蒸気罐水冷壁の輻射熱吸収(第2報)⁽¹⁾

ひれ附管水冷壁

(昭和18年4月4日 第20期定時総会講演會に於て講演)。

正員 山縣 清⁽²⁾ 准員 迎 忠 尙⁽³⁾ 准員 葭谷 雄平⁽⁴⁾

1. 緒言 著者の一人は前に裸管水冷壁の輻射熱吸収に
関し報告をした⁽⁵⁾。その後を承けてひれ附管水冷壁(Murray
壁)の輻射熱吸収に就て研究したものである。

前報と取扱を統一するために、次式で定義される係数 ψ
(曩に有效面積率と呼んだもの)を以て輻射熱吸収の程度を示
させることとする。

$$Q = \psi \sigma (T_f^4 - T_c^4) \cdot 2a \dots\dots\dots (1)$$

但し Q は1ピッチ、単位長さの水冷壁が単位時間に吸収す
る輻射熱量、 σ は輻射恒数 (4.96×10^{-8} kcal/m²・h・°K⁴)、 $2a$
は水管のピッチ、 T_f 及び T_c は夫々火焰及び水管の平均絶
對溫度を表はす。従て ψ は機械工学便覧⁽⁶⁾の所謂「輻射実
面積に関する係数 F_A 」と「傳熱面の熱傳導率に関する係数
 F_C 」との積に相當するものであつて、便覧ではひれ附水管に
對しては $\psi=1$ とすることになつてゐる。これは Mullikin⁽⁷⁾
のとり方と同じである。その外にこの問題を研究したもの
としては、Ramsin⁽⁸⁾の計算が見當るだけの様であるが、彼は
結局 $\psi=1.1$ なる値を求めてゐるのである。

ところが実際のひれは強度の関係でその高さが数 cm を
超へるものは稀であるから、 ψ の値は大体 1 に近くはあら
うが、ひれには多少とも熱抵抗があり、その溫度は先端に近
づく程高くなつてゐるのであるから、正確には ψ は 1 でも
大き過ぎる筈である。況んや 1 以上になるべき道理はない⁽⁹⁾。

ψ がひれの寸法に關聯してどの程度の値をとるものである
かを一度検討して置くことは無意義ではあるまい。

2. 簡単にするための仮定 計算を簡単にするために次
のやうな仮定を設ける。

- (1) 火焔の内部及び壁面は黒体輻射の法則に従ふ。
- (2) 水管の外表面及びひれの附根の溫度は等しく T_c であ
る。
- (3) 相隣るひれの先端は密接する。
- (4) ひれの前面は水管の中心線を含む平面上にある。
- (5) 水管及びひれの背面は熱を通さぬ。
- (6) ひれの厚さの方向の溫度は一樣である。

これ等に就き尙一言補足する。水冷壁の輻射熱吸収能力は仮
定(1)の状態の下に判定し、この仮定が許されぬ場合は更に
補正項を追加するまでである。水管の表面溫度は炉心に直面
するところが極大で横に廻るに従て低下するであらうが、ひ

れの附根では再び高くなるであらうから、周に沿ふての変化
は著しくないであらう。又たとへ多少の不同があつても、輻
射熱交換に關する限り、その影響は無視できる⁽¹⁰⁾(假定(2))。
次に新設の際は相隣るひれの先端は 2~3 mm の隙間を設け
るが、運轉中の熱膨脹及び異物の充填をも考慮して、(3)の
如く假定する。ひれの前面は假定(4)よりもひれの厚さの半
分だけ炉の方に出てるが、この假定を許せば計算は格段に
簡単になり、而も事實その厚さも薄く(普通 7~8 mm 程度)
誤差は問題にならない。假定(5)は理想的な標準状態に就て
考察するために置いたものであり、實際問題としては背面よ
りの逃出熱量を對流受熱量と相殺すると考へてもよいであら
う。最後に上記の如き薄いひれに対しては(6)の如く假定し
ても差支へあるまい。

尙以上列挙したものゝ外に熱交換は2次元的であると假定
することは前報と同様である。

3. 形態係数 第1図につき、ひれの突合せ点 A より

第1図 ひれ附管水冷壁

x だけ距つたひれ上の点と火焰との間の輻射熱交換に對する
形態係数は

$$\phi_{dx,f} = \frac{1}{2} (\sin \alpha_1 + \sin \alpha_2) \\ = \frac{1}{2} \left[\frac{\sqrt{(a-x)^2 - r^2}}{a-x} + \frac{\sqrt{(a+x)^2 - r^2}}{a+x} \right] \dots\dots (2)$$

であり、その点と左右の水管との間の形態係数 $\phi_{dx,c}$ とこ
の $\phi_{dx,f}$ との間には次の關係がある。

$$\phi_{dx,f} + \phi_{dx,c} = 1. \dots\dots\dots (3)$$

更に水管上の1点と火焰との間の形態係数 $\phi_{dc,f}$ も考へた
方が便利である。それは上の係数と次の如き關係で結合され
てゐることは明らかである。

(1) Radiant Heat Absorption by Water-Walls of Steam-Boiler Furnaces (2nd. Report). Finned-Tube Walls. (2) Kiyosi YAMA-
GATA, Member. The Kyūsyū Imperial University. 九州帝國大学。 (3) Tadahisa MUKAE, Associate Member. The Kyūsyū Imperial
University. 九州帝國大学。 (4) Yūhei YOSITANI, Associate Member. The Kawasaki Heavy Industries, Ltd. 川崎重工業會社釜船工場。
(5) 山縣、機械學會誌、40 卷 237 号 3 頁 (昭 12-1) 及び山縣、九州帝國大学工学叢報、11 卷 6 号 207 頁 (昭 11-12)、12 卷 1 号 1 頁 (昭 12-2)。
(6) 日本機械學會、機械工学便覧、昭 12 版、1213 頁。 (7) H. F. Mullikin, Trans. A.S.M.E., 57, (1935), RP-57-4, 517 頁。 (8) L. K. Ramsin,
Trans. 2. World Power Conf., 7 卷 215 頁 (1930)。 (9) 奥澤のひれに入射する輻射エネルギーは、それを挟む隣りの水管のために一部分遮られて、平面
壁の場合よりも少い筈である。Ramsin はひれの熱抵抗を無視した上に、この入射量を平面壁と同様であるとして計算したために、上のやうな結果を得たのである。
(10) 例へば 1500°K の火焔に面する管の溫度が 450° の場合と 550°K の場合とでは交換熱量の差は 1% に過ぎない。

$$\int_0^h \phi_{dx,f} dx + r \int_0^{\pi/2} \phi_{dc,f} d\varphi = a \quad \dots\dots\dots(4)$$

4. 吸収せる輻射熱量 水管が吸収する正味の輻射熱量は三つの部分よりなる。第1は火焰と水管との直接交換熱量である。水管の微小周長 dc に就ては、それは

$$dQ_d = \phi_{dc,f} \sigma (T_f^4 - T_c^4) dc$$

であるから、1 ピッチの間では、これを積分し式 (4) の関係を使つて

$$Q_d = \sigma (T_f^4 - T_c^4) \cdot 2a \left(1 - \frac{1}{a} \int_0^h \phi_{dx,f} dx \right) \dots\dots\dots(5)$$

となる。

第2はひれを経て水管と交換する間接の輻射熱量であつて次の如く書かれる。

$$dQ_i = \phi_{dx,c} \sigma (T^4 - T_c^4) dx$$

但し T は x の点のひれの絶対温度を表はす。従て関係式 (3) を用ひれば 1 ピッチの間では

$$Q_i = 2\sigma \int_0^h (1 - \phi_{dx,f}) (T^4 - T_c^4) dx \quad \dots\dots\dots(6)$$

最後に第3はひれを経て傳導によつて傳はる熱量であつて、

$$Q_c = -2\lambda \left(\frac{dT}{dx} \right)_{x=h} \delta \quad \dots\dots\dots(7)$$

と書かれる。但し λ はひれ材の熱傳導係数、 δ はひれの厚さを表はす。

5. 有効面積率 ψ の一般式 式 (5), (6) 及び (7) を加へたものが (1) 式の Q である。故に次式を得る。

$$\psi = 1 - \frac{m-1}{m} \left[\int_0^1 \phi(m,z) dz - \int_0^1 (1-\phi) \frac{\tau^4-1}{\tau_f^4-1} dz + \frac{4}{\beta^2(\tau_f^4-1)} \left(\frac{d\tau}{dz} \right)_{z=1} \right] \quad \dots\dots\dots(8)$$

但し

$$\tau = T/T_c, \quad \tau_f = T_f/T_c, \quad z = x/h, \quad m = s/d, \quad \left\{ \begin{array}{l} \beta^2 = 4\sigma h^2 T_c^3 / \lambda \delta \end{array} \right. \quad \dots\dots\dots(9)$$

$$\phi(m,z) = \frac{1}{2} \left[\frac{\sqrt{\{m-(m-1)z\}^2-1}}{m-(m-1)z} + \frac{\sqrt{\{m+(m-1)z\}^2-1}}{m+(m-1)z} \right] \quad \dots\dots\dots(2a)$$

尙 (2a) 式を用ひれば (8) 式の右辺の第1の積分は次の如くなる。

$$\int_0^1 \phi(m,z) dz = \sqrt{\frac{m}{m-1}} - \frac{1}{m-1} \tan^{-1} \sqrt{\frac{m-1}{m}} \quad \dots\dots\dots(10)$$

第2の積分及び最後の項はひれの温度分布を表はす熱傳導の方程式を解いた上でなければ計算できない。

6. ひれ内部の熱傳導の方程式とその解 ひれの突合せ部から x だけ距つた点における $\delta \cdot dx \times 1$ なる微小体積より単位時間に出る熱量をそれに入る熱量に等しいと置けば

$$-\lambda \delta \frac{d^2 T}{dx^2} dx + \sigma T^4 dx = \phi_{dx,f} \sigma T_f^4 dx + (1 - \phi_{dx,f}) \sigma T_c^4 dx$$

となるから、(9) 式により書きかへて、ひれの温度に対する

微分方程式及びその境界条件として次式を得る。

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{4}{\beta^2} \frac{d^2 \tau}{dz^2} = \tau^4 - 1 - (\tau_f^4 - 1) \phi(m, z), \\ z=0, \quad \frac{d\tau}{dz} = 0; \quad z=1, \quad \tau = 1. \end{array} \right. \quad \dots\dots\dots(11)$$

これを解くのに二つ方法を併用した。その一つは Runge-Kutta 法による数値積分である。 β , m 及び τ_f の組合せの中で骨組となるべきものはこの方法で解いた。併し境界条件が上のやうになつてゐる関係上かなり厄介である。よつてそれ等の中間の値は次の如き近似法によつて解いた。

先づ τ が次の式で表はされるものと仮定する。

$$\tau = \tau_0 + az^2 + bz^4 \quad \dots\dots\dots(12)$$

第1の境界条件は満足してゐる。 τ_0 , a 及び b は常数であつて、正しい解に近似するやうに決定しようと云ふのである。

先づ第2の境界条件を満足すべきことより

$$\tau_0 + a + b = 1 \quad \dots\dots\dots(13)$$

なる関係を得る。次に (12) 式を (11) 式に代入すれば

$$\frac{4}{\beta^2} (2a + 12bz^2) = (\tau_0 + az^2 + bz^4)^4 - 1 - (\tau_f^4 - 1) \cdot \phi(m, z) \quad \dots\dots\dots(14)$$

となる。総ての z に対しこの等式が成立すれば (12) 式は即ち解であるがそれは望めぬ。条件がつけられるのは後二つである。よつて z の全域で (12) 式が正解に近くなるやうに選定された2点で、(14) 式が成立するやうにする。その場合なるべく簡単であることが望ましいから、一つの点としては $z=0$ をとる。然る時は (14) 式より

$$\frac{8}{\beta^2} a = \tau_0^4 - 1 - (\tau_f^4 - 1) \phi(m, 0) \quad \dots\dots\dots(15)$$

他の一つの点は、これを種々變へて正解と比較した結果、 $z=0.85$ をとればよいことが明らかになつた。従て (14) 式より

$$\begin{aligned} \text{第1表 } \tau_f=3, m=1.5, \beta=1 \text{ の場合のひれの} \\ \text{温度分布-数値積分解} \\ \text{と近似解との比較} \end{aligned} \quad \frac{4}{\beta^2} (2a + 12 \times 0.85^2 b) = (\tau_0 + 0.85^2 a + 0.85^4 b)^4 - 1 - (\tau_f^4 - 1) \phi(m, 0.85) \quad \dots\dots\dots(16)$$

z	τ の値	
	数値積分	近似式
0	2.729	2.726
0.1	2.722	2.719
0.2	2.701	2.697
0.3	2.663	2.656
0.4	2.601	2.591
0.5	2.506	2.491
0.6	2.364	2.347
0.7	2.159	2.143
0.8	1.873	1.863
0.9	1.489	1.489
1.0	1.000	1.000

を得る。以上 (13), (15), 及び (16) の3式より τ_0 , a 及び b を決定すればよい。

$\tau_f=3, m=1.5, \beta=1$ の場合につき計算した結果を示せば

$$\tau = 2.726 - 0.676z^2 - 1.050z^4 \quad \dots\dots\dots(17)$$

となる。これを数値積分による結果と比較したものが第1表である。一致はよいと云へるであらう (これは特に結果のよいものを選んだわけではない)。

[昭和18年11月]

ひれの温度分布に就ては Zeuner⁽¹¹⁾ の測定結果が発表されてゐる。第2図の寸法のものであつて、ひれ内部の3箇所で測定した結果から図の点線の如く推定してゐる。こ

第2図 ひれの温度分布

れを計算結果と比較するには、 m 、 τ_f 及び β の値が分らねばならぬ。この中 m は

$$m = a/r = 1 + h/r = 1 + 46.5/41.5 = 2.12$$

であるが、 τ_f 及び β を求めるには T_c の値が要る。今は T_c をひれの附根(第1図 B 点)の温度とした方がよい。2で述べた理由によりこれを第1図 C 点の温度に等しいとし、C 点の温度は輻射で受取つた正味の熱量がそのまゝ半径方向に流れて水に傳はると仮定して見出すこととする。即ち

$$\sigma(\tau_f^4 - T_c^4) = \lambda(T_c - T_w)/\Delta \quad (18)$$

で算出する。但し T_w は水管の内表面の温度で $T_w = 225 + 273 = 500^\circ\text{K}$ 、 $T_f = 1130 + 273 = 1400^\circ\text{K}$ 、 $\sigma = 4.96 \times 10^{-8}$ 、 $\lambda = 40$ 、 $\Delta = 0.0065$ であるから、 $T_c = 530^\circ\text{K}$ となる。従て

$$\tau_f = T_f/T_c = 1400/530 = 2.64,$$

$$\beta = \left(\frac{4\sigma h^2 T_c^3}{\lambda \delta} \right)^{1/2} = \left(\frac{4 \times 4.96 \times 0.0465^2 \times 530^3}{10^8 \times 40 \times 0.007} \right)^{1/2} = 0.48$$

となる。これ等の値を用ひて上の方法により近似式を出せば

$$\tau = 1.89 - 0.87z^2 - 0.02z^4 \quad (19)$$

となる。第2図実線はかくの如くして求めた温度分布である。

計算と実験との結果を比較すれば、先づ全体として相當よく一致してゐることが分かる。併し仔細に観察すればひれの先端における温度勾配及びひれの附根附近における温度の値にかなり著しい相違が見られる。この中先端の温度は測定したものでないから、その勾配が果して点線の通りであつたか否かは不明である。又附根近傍の温度に就ては實際より高く見積り過ぎてゐるのではないかとの感じを持つ。何となれば、若し図の点線の如き分布を以て水管の内壁に到るとすれば、その単位面積を通じ単位時間に水に傳はる熱量はひれから管壁に流入した熱量の割合よりも遙かに多いことになる。そのためにはこの差額に相當するだけの熱量は管壁を通し円周方向に側方からその部へ流入しなければならない。然るに水管表面の正味受熱量は第1図 C 点で $187000 \text{ kcal/m}^2 \cdot \text{h}$ であり、これを1とすれば、ひれの附根の直ぐ傍の水管表面では0.35であり、ひれの附着部では4.5(但しこれは(19)式で計算した値であるが、図の点線の時もこれに近い)であり、更に背面では0であることから考へて、寧ろ上とは逆になり、第2図実線の如き形が眞に近いであらうと考へられる。

7. ϕ の値 数値積分法によつて解いたものは、その τ 及び $d\tau/dz$ を(8)式に入れて計算した。

近似式(12)を用ひた場合は直接 ϕ を計算し得る式が導かれる。即ち(8)式の第2の積分は微分方程式(11)を使つて次の如く書きかへられる。

$$\int_0^1 (1-\phi) \frac{\tau^4-1}{\tau_f^4-1} dz = \int_0^1 \phi dz - \int_0^1 \phi^2 dz + \frac{4}{\beta^2(\tau_f^4-1)} \left(\frac{d\tau}{dz} \right)_{z=1} - \frac{4}{\beta^2(\tau_f^4-1)} \int_0^1 \phi \frac{d^2\tau}{dz^2} dz$$

然るに(12)式を用ひれば

$$\frac{d^2\tau}{dz^2} = 2a + 12bz^2$$

となるから、(8)式は次の如くなる。

$$\phi = 1 - \frac{m-1}{m} \left[\int_0^1 \phi^2 dz + \frac{8}{\beta^2(\tau_f^4-1)} \int_0^1 \phi(a+6bz^2) dz \right]$$

但し ϕ は(2a)式で與へられる。従て

$$\phi = 1 - \frac{m-1}{m} \left[f_1(m) + \frac{8}{\beta^2(\tau_f^4-1)} \{af_2(m) + bf_3(m)\} \right] \quad (19)$$

茲に

$$\left. \begin{aligned} f_1(m) &= \int_0^1 \phi^2(m, z) dz, \\ f_2(m) &= \int_0^1 \phi(m, z) dz = \sqrt{\frac{m}{m-1}} - \frac{1}{2(m-1)} \cos^{-1} \frac{1}{2m-1}, \\ f_3(m) &= 6 \int_0^1 \phi(m, z) z^2 dz = \left(\frac{m}{m-1} \right)^2 \left[2 \sqrt{\frac{m-1}{m}} - \frac{3}{m-1} \cos^{-1} \frac{1}{2m-1} + \frac{3}{m(m-1)} \cosh^{-1}(2m-1) \right] \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

第2表 $f_1(m)$ の値

m	$f_1(m)$
1	0
1.25	0.309 0
1.5	0.473 1
1.75	0.574 7
2.0	0.643 7

この中(2a)の ϕ の式を使はずに $f_1(m)$ の値を手取早く近似的に求める図解法は前報中に報告した。(2a)式を用ひ数値積分によつて求めた代表的な値を第2表に示す。

序に前に第1表に示した例につき更に進んで ϕ を計算すれば、Runge-Kutta 法によつたものが0.901、

第3図 $\tau_f=3$ の場合の ϕ と β 及び m との関係

(11) Zeuner, VDI, 75 巻 (1931), 309 頁。

第 4 図 $\beta=1$ の場合の ψ と τ_f 及び m との関係

近似式を用いたものは 0.902 となり、実用上等しいと見てよい。

さて以上 2 法を併用して求めた結果の例を第 3 図及び第 4 図に示す。 $\tau=1$ の場合は $T=T_c$ であるから當然 $\psi=1$ である。 τ が 1 より大なる程 $\psi=1$ と看做す誤差は大きくなる筈である。然るに τ は τ_f 及び β が大なる程大となるものであり、場合によっては ψ を 1 と置くことは許されないことが分る。

τ_f , m 及び β の與へられた場合に対する ψ の近似値を直接求めるには、先づ (13), (15) 及び (16) 式より a 及び b を求め、(19) 及び (20) 式によつて ψ を計算すればよい。これは大した手数ではない。その場合 β の値は λ 及び σ に数値を入れた次式で計算する方がまぎれがない。

$$\beta^2 = 0.005 \frac{h^2}{\delta} \left(\frac{T_c}{1000} \right)^3 \dots\dots\dots (21)$$

但し h 及び δ は夫々ひれの高さ及び厚さを mm ではかつたものを表はす。

又以上の計算結果を一つの線図に纏めたものが第 5 図であり、実用上は大抵これで十分である。

第 5 図 計算結果 (例 $m=1.75$, $\beta=1.0$
 $\tau_f=3.0$ ならば $\psi=0.841$)

8. 総括 蒸気罐におけるひれ附管水冷壁の輻射熱吸収能力を表はすのに、実際それが受取る輻射熱量と、水冷壁を水管自体と同一温度の一面の壁で置きかへた場合に受取るべき熱量との比 ψ を用いた。それは炉の輻射平均絶対温度 T_f と水管の絶対温度 T_c との比 τ_f 、水管のピッチと直径との比 m 及びひれの高さ、厚さ、その材料の熱傳導係数、水管の温度等を含む一つの無次元量 β (式 (9)) の函数となる。先づひれ内部の熱傳導の方程式を解いて水冷壁各部の温度をきめた上で ψ を求めることができた。その結果が第 5 図である。在来の如く一律に $\psi=1$ とすることが適當でない場合のあることが分かる。尙上の微分方程式を解くのに、Runge-Kutta の数値積分法と、ひれの温度を x (第 1 図) の 4 次式と仮定して進める近似解法とが併用してある。第 5 図の範囲外の場合でもこの近似法によれば比較的簡単に ψ を算出することができる。尙ひれの温度分布に関する Zeuner の実測値と比較してこの計算値が相當よく一致してゐることを確かめた。

最後にこの研究で工学士岩崎彌太郎君から少なからざる援助を受けたこと、及び研究費の一部は王子製紙奨学金に負ふものであることを記して謝意を表したい。

(昭和 18 年 9 月 6 日受付)

局所熱傳達係数の一決定法とその應用例⁽¹⁾

(昭和 17 年 3 月 14 日 長崎地方講演會に於て講演)

正 員 山 縣 清⁽²⁾ 正 員 白 川 憲 次 郎⁽³⁾

論文は日本機械學會誌第 46 卷第 320 号 (昭 18-11) 754 頁に掲載の論文要報を以てこれに代へる。

(1) A Method of Determining the Local Coefficient of Heat Transfer.
Imperial University. 九州帝國大学。

(2) Kiyosi YAMAGATA, Member. The Kyūsyū Imperial University. 熊本高等工業學校。