如何なる場所の値を用ひて実験結果を整理し或は理論と比較すべきかと云ふことである。現在大體二通りの意見がある様である。一つは Nusselt⁽⁷⁾ が整理し米英で廣く採用されてゐるやうに t_0 と t_1 との間の適當な平均値を用ひる方法であり、他は β には t_1 における値を用ひ他の λ 及び ν には t_0 における値を用ひる Schmidt⁽⁸⁾ 流の方法である。然るに空氣に対しては、それを理想気体と看做せば $\beta = 1/T$ であり、その上更に圧力の差を無視すれば無限遠点 (絶対温度 T_1 , 比重量 γ_1) に相対的に考へた任意の点における單位体積當りの浮力は、

$$\text{浮力} = \gamma_1 - \gamma = \gamma_1 \frac{T_0 - T_1}{T} \tau = \gamma_1 \frac{T_0 - T_1}{T_1} \tau,$$

$$\text{茲に } \tau = \frac{T - T_1}{T_0 - T_1}$$

上式の τ 以外の量は一定であると仮定して相似則から導かれたものが Gr 数である。故に Gr の中の γ に無限遠点の値を用ひれば β には平均値をとり、反対に γ に適當な平均値をとれば β には無限遠点の値を用ひべきである事が分る。又粘性係数は流動してゐる部分全体に關係を有し、更に Nu の中の λ は一見固体表面の値のみに關係を有するやうであるが、実はその場所の温度勾配に従つて Nu は他の部分の λ にも支配されるのであるから、本文に於ては

$$Gr = \frac{D^3 g}{\nu^2} \frac{T_0 - T_1}{T_1} \dots\dots\dots(2a)$$

なる形を用ひ、式中の ν 及び Nu 中の λ には平均値を用ひることとする (λ に平均値を採用する他の一つの根拠は次節に附言する)。

2. $Gr = 0$ なる極限の場合 Gr 数は無次元の浮力数である。これが 0 の場合とは、傳導のみで熱が傳はる場合である。

今半径 R_0 , 温度 t_0 なる球と、それと同心で半径 R_1 , 温度 t_1 なる球との間に熱傳導係数 λ (一定) なる流体があり、傳導のみで單位時間に熱量 Q が傳はつてゐるとすれば

$$Q = 4\pi\lambda(t_0 - t_1)R_0R_1/(R_1 - R_0)$$

であり、一方この場合も平均熱傳達係数 α を

$$Q = \alpha(t_0 - t_1)4\pi R_0^2$$

(1) Convective Heat Transfer from Sphere in Still Air. 九州帝國大学。

(3) International Critical Table, V, 235.

(4) R. H. Heilman, Trans. A.S.M.E., 51, (1929), FSP, 287.

(5) J. I. Shell, Bull. de l'Acad. d. scien. math. et nat., A, Belgrade, (1938).

(6) E. Schmidt u. W. Beckmann, Techn. Mech. Thermodyn., 1, (1930), 341.

(2) Kiyosi YAMAGATA, Member. The Kyūsyū Imperial University.

(7) W. Nusselt, Z. V.D.I., 73, (1929), 1475.

(8) 2-2 参照。

[昭和 18 年 11 月]

と定義すれば、これ等兩式より

$$\frac{\alpha D}{\lambda} = \frac{2}{1 - R_0/R_1} \quad \dots\dots\dots(3)$$

但し $D=2R_0$ である。特別に $R_0/R_1=0$ と看做される場合には

$$\alpha D/\lambda=2 \quad \dots\dots\dots(4)$$

なる一定値をとる。その中間では第1表の如く寸法比に関係する。

Gr が0でなくてもそれが相當小さいところでは境界層が厚くなり対流よりも直接の傳導の方が優勢になつて来て終には空氣の擴がりが Nu に影響を持つやうになつて来る。実験ではこの点に注意する必要がある(後述の実験では Gr 数最小のものでは $R_1/R_0=25$ になつてゐる)。

同様に無限長の円柱面と、それと同心円筒面とで境された流体との熱傳導に対する等價熱傳達係数を求めて見れば

$$\frac{\alpha D}{\lambda} = \frac{2}{\ln(R_1/R_0)}$$

となる。 R_1/R_0 と Nu との関係を同じく第1表に示す。

第1表 球及び円柱の熱傳達係数と流体の寸法との関係 ($Gr=0$)

R_1/R_0	2	5	10	25	∞
Nu 球	4.00	2.50	2.22	2.08	2
円柱	2.89	1.24	0.87	0.62	0

かくの如く円柱の場合には $Gr \rightarrow 0$ なる極限の Nu 値は流体の擴がりの大小によつて最小0まで変化し得るのであつて、微細な針金を用ひ Gr 値を極端に小さくさせた実験に於てはその結果がかなり不揃になつてゐるのであるが、その原因の一部はこんなところにもあるのであらう。これに対し球にあつては $Gr \rightarrow 0$ では $Nu \rightarrow 2$ と云ふ有限一定の極限值を有し又寸法の影響も余り著しく無いのであるから、実験結果の纏りはよいであらうと予想されるのである。

尙流体の λ が温度の函数である場合には、(3) 及び (4) 式の λ の代りに

$$\lambda_m = \frac{1}{t_0 - t_1} \int_{t_1}^{t_0} \lambda dt$$

なる平均値を用ひればよい事を容易に証明し得る。かく Gr 値の小さい所では λ には平均値を用ひるのが正しいのであるから、 Gr 値の大きいところでのみ t_0 における値を用ひるよりも、前記の如く、全 Gr 値に亘り一貫して平均値を採用する方が自然であらう。

3. 薄い層流境界層の場合 Gr 値が 10^6 とか 10^7 とか云ふ程度の場合には、速度及び温度の境界層の厚さは薄く流れは層流である。この時の理論解を水平円柱に対する Hermann⁽⁹⁾ の方法に倣つて求めることとする。

第1図の記号を用ひ普通の省略を行へば、切線速度 u 、垂直速度 v 、及び温度差 $\theta = T - T_1$ に対する微分方程式は

第1図 球の記号及び座標 (6) 式は次の如くも書かれる。

$$\frac{\partial u}{\partial s} + \frac{\partial v}{\partial n} + \frac{u}{R} \cot \frac{s}{R} = 0. \quad \dots\dots\dots(6a)$$

今

$$\left. \begin{aligned} u &= \frac{1}{r_0} \frac{\partial \psi}{\partial n} = \frac{1}{R \sin(s/R)} \frac{\partial \psi}{\partial n}, \\ v &= -\frac{1}{r_0} \frac{\partial \psi}{\partial s} = -\frac{1}{R \sin(s/R)} \frac{\partial \psi}{\partial n} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(8)$$

とし、更に

$$\left. \begin{aligned} Gr_R &= R^3 g \beta \theta / \nu^2, \quad x = s/R, \quad y = (n/R) Gr_R^{1/4}, \\ \Psi &= (\psi / \nu r_0) Gr_R^{-1/4}, \quad \tau = \theta / \theta, \quad Pr = \nu / a \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

と置けば、式 (5)~(7) は

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \Psi}{\partial y} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial x \partial y} - \left(\frac{\partial \Psi}{\partial x} + \Psi \cot x \right) \frac{\partial^2 \Psi}{\partial y^2} &= \frac{\partial^3 \Psi}{\partial y^3} + \tau \sin x, \\ \frac{\partial \Psi}{\partial y} \frac{\partial \tau}{\partial x} - \left(\frac{\partial \Psi}{\partial x} + \Psi \cot x \right) \frac{\partial \tau}{\partial y} &= \frac{1}{Pr} \frac{\partial^2 \tau}{\partial y^2} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(10)$$

となる。円柱の場合に比較すれば $\cot x$ を含む項だけ余分に加はつてゐる。

さて式 (10) を解くのに、Hermann に倣つて、次の置き方を試みる。

$$q = yg(x), \quad \Psi(x, y) = p(q) f(x), \quad \tau(x, y) = t(q) \dots\dots(11)$$

然る時は式 (10) は

$$\left. \begin{aligned} p^{1/2} (f^2 g g' + f f' g^2) - p p' f g^2 (f' + f \cot x) \\ &= p^{1/4} f g^3 + t \sin x, \\ g t' + Pr \cdot p t' (f' + f \cot x) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(12)$$

となるから、若し

$$f' + f \cot x = ag, \quad \dots\dots\dots(13a)$$

$$f g^3 = b \sin x, \quad \dots\dots\dots(13b)$$

$$f^2 g g' + f f' g^2 = c \sin x \quad \dots\dots\dots(13c)$$

なる三つの式より $f(x)$ 及び $g(x)$ なる二つの函数が一義的に決定されるならば、 $p(q)$ 及び $t(q)$ は

$$c p^{1/2} - a b p p' = b p^{1/4} + t, \quad \dots\dots\dots(14a)$$

$$t' + a Pr \cdot p t' = 0 \quad \dots\dots\dots(14b)$$

を解いて求められる事となる。

先づ (13a, b, c) 式を変形し境界条件を求めて置く。 $x=0$ に於ては $\partial \theta / \partial n \neq 0$, $\partial \theta / \partial x = 0$, $u=0$ なるべきことより順に次の条件が出る。

$$x(0) = g_0 \neq 0, \quad g'(0) = 0, \quad f(0) = 0. \quad \dots\dots\dots(15)$$

(9) R. Hermann, Forschungsheft 379, (1936).

又直接 (13a) 式に $x=0$ と置けば

$$f'(0)=ag_0/2 \quad \dots\dots\dots(16)$$

なる関係も得られるから、

$$F(x)=f(x)/ag_0, \quad G(x)=g(x)/g_0 \quad \dots\dots\dots(17)$$

と置けば、(13a, b, c) 式及び境界条件は次の如くなる。

$$F'+F \cot x=G, \quad \dots\dots\dots(18a)$$

$$FG^3=(b/ag_0^4) \sin x, \quad \dots\dots\dots(18b)$$

$$F^2GG'+FF'G^2=(c/a^2g_0^4) \sin x, \quad \dots\dots\dots(18c)$$

及び条件は

$$F(0)=0, \quad F'(0)=1/2, \quad G(0)=1, \quad G'(0)=0. \quad \dots\dots(19)$$

序に未定の常数 a, b, c 及び g_0 の中で、 b/ag_0^4 なる比は、(18b) の F 及び G を x の級数に展開した左右辺の第 1 項の係数を比較する事により、

$$b/ag_0^4=\frac{1}{2} \quad \dots\dots\dots(20)$$

なるべき事が分る。

ところで肝腎の (18a, b, c) の 3 式より F 及び G の 2 函数が單義的に決定するかと云ふ事であるが、これは円柱の場合と同様に厳密には左様にならないのであるが、近似的には十分である事を証明し得る。代表的な解としては物理的に矛盾の無いものといふ点から (18a) 及び (18b) (その右辺の係数値としては (20) 式を用ひる) を用ひる。依てこれ等兩式より F を消去すれば⁽¹⁰⁾、

$$G' \sin x - (2/3) G \cos x + (2/3) G^5 = 0 \quad \dots\dots\dots(21)$$

となる。条件 (19) を満足するこの解は

$$G(x)=\frac{(\sin x)^{2/3}}{\left[\frac{8}{3} \int_0^x (\sin x)^{5/3} dx\right]^{1/4}} \quad \dots\dots\dots(22)$$

であり、従て

$$F(x)=\frac{\left[\frac{8}{3} \int_0^x (\sin x)^{5/3} dx\right]^{3/4}}{2 \sin x}, \quad \dots\dots\dots(23)$$

となる。これ等の式によつて計算した結果を第 2 表に示す。

第 2 表 函数 $F(x)$ 及び $G(x)$ の値

x	0°	30°	60°	90°	120°	150°	165°	180°
$F(x)$	0	0.265	0.555	0.917	1.489	2.995	5.928	∞
$G(x)$	1.000	0.980	0.920	0.817	0.662	0.437	0.279	0

次は (14a) 及び (14b) を聯立に解いて $p(q)$ 及び $t(q)$ を求めれば、更に遡つて、 u, v 及び θ が決定できる。(14 a, b) 式の中の常数の中 b の代りには (20) 式を用ひ、 c の代りには

$$c=\frac{1}{3}a^2g_0^4 \quad \dots\dots\dots(24)$$

なる関係 (これは前記の如き (18a) 及び (18b) より求めた F

(10) 円柱の場合には Hermann もこれ等兩式に相當する式を解いてゐるが、その際 G を消去してゐるので、解が複雑で結果が不正確になつてゐる。

及び G を他の (18a) 及び (18c) を聯立に考へた解と比較して決定できる) を代入し、更に $a=3, g_0=(2/3)^{1/4}$ と選定すれば、その聯立方程式及び境界条件は垂直平面の周りの自由対流に対するものと完全に同じであり、従て解は既知である⁽¹¹⁾。就中熱傳達係数の計算に必要なのは $(\partial\theta/\partial n)_{n=0}$ である。然るに

$$\frac{\partial\theta(s, n)}{\partial n}=2^{1/2}3^{-1/4}\theta\frac{Gr^{1/4}}{D}G(x)f'(q)$$

となり、 $f'(q=0)$ の値は E. Pohlhausen が空気に對し $Pr=0.733$ として計算し 0.508 なる値を得てゐる。故に結局任意の点 x における局所熱傳達係数 α_x は次の如くなる。

$$\alpha_x D/\lambda=0.546 Gr^{1/4} G(x) \quad \dots\dots\dots(25)$$

この結果を水平円柱と比較したものが第 2 図である。何れも

第 2 図 球の局所熱傳達係数の理論的分布及び水平円柱との比較

x と共に境界層が厚くなり従て α_x は減少するが、 Gr 及び D が同一ならば、下の岐点では球の方が α_x は 19% も大きく、その代り上に昇ると共に急に減少してゐる。

次に球表面全体の平均熱傳達係数 α を求めよう。(25) 式より

$$\alpha D/\lambda=0.546 G_m Gr^{1/4} \quad \dots\dots\dots(26)$$

こゝに G_m は次の如くして求めた $G(x)$ の平均値である。

$$G_m=\frac{1}{A} \int_0^A G(x) dA=\frac{1}{2} \int_0^\pi G(x) \sin x dx \quad \dots\dots\dots(27)$$

但し A は表面積を表はす。この $G(x)$ に $G=F'+F \cot x$ を代入して積分し (23) 式を用ひれば、

$$\begin{aligned} G_m &= \frac{1}{2} (F \sin x)_{x=\pi} = \frac{1}{4} \left(\frac{8}{3} \int_0^\pi \sin^{5/3} x dx \right)^{3/4} \\ &= 2^{-1/4} F(\pi/2) = 2^{-5/4} \left\{ \frac{8}{3} \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{\Gamma(4/3)}{\Gamma(11/6)} \right\}^{3/4} \\ &= 0.7707 \quad \dots\dots\dots(27a) \end{aligned}$$

となるから

$$\alpha D/\lambda=0.421 Gr^{1/4} \quad \dots\dots\dots(28)$$

となる。

局所熱傳達係数の最大値は下部岐点に現はれたのであるが、その値はこの平均係数の 1.3 倍に當る。又 (27) 式類似の計算により、球の上下両半分の傳熱割合は 40 : 60 となつてゐる

(11) 脚註 (8) と同じ。

ることも直ちに分る。

(28) 式の結果を垂直平面及び水平円柱の結果と比較するに、式の形は同じであり、唯右辺の係数が垂直平面では 0.479 (但し D はその高さを表はす)、水平円柱では 0.370⁽¹²⁾ であり、球は丁度それ等の真中位の値を有する事が分る。

3. 実験

1. 概説 以上によつて、境界層が層流で薄い場合には同一 Gr における Nu 値は垂直平面と水平円柱との中間にあること (但しその差は大した事なし)、及び Gr 値が減少するに従ひ漸次 $Nu=2$ なる極限值に接近すべきことが明らかになった。よつて次にその値への接近の模様を実験によつ

第3図 実験用球の一例

て明らかにしたいと思つたのである。

Gr 値を小さくするには直径を小さくするのが一番よく効く。円柱の場合はそれ自身を熱源とした小径の針金を用ひればよいから比較的簡単であるが、球にあつては、その内部に熱の発生装置を封入しなければならないから、極端に直径の小さいものは使用できない。従てそのまゝでは上記の目的にかなふ程 Gr 値の小さい実験は難しいと云ふ事になる。然るに幸に Gr なる量は略空気の圧力の2乗に比例する。故に気圧を低下して実験をすれば、その結果は見掛上小径の球を使用したものと等價になる筈であると云ふのがこの実験の根本の考である⁽¹³⁾。

2. 装置及び方法 球はアルミニウムの中空の鋳物を仕

(12) Hermann の値は 0.372 となつてゐる。併し本論と同様の解法をなせば、今の F 及び G に相當する式は $F = \left(\frac{4}{3} \int_0^\pi \sin^{1/3} x dx \right)^{3/4}$, $G = \sin^{1/3} x / \left(\frac{4}{3} \int_0^\pi \sin^{1/3} x dx \right)^{1/4}$ であり、これを用ひて計算すれば $G_m = 0.370$ となる。

(13) この実験の読みをとり始めたのは昭和12年であつた。丁度その頃筆者と同じ方針の下になされた次の論文の發表に接した。但し実験されたものは垂直平面であり球ではない。O. A. Saunders, Proc. Roy. Soc., London, 157, (1936), 278.

第9巻第37号(第2部)]

上げたもので、外表面はピカピカである。アルミニウムを用ひた理由は、(1) 軽くて取扱が便利なこと、(2) 表面をよく磨いておけば輻射の放射率が小さく (従てその値の見積に多少の誤差を伴つても最後の結果に及す影響は比較的少い) 而も温度による変化も少いこと、(3) 熱傳導係数が大きいから表面温度が一樣になり易く、又材料内部の温度を測定して表面温度を正しく推定し得ること等である。

第3図は球の構造の一例である。球は3部より成る。その中二つは合せてぐつと押せばしつくり嵌る半球である。嵌合後は外面の継目は大円をなす (実験中はこの大円は垂直平面内に来る様にして気流に及す影響を最小にした)。その場合この大円上に中心を有する小さい円形の孔が残る。それに五

第4図 球の外観

つの小孔を有する第3の小円板が嵌つて完全な球を形成する。この小片の側面の直径は僅かに内側の方が大きくしてある。従てその中央の小孔に、内側に結び目をつくつた針金を通して外に引張れば組立てた球を吊下げる事ができる。残り4箇の小孔からは電熱線の導線と熱電対との

第5図 実験装置

4本の針金を1本宛取出す。第4図が外観で、これを左右から少し圧せば完全に密着するのである。

球は4種類で外径は 200, 100, 70, 及び 40 mm を目標とした。出来上り球の外径の平均値は室温に於て夫々 200.7, 100.3, 69.9, 及び 39.9 mm であつた。実験した温度範囲と材質の膨脹とを併せ考へて、計算には

$$D = 201, 100.5, 70, 40 \text{ mm}$$

なる値を用ひた。以下簡単のために各球を大さの順に球 I,

II, III 及び IV と呼称する。

球 I 及び II は、凡その寸法が幅 2 m × 奥行 3 m × 高さ 3 m の隔離した室の略中央に吊し、大気圧の下で実験した。必要な読みは総て壁を隔てた隣室でとつて、無用の擾乱を避ける様に心掛けた。

球 III 及び IV は減圧タンクを用ひて実験した。第 5 図が装置の外観である。A がタンク本体で内面の直径 1 m、高さ約 1.4 m である。内部には吸湿材を封入した。実験中

第 6 図 球 I の構造及び熱電対の植込位置

器壁の温度が一樣になる様に外側は流水で洗はれる様になつてゐる。蓋の裏側に鉤を植え、傳導による熱損失を避けるために、綿布を経てニクロム線で球をタンクの中心に吊した。

蓋には多くの小孔があけてある。B は空気抜き口であつて真空ポンプ E に連る。C はタンク内の圧力測定口で水銀マンノメータ F と連絡する。これ等以外に尚 8 箇の小孔がある。それ等は熱電対（タンクの内表面、空気、及び球の表面の温度測定用の一つ宛）用針金 6 本と、電熱用導線 2 本を別々に通すためのものである。D の如き中央に孔のある栓をねち込み気密と電氣的絶縁とを保たせた。

球の表面温度を測定するために、球 I に対しては第 6 図の如く 8 ケ所に熱電対を植えた。図の左半分にある 3 箇は Gauss の方法で平均温度を求めようとしたものであるが、最上部の一つが余りに孔に接近してゐたので、後には方針を変へて、右半分で平均温度を出し、他は左右の対称性を検査するための参考とした。球 II では右側 5 ケ所と左は中央の 1 ケ所だけとした（第 7 図）。

各熱電対は内面からあけたねち孔の底（外表面から約 0.3 mm）に高温接点を置きアルミニウムのねちで押へた。熱電対は直径 0.3 mm の銅-コンスタンタンで、エナメル塗絹糸巻きである。

これ等の熱電対の読みを以てその点の表面温度と考へて十分正確である。その測定例を第 8 図に示す。予期の如く表面温度の差は少い。これから次の如く重さを付けて表面の平均温度を求めた。即ち球心を通る水平面から測つて中心角 φ （上の方を正とす）の点の温度を t とすれば、平均温度は

$$t_0 = \frac{1}{4\pi R^2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} t \cdot 2\pi R \cos \varphi \cdot R d\varphi = \int_{-1/2}^{1/2} t d\left(\frac{1}{2} \sin \varphi\right) \quad \dots\dots\dots (29)$$

となるから、 $(1/2) \sin \varphi$ を横軸にとつて測定温度をプロットし、面積を測つて平均値を求めた。

球 III 及び IV に於ては、第 1 に多数の熱電対の取付けが困難であること、及び第 2 に減圧タンクに封入して気密を良く保たせる必要があることとのために、その数を最小にする事が望ましかつた。よつて球 I 及び II の実測結果に就て平均温度を與へる位置を求めて見たところが、球 I では $\varphi = 12^\circ 10'$ 、球 II では $\varphi = 11^\circ 0'$ の周りに密集した。而も第

第 7 図 球の内部 (球 II)

第 8 図 球の表面温度の分布例 (実験第 2)

8 図で見られるやうに、その附近における温度の変化の割合は極めて小さいから、球 III 及び IV に対しては、 $\varphi = 11^\circ 30'$ の位置 1 ケ所に熱電対を植えて、それが t_0 を與へるものと看做した。

3. 放射率 全放射熱量より差引くべき輻射熱量の算定に必要な球面の全放射率 ϵ の値は文献から見當をつける事もできるが、なほ念のため煤をつけて比較決定した。

取扱の容易な球 II を用ひた。上部の径 20 mm の孔に竹筒を押込んで把手とした。先づ球面の油気を拭ひ取つた上に全面一様に薄く併し緻密にラムプの煤をつけた。球の内部にはモビル油を充たし、把手はつけたまま実験した。その結果は煤をつけた場合は

$$\begin{aligned} \text{全放射熱量} \quad Q_s &= 13.87 \text{ kcal/h,} \\ \text{球面温度} \quad t_0 &= 57.5^\circ \text{C,} \\ \text{外気温度} \quad t_1 &= 15.0^\circ \text{C} \end{aligned}$$

であつたのに対し、他の条件は同一でピカピカの時

$$\text{全放射熱量} \quad Q = 7.44 \text{ kcal/h}$$

であつた。 Q_s と Q との差は輻射のみによるとすれば

[昭和 18 年 11 月]

$$\varepsilon = \varepsilon_s - \frac{Q_s - Q}{4.96[(T_0/100)^4 - (T_1/100)^4]A_0} \quad (30)$$

但し A_0 は煤をつけた部分の表面積 m^2 である。又 ε_s は煤面の放射率であつて、普通文献にある値より心持小さく $\varepsilon_s = 0.90$ とつた。その理由は表面の形の関係で煤のつき具合が多少不均一であつた上に特に継目附近には微かながら油が滲み出て十分と云へなかつたからである。以上の数値を用ひて計算した結果

$$\varepsilon = 0.075 \quad (31)$$

となつた。先づ尤もらしい値と思へたので、総ての球に対しこの値を用ひることとした。

4. 熱傳達係数 実験の結果

実験に用ひた最低圧力は 40 mm の球における 0.015 ata であつた。この時の Gr 値 94 は、これと同一温度で大気圧における実験に換算すれば、直径 5 mm の球を使用した場合に相當する。

λ 及び ν には適當な平均値を用ひべきことは既に述べたが、計算に當つては $(t_0 + t_1)/2$ における値を用ひた。

第 9 図に実験結果の中 $Gr = 10^5 \sim 10^8$ の範囲内のものを示す。直径の異なる球に対する点は連絡よく一つの曲線上に乗つてゐる。この図の範囲内の Gr に於ては、垂直平面或は水平円柱の Nu は $Gr^{1/4}$ に比例することが実験的にも確かめられてゐるのであるが、球に於てはこの種の比例が成立すると見られる範囲が遙かに狭く、例へば Gr の小さい方では $Gr = 10^6$ で既に外れ始めてゐる。これは Gr が少し小さくなると層流境界層の厚さを小さくと看做し得ない部分の面積が急に大きくなり、又反対に Gr が少し大きくなると上の岐点近傍に存在してゐた乱れ部が擴大してその影響が著しくなつて来ることを示すと解すべきであらう。

理論式 (28) が適用できると考へられる Gr における実験値をこの式と比較するに、実験から出た α の方が 10% 位大きくなつてゐる。理論式は完全に平静な理想状態における Nu

の極小値を與へるものであることは周知の通りであり、この実験も十分注意したつもりであつたが、尙且空氣に多少の 2 次的擾乱が避け得られなかつたことを表はす。

同図中に引用比較した垂直平面に対する Saunders⁽¹³⁾ の実験も同じく容器内の気圧を増減することにより Gr を増減させたものであつて、その結果が在来のデータの中信頼できるものと極めてよく一致してゐることは、その報文中に確認されてゐるところである。併しこれ亦それに対応する理論式より多少大きい Nu を與へてゐる。この実験曲線を球に対する筆者の実験結果と比較するに、両者に対する理論式の比較から予想される通りに、球の α の方が小さくなつてゐる。

第 3 表 実験結果

実験番号	球の温度 t_0 °C	外気の温度 t_1 °C	外気の圧力 ata	全放熱量 Q kcal/h	輻射熱量 Q_r kcal/h	対流熱量 Q_c kcal/h	α kcal/ $\text{m}^2 \cdot \text{h} \cdot ^\circ\text{C}$	Nu	Gr
球 I ($D=0.201$ m)									
1	83.0	9.1	1.049	54.87	4.62	50.25	5.36	46.5	70.2×10^6
2	93.7	14.5	1.032	58.61	5.32	53.29	5.30	45.1	65.3
3	58.5	8.5	1.055	33.86	2.74	31.12	4.90	43.6	55.1
4	41.6	10.0	1.053	18.89	1.60	17.29	4.31	39.4	38.5
5	41.6	13.1	1.045	15.99	1.46	14.53	4.02	36.6	33.2
球 II ($D=0.1005$ m)									
6	125.3	10.2	1.047	26.38	2.22	24.16	6.62	27.2	10.82×10^6
7	100.9	10.0	1.048	19.37	1.55	17.82	6.18	26.2	9.71
8	88.6	9.8	1.044	16.30	1.27	15.03	6.01	25.8	8.93
9	66.3	14.0	1.045	9.72	0.78	8.94	5.39	23.7	6.41
10	58.3	12.5	1.045	8.20	0.64	7.56	5.20	23.2	5.99
11	51.0	10.1	1.046	7.07	0.54	6.53	5.03	22.7	5.69
12	52.5	12.1	1.047	6.90	0.55	6.35	4.95	22.3	5.48
13	40.9	9.7	1.050	5.09	0.39	4.70	4.75	21.8	4.64
球 III ($D=0.070$ m)									
14	142.1	22.7	1.026	14.409	1.265	13.144	7.15	19.8	302×10^4
15	104.4	22.6	1.027	8.940	0.726	8.214	6.52	18.9	250
16	70.7	22.0	1.026	4.701	0.366	4.335	5.78	17.5	178
17	38.0	22.8	1.025	1.162	0.098	1.064	4.55	14.3	65.8
18	118.6	22.8	0.340 8	7.349	0.910	6.439	4.37	12.4	30.0
19	90.0	22.7	0.208 2	4.087	0.558	3.529	3.41	10.03	9.11
20	94.3	22.3	0.149 5	4.051	0.608	3.443	3.11	9.10	4.94
21	55.9	23.1	0.181 9	1.694	0.230	1.460	2.89	8.89	4.04
22	49.7	22.9	0.114 3	1.170	0.182	0.988	2.39	7.43	1.35
球 IV ($D=0.040$ m)									
23	99.8	15.7	1.044	3.719	0.232	3.487	8.25	13.8	539 000
24	39.9	11.1	1.043	1.015	0.058	0.957	6.61	12.05	265 000
25	82.2	6.5	0.405 6	2.350	0.184	2.166	5.69	9.88	86 500
26	89.4	6.8	0.295 7	2.364	0.208	2.156	5.19	8.92	47 900
27	90.5	8.7	0.130 8	1.868	0.209	1.659	4.03	6.90	9 190
28	101.6	6.0	0.063 1	1.861	0.255	1.606	3.34	5.66	2 410
29	63.4	9.8	0.027 2	0.772	0.120	0.652	2.42	4.28	297
30	71.2	9.5	0.014 5	0.825	0.144	0.681	2.20	3.86	94

(13) 前出。脚註 (13) 参照。

下つて $Gr \approx 4 \times 10^5$ に於て始めて両曲線は交叉し、以下 Saunders の曲線は水平円柱に対する温度差 0 の Hermann の曲線 (第 10 図参照) の少し上をそれに並走してゐるのに對し、球に對する曲線はそれより相當上に向つて進んでゐる。第 10 図に實驗した全範圍の結果を示す。これ等の点を連ねる曲線の左の方の行先は、予想通り $Nu=2$ に漸近する傾向にあり、図の Gr

第 9 図 實驗結果の一部と理論との比較

の範圍に於ても水平円柱從て又垂直平面に對するものより著しく上位にある。

4. 総 括

高温の球と空氣との間の自由対流による熱傳達を研究したものである。この場合は平均の Nusselt 数は Grashof 数の函数であるが、 Gr 数としては $(D^3 g / \nu^2)(T_0 - T_1) / T_1$ なる形を用ひ、この中の ν 及び Nu 数の中の λ には T_0 と T_1 との間の平均値を用ひる方が合理的であることを示した。かくすれば $Gr \rightarrow 0$ では $Nu \rightarrow 2$ なる極限値をとるべきこととなる。この Nu 値は球以外の物体に関する在來の實驗結果よりは想像できない大きい極限値である。反対に Gr 値が非常に大きくなり境界層が層流で薄いと看做される場合にも解析が可能であり、計算の結果 $Nu = 0.421 Gr^{1/4}$ なる式を得た。右辺の係數値は垂直平面に對するものより 12% 小さく、水平円柱に對するものより 14% 大きい。

次で實驗によつて上記兩極端における理論の當否を吟味し、

更にそれ等の中間における Nu と Gr との關係を見出すことを試みた。實驗に用ひたのは内部より電気で加熱されたアルミニウムの中空球であつて、外径は約 200, 100, 70, 及び

第 10 図 球に對する理論及び實驗結果並に水平円柱との比較

40 mm の 4 種である。終りの二つの球は内径 1 m の減圧容器内に封入し、その気圧を低下することにより Gr を小さくする方針をとつた。實驗結果は第 10 図に見る如くよく 1 本の曲線上に乗つた。境界層が層流で薄いと考へてよい部分では大体理論と同一傾向にあるが、 Nu 値は約 10% 程大きく現はれた。それは十分注意したつもりであつたにも拘らず、尙自由対流以外の空氣の攪亂が存在したためであらう。垂直平面或は水平円柱の周りの自由対流では、 Gr が小さくなつても $Gr=10^5$ 位迄は十分正確に $Nu \propto Gr^{1/4}$ としてよいのであるが、球に於ては既に $Gr=10^6$ 位でそれから外れて未だ。更に Gr が小さくなるに従ひ、垂直平面や水平円柱に對する曲線よりも上位を走つて、終には予想通り $Nu=2$ に漸近する傾向にあることが明らかになつた。

最後に以上の實驗の大部分は、九州帝工學部機械工學科昭和 13 年卒業の石橋久左衛門、島内一郎、西村三好、及び同 14 年卒業の木村正敏、澤本淳、楠田久男の諸工學士が卒業實驗として遂行してくれたものであり、又實驗費の一部は王子製紙獎學金に仰いだものであることを記して深甚の謝意を表したい。
(昭和 18 年 9 月 6 日受付)