SPH 法による異種金属接合板の衝撃問題の解析*

楯岡将規^{*1}, 小原治樹^{*2}, 小山彰規^{*1}, 釣谷航世^{*1}, 笹木亮^{*2}

Impact Simulation of Plate Composed of Different Materials by SPH Method

Masaki TATEOKA, Haruki OBARA^{*2}, Akinori KOYAMA,

Kousei TURIYA and Tohru SASAKI

^{*2} Department of Mechanical and Intellectual Systems Engineering, University of Toyama,
3190 Gofuku, Toyama City 930-8555, Japan

In this study, a method of analyzing the dynamic behavior of an elastic object composed of different materials is proposed for smoothed particle hydrodynamics, SPH. In this method, the acceleration of a particle is calculated using the proposed equation, the relaxation equation for momentum, but the stresses are obtained using normalized relaxation equations for stresses, which are not sensitive to the edge effect of SPH caused by the lack of particles around the free surface. This hybrid method makes it possible not only to treat elastic multiphase materials without division into the individual phases, but also to save on the effort of searching particles and setting boundary conditions to them at the free surface. Numerical results are obtained for the propagating stress and strain distribution caused by an impact on a two-dimensional plate composed of different materials.

Key Words : SPH, Multi Phase Problem, Edge Effect, Elastic, Relaxation Equation

1. 緒 言

Monaghan や⁽¹⁾Libersky ら⁽²⁾が開発した Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH 法) は, 格子を用いる解析法とは異なり, 解析対象を粒子の集合として扱う. この方法は, 格子相互位置関係を必要としないためプログラムが単純であり, 自由表面の判定などを必要としないため破碎・飛散問題や多相流体問題, 連成問題などが扱いやすい. 例えば, S. Hiermaier ら⁽³⁾は宇宙船隔壁に Debris が衝突する場合の破壊, 飛散問題を扱っている. しかし, 一般工学問題に適用する場合に, 物性値の大きく異なる物質が共存するとき, 接触境界にまたがって 2 物質を同時に解析すると, その接触境界面近傍において数値異常が生じ計算不能になることがある. これを本論文では 2 相境界問題と呼ぶ. 既報^{(4), (5)}で我々は, 非粘性流体の 2 相境界問題を解決するために, 異なる物質の境界面にまたがって計算できる緩和計算式と名付けた計算式を提案し, 密度が 1000 倍異なる空気 - 水の 2 相流体中の圧力伝播について解析例を示した. 本論文では物性値が大きく異なる物質の破壊, 飛散を伴う相互作用や, 流体 - 固体連成問題を扱う上で基礎となる, 弾性体のための緩和計算式を提案する. また, SPH 法では自由表面近傍で粒子が欠落するため, 端末効果と呼ばれる数値異常が生じる. この数値異常は流体の場合に較べ固体応力の計算で顕著に表れる. ここでは圧力や応力を粒子欠落に依存しない NSPH 法で計算し, 加速度を緩和計算式で計算するハイブリット SPH 計算法を提案する. この計算法は多相問題における自由表面の取扱いを容易にする. この計算法を, 異種金属を接合した薄板の衝撃問題に適用した結果を述べる.

* 原稿受付 2010 年 10 月 12 日

^{*1} 学生員, 富山大学工学部^{*2} 正員, 富山大学 (〒930-8555 富山県富山市五福 3190)

E-mail: obarah@eng.u-toyama.ac.jp

2. SPH 法

SPH 法の数学的根拠は、滑らかな関数 f を平均化した次式である。

$$\langle f(X) \rangle = \int f(X') W(X' - X, \tilde{h}(X)) dX' \quad (1)$$

ここで、 W は空間積分値が 1 となるガウス関数や B スプライン関数、 $\tilde{h}$ は核関数の広がりを表す平滑長さである。離散形では i 粒子の f の平均値及びその導関数を、

$$\langle f(X) \rangle_i = \sum_{j=1}^N f_j \frac{m_j}{\rho_j} W^i(X_i - X_j, \tilde{h}) \quad (2)$$

$$\left\langle \frac{\partial f(X)}{\partial X} \right\rangle_i = - \sum_{j=1}^N f_j \frac{m_j}{\rho_j} \frac{\partial W^i(X - X_j, \tilde{h})}{\partial X} \quad (3)$$

のように求める。 ρ は密度、 m は粒子質量である。加算は i 粒子を中心とする支持領域ないし、影響領域内にある j 粒子について行う。一般に W には j 点を中心とする核関数が用いられるが、ここでは前報^{(4),(5)}に述べたように、数値誤差を減ずるため、 i 点を中心とする核関数 W^i を用いている。 $(\partial W^i / \partial X)_j$ は i 点を中心とする核関数の j 点における勾配を表す。このため式(3)の正負符号は通常の SPH 式と逆になっている。平滑長さ $\tilde{h}$ には通常次式

$$\tilde{h} = \eta \left(\frac{m}{\rho} \right)^{\frac{1}{3}}, \quad \text{通常} \quad \eta = 1 \quad (4)$$

が用いられる。

3. 弾性体の構成方程式と通常の SPH 計算式

3・1 構成方程式

弾性体の運動方程式は次式で与えられる。

$$\frac{dv^\alpha}{dt} = \frac{1}{\rho} \frac{\partial \sigma^{\alpha\beta}}{\partial x^\beta} \quad (5)$$

ここで、 v, ρ 及び σ はそれぞれ速度、密度及び応力を示す。上添え字の $\alpha, \beta=1,2,3$ は座標方向を表す。本論文では応力速度、歪み速度を用いる。応力速度は次式で与えられる。

$$\frac{d\sigma^{\alpha\alpha}}{dt} = A^{\alpha\beta} \frac{d\varepsilon^{\beta\beta}}{dt}, \quad \frac{d\sigma_{\alpha\neq\beta}^{\alpha\beta}}{dt} = G \frac{d\varepsilon^{\alpha\beta}}{dt} \quad (6)$$

ここで G は横弾性係数である。 ε は歪みで、歪み速度は次式で与えられる。

$$\frac{d\varepsilon^{\alpha\beta}}{dt} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v^\beta}{\partial x^\alpha} + \frac{\partial v^\alpha}{\partial x^\beta} \right) \quad (7)$$

A は材料による定数で、ヤング率 E 、ポアソン比 ν を用い、

$$A_{\alpha=\beta}^{\alpha\beta} = E1 = \frac{(1-\nu)E}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad A_{\alpha\neq\beta}^{\alpha\beta} = E2 = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (8)$$

で与えられる。

3・2 通常の SPH 計算式

Liu ら⁽⁶⁾によれば、通常、SPH では加速度計算には次の式が用いられる。

$$\frac{dv_i^\alpha}{dt} = - \sum_j m_j \frac{\sigma_j^{\alpha\beta} + \sigma_i^{\alpha\beta}}{\rho_i \rho_j} \frac{\partial W^i}{\partial x^\beta} \quad (9)$$

または

$$\frac{dv_i^\alpha}{dt} = -\sum_j m_j \left(\frac{\sigma_i^{\alpha\beta}}{\rho_i^2} + \frac{\sigma_j^{\alpha\beta}}{\rho_j^2} \right) \frac{\partial W^i}{\partial x^\beta_j} \quad (10)$$

また歪み速度計算には次式が用いられる.

$$\frac{d\varepsilon_i^{\alpha\beta}}{dt} = -\frac{1}{2} \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} \left(v_{ij}^\alpha \frac{\partial W^i}{\partial x_i^\beta} + v_{ij}^\beta \frac{\partial W^i}{\partial x_i^\alpha} \right) \quad (11)$$

$$\text{ここで, } v_{ij} = v_j - v_i$$

前述のように, これらの計算式を物性値が大きく異なる2つの粒子にまたがって適用すると, 2~3桁に及ぶ誤差を生ずる.

4. 弾性体の緩和計算式

物性値の大きく異なる2つの物体が分離せずに移動するとき, 境界面の左右で加速度や応力増加速度が連続となるが, このときこれを満たすためには速度勾配や応力勾配についての条件式が必要となる. 例えば x 方向1次元の運動で x 方向の途中に物質 A, B の境界面があるとき, u を x 方向速度とすれば, 界面左右の加速度は同一だから応力勾配について次の関係式が成り立つ.

$$\frac{du}{dt} = -\frac{1}{\rho_A} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} \Big|_A = -\frac{1}{\rho_B} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} \Big|_B \quad (12)$$

緩和計算式はこのような条件下で境界面にまたがって計算したときに, 応力や加速度が異常な値にならないように構成する.

前報⁽⁴⁾の非粘性流体のための緩和計算式の導出法を参考に, 一般化した緩和計算式を導く. 最初に1次元で x 方向に境界面がある場合を考える. 一般に SPH 法では次の計算形式が用いられる.

$$g_i = \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} D_j (f_j - f_i) \frac{\partial W^i}{\partial x_j} \quad (13)$$

$$g_i = D_i \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} (f_j + f_i) \frac{\partial W^i}{\partial x_j} \quad (14)$$

式(9), (11)に見られるように, 式(13)は主に応力や歪みの計算に用いられ, 式(14)は加速度計算に用いられる. 1次元応力計算では式(13)の g が $d\sigma_x/dt$, D がヤング率 E , f が速度 u であり, 加速度の場合は式(14)の g が加速度, D が $-1/\rho$, f が σ_x に対応する. ここで2物質が分離せずに移動し, 式(12)のように境界面の左右で $D\partial f/\partial x$ が連続であるとする. また, i, j 粒子が異なる物質の時, 境界位置を x^* とし, 式(13)を i, j 粒子の寄与に分けて,

$$g_i = \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} [D_j (f_j - f_{x^*}) + D_i (f_{x^*} - f_i)] \frac{\partial W^i}{\partial x_j} \quad (15)$$

とする. 境界面左右の勾配の連続条件から,

$$D_j \frac{f_j - f_{x^*}}{x_j - x^*} = D_i \frac{f_{x^*} - f_i}{x^* - x_i} \quad (16)$$

が成り立つから, i, j 粒子の中間位置に境界面 x^* があると仮定すれば, 次式が成り立つ.

$$D_j (f_j - f_{x^*}) = D_i (f_{x^*} - f_i) \quad (17)$$

式(17)から f_{x^*} を求め式(15)に代入すると,

$$g_i = 2 \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} \frac{D_i D_j}{D_i + D_j} (f_j - f_i) \frac{\partial W^i}{\partial x_j} \quad (18)$$

が得られる. 同様に, 式(14)を次のように変形し,

$$g_i = \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} [2D_i f_i + D_i (f_j - f_i)] \frac{\partial W^i}{\partial x_j} \quad (19)$$

式(17)を仮定して f_{x*} を求め、式(19)に代入すれば

$$g_i = 2D_i \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} \frac{D_i f_i + D_j f_j}{D_i + D_j} \frac{\partial W^i}{\partial x_j} \quad (20)$$

が得られる。式(18), (20)は、 i, j 粒子の中間位置に境界面を仮定したため、同一径の i, j 粒子が隣接している場合以外は正しくないが、密度や音速が大きく異なる水-空気の場合、従来の計算式の誤差が3桁程度であるのに対し、数%の誤差である⁽⁴⁾。また、 $\tilde{h}$ を小さくすると誤差は減少する。式(18), (20)は g が1次元1変数 f に依存する場合の緩和計算式であるが、3次元多変数に拡張すれば、式(18), (20)の代わりに次式となる。

$$g_i^\alpha = 2 \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} \frac{D_i D_j}{D_i + D_j} (f_j^{\alpha\beta} - f_i^{\alpha\beta}) \frac{\partial W^i}{\partial x_j^\beta} \quad (21)$$

$$g_i^\alpha = 2D_i \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} \frac{D_i f_i^{\alpha\beta} + D_j f_j^{\alpha\beta}}{D_i + D_j} \frac{\partial W^i}{\partial x_j^\beta} \quad (22)$$

式(21), (22)は1次元の式を単純に3次元に拡張したものであるが、境界面に垂直な方向だけでなく、直角な方向に適用した場合にも、従来の式に較べ数値異常が緩和されることを確認している。

式(21), (22)を式(5), (6), (7)に適用すると次の3次元の加速度、応力の緩和計算式が得られる。

$$\frac{dv_i^\alpha}{dt} = - \frac{2}{\rho_i} \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} \frac{\rho_i \sigma_j^{\alpha\beta} + \rho_j \sigma_i^{\alpha\beta}}{\rho_i + \rho_j} \frac{\partial W^i}{\partial x_j^\beta} \quad (23)$$

$$\frac{d\sigma_i^{\alpha\alpha}}{dt} = -2 \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} \left\{ \frac{E1_i E1_j}{E1_i + E1_j} v_{ij}^\alpha \frac{\partial W^i}{\partial x_j^\alpha} + \frac{E2_i E2_j}{E2_i + E2_j} \left(v_{ij}^\beta \frac{\partial W^i}{\partial x_j^\beta} \right)_{\beta \neq \alpha} \right\} \quad (24)$$

$$\frac{d\sigma_{i,\alpha \neq \beta}^{\alpha\beta}}{dt} = -2 \sum_j \frac{m_j}{\rho_j} \frac{G_i G_j}{G_i + G_j} \left(v_{ij}^\beta \frac{\partial W^i}{\partial x_j^\alpha} + v_{ij}^\alpha \frac{\partial W^i}{\partial x_j^\beta} \right) \quad (25)$$

実際の計算では、核関数にはガウス関数を用い、 $m_j/\rho_j(\partial W^i/\partial x)_j$ の計算には、誤差を減ずるために既報(4)で述べた $\partial W^i/\partial x$ を各 j 粒子について積分した後に加算する方法を用いている。

5. ハイブリッドSPH法

SPH法の端末効果問題は、自由表面近傍で粒子が欠落し、物理量や物理量の勾配の平均値が正しい値にならないために発生する。この対策として自由表面に物理量を与え半陰的に解析する方法がある。また粒子欠落に影響されないメッシュフリー法、例えば Randles ら⁽⁷⁾が提案した SPH 計算式を正規化する NSPH 法や、移動最小自乗近似法 (MLS 近似) を用いる方法が考えられる。MLS 近似は仮定した計算式と各点の値との自乗誤算に重み関数を掛けた合計値が最小になるように計算式の係数などを求める方法であるが、ここでは計算に必要な、2物質にまたがった式を構成するに至らなかったため適用しない。NSPH 法は粒子の欠落により生じる端末効果の影響を除くため、物理量 f の1次勾配を次式のように正規化して求める。

$$\left\langle \frac{\partial f}{\partial x} \right\rangle_i = \frac{\sum_j \frac{m_j}{\rho_j} (f_j - f_i) \frac{\partial W^i}{\partial x_j}}{\sum_j \frac{m_j}{\rho_j} (x_j - x_i) \frac{\partial W^i}{\partial x_j}} \quad (26)$$

物理量の評価法としては、平均値を用いる方法と f_i を用いる方法が考えられるが、ここでは後者の方法を用いる。しかし、半陰的な解析法も含め、これらの計算法では自由表面の場合には自由表面粒子を規定し、物理量を与える必要がある。これは、複雑な問題ではやっかいである。本来 SPH 法はそのような操作を必要としないことも大きな特徴であるから、この性質を生かして端末効果を避ける計算方法を検討した。

SPH 法では端末効果があると、加速度の数値異常は粒子を自由表面外に押し出すように働く。これによって応力が負となり粒子が引き戻されれば、自然に自由表面の応力が 0 となり、自由表面の条件が満たされる。また自由表面を判定する必要もなくなる。しかし、応力は精度良く計算する必要がある。そこで応力を NSPH 法で計算し、加速度を SPH 法で計算する方法が考えられる。この計算法を、ここではハイブリット SPH 法と呼ぶ。

2 物質にまたがった応力計算を行うとき、2 つの方法が考えられる。1 つは応力の緩和計算式(24), (25)を正規化して用い、2 つの金属にまたがった応力計算を行う方法（以下、ハイブリッド SPH 法 I と呼ぶ）で、もう一つは緩和計算式ではなく通常の応力計算式を正規化した式を用い、金属毎に別に計算する方法（以下、ハイブリッド SPH 法 II と呼ぶ）である。後者の方法では計算される応力値は異種金属の存在に影響されないが、2 つの金属にまたがった加速度計算のときに干渉現象が表現される。

6. 数値解析

6・1 2次元弾性板衝撃問題

1 次元の棒と棒を衝突させた場合、棒中にはステップ状の圧縮応力波が伝播し、応力値 σ は棒内部の物質の移動速度 u と、

$$\sigma = \rho C u \quad (27)$$

の関係がある⁸⁾。 ρ は密度、 C は音速を示す。ここではこの問題を 2 次元に拡張した薄い平板の軸方向衝撃圧縮問題について、従来の SPH 法とハイブリッド SPH 法、及び有限要素法解析ソフト MSC.Marc2007 を用いて平面応力状態での解析を行い、比較した。この場合は単一物質なのでハイブリッド SPH 法 I と II の区別はない。図 1 に 2 次元平板弾性体モデルを示す。SPH 法では上部 3 層固定粒子に一樣な一定速度 $v_0=0.5[\text{m/s}]$ を与え、 y 方向に圧縮する。底部は固定され、側面は自由表面である。板厚 z 方向の応力は 0 である。粒子数は 51×203 とした。板材は鉄とした。FEM では 2 次元平板モデルで 20×80 の 4 辺形要素を用い完全積分としたが、端面の速度で境界条件を与えることができなかったため、端面に式(27)で定まる一樣で一定の軸方向応力値 $2.01 \times 10^7 [\text{Pa}]$ を与えた。1 軸負荷の場合は速度で与えても応力で与えても両者の負荷条件は等価である。2 次元の場合、SPH 法では 3 層固定粒子に接する粒子の横方向移動は自由としているが、3 層固定粒子の影響を受けるため、厳密には SPH 法の計算は FEM の計算と同一でないと考えられる。しかし、以降の結果に見られるように両者に大きな差異は観察されない。

図 2 に従来の SPH 法の計算式を用い、修正 Euler 法を用いて陽解法で解析した場合の応力 σ_y の分布を示す。クーラン数は 1 とした。自由表面の応力値は与えていない。また、人工粘性は用いていない。粒子欠落によって端末効果が発生し、大きな数値乱れのために途中で解析不能となった。

図 3 にハイブリット SPH 法を用いて陽解法で解析した結果を示し、図 4 に Marc を用いて解析した結果を示す。人工粘性は用いていない。表題中の時間は衝撃開始からの経過時間である。図 3 と図 4 ではほぼ同じ結果が得られているが、図 3 では自由表面に粒子毎の応力振動が見られる。これは自由表面から粒子が飛び出そうとして引き戻されて振動するためと考えられる。緩やかな振動は板の幅方向の振動によって発生したと考えられる。1 次元衝撃では理論上はステップ状の応力分布となるが、本解析の 2 次元の平均応力値は 1 次元衝撃の理論応力値と

Fig.1 Impact model of 2dimensional thin plate

Fig.2 σ_y stress distribution by traditional SPH equation

Fig.3 σ_y stress distribution by hybrid SPH method ($t=37 \mu s$) Fig.4 σ_y stress distribution by MSC.Marc2007($t=37 \mu s$)

ほぼ一致する。

図5に SPH と FEM による板の中央部における応力 σ_y の分布を比較して示す。応力波は図の右から伝播する。SPH は分割 21×83 の場合と 51×203 の場合であり、FEM は 20×80 の場合である。図示しないが FEM では 50×200 分割でも 20×80 の場合とほとんど違いがなかった。SPH の場合は FEM に比べ 2.5×2.5 倍の分割にしても数値拡散が大きく、精度は良くない。

Fig.5 Comparison of σ_y stress distribution at the center of the plate by hybrid SPH method and FEM ($t=37 \mu s$)

以上のように、従来の SPH 法では端末効果のために弾性変形問題の解析は困難であるが、ハイブリッド SPH 法を用いれば解析できる。ハイブリッド SPH 法では、従来の SPH 法と同じく固定境界には固定粒子を用いる必要があるが、自由表面粒子を規定して応力値を与える必要がない。FEM と比べて精度が良くないが、これは今後の課題である。

6・2 異種金属接合板の衝撃問題

前項の解析は単一金属から成る板の解析である。ここでは2つの金属が接合された板が衝撃を受ける問題をハイブリッド SPH 法で解析する。

物性値が異なる物質を同時に扱う場合、解析結果に大きな影響を与えられとされる物性値として音速と密度がある。そこで、音速が大きく異なる Fe-Cu 接合の場合と、密度が大きく異なる Fe-Al 接合の場合の解析を行う。ここではまず、ハイブリッド SPH 法 I を用い、応力は緩和計算式(24), (25)を正規化して2相に跨って計算する。

図6に2種金属接合板の解析モデルを示す。また、表1に各金属の物性値を示す。このモデルの上部端面粒子に一定速度 $v_0=0.5[m/s]$ を与え、 y 方向に圧縮する。底部は固定され、側面は自由表面である。 z 方向の応力は0としている。

図7と図8にFe-Cuの場合にハイブリッドSPH法Iで解析した応力 σ_y とひずみ ε_y を示す。また、図9と図10にMarcで解析した結果を示す。ハイブリッドSPH法Iによる解析結果をMarcの結果と較べると、応力波面の立ち上がりはハイブリッドSPH法Iのほうが幾分緩やかで、また応力分布も幾分なだらかなのであるから、数値拡散が大きいことが分かる。しかし全般にMarcの結果とほぼ同じ解析結果が得られた。図8や図10において、Fe部分とCu部分のひずみが大きく違うのはFeとCuのヤング率 E 及び剛性率 G の違いによるものである。

Fig.6 2 dimensional impact model of plate jointed by two different metal plates

Table 1 Physical properties of materials

	Fe	Cu	Al
ρ [kg/m ³]	7874	8920	2700
E [Pa]	206×10^9	123×10^9	70.3×10^9
G [Pa]	80×10^9	46×10^9	26.1×10^9
ν	0.300	0.330	0.345
C [m/s]	5115	3713	5103

ρ : density, E : Young's modulus, G : modulus of rigidity
 ν : Poisson's ratio, C : sound velocity

Fig.7 σ_y stress distribution Fe-Cu jointed plate analyzed by hybrid SPH method I ($t=57 \mu s$)

Fig.8 ε_y strain distribution Fe-Cu jointed plate analyzed by hybrid SPH method I ($t=57 \mu s$)

Fig.9 σ_y stress distribution Fe-Cu jointed plate analyzed by MSC.Marc2007($t=57 \mu s$)

Fig.10 ε_y strain distribution Fe-Cu jointed plate analyzed by MSC.Marc2007($t=57 \mu s$)

ハイブリッドSPH法Iで解析したFe-Alの場合の σ_y と ε_y の分布を図11と図12に示す。図11の応力分布が図7に較べなだらかになっているが、これは図7では音響インピーダンス ρC が、Feで $4.03 \times 10^7 \text{ kg/m}^2/\text{s}$ 、Cuでは $3.31 \times 10^7 \text{ kg/m}^2/\text{s}$ であり、その違いが小さいため、接触部での応力反射は小さいのに対し、図11ではAlの音響イン

ピーダンスが $1.38 \times 10^7 \text{ kg/m}^2/\text{s}$ と Fe に較べて小さく、鉄側に応力反射による除荷波が現れたためである。図 12 では E, G の違いによりひずみ分布に大きな段差が見られる。図 7, 8 及び図 11, 12 の自由表面近傍で応力と歪みが小さく波打っているが、これは粒子の振動の影響と考えられる。

図 13 と図 14 に Fe-Al の場合の σ_y と ε_y をハイブリッド SPH 法 II で解析した結果を示す。図 7 から図 14 までは応力波が 2 つの金属の接触境界を過ぎて第 2 の金属を伝播する時の応力分布であるが、図 13 と図 14 は応力波が 2 つの金属の接触境界面に到達した直後の応力と歪み分布である。境界で応力の振動が生じており、これ以降はさらに振動が大きくなり計算不能となった。この振動は自由表面から内部に伝搬してきている。これは、自由表面近傍での x 方向の歪の不整合により数値異常が生じたためと考えられる。以上のことから、異種金属が存在する場合にハイブリッド SPH 法 I を用いた解析の方が安定なことがわかる。

Fig.11 σ_y stress distribution of Fe-Al jointed plate analyzed by hybrid SPH method I ($t=57 \mu\text{s}$)

Fig.12 ε_y strain distribution Fe-Al jointed plate analyzed by hybrid SPH method I ($t=57 \mu\text{s}$)

Fig.13 σ_y stress distribution of Fe-Al jointed plate analyzed by hybrid SPH method II ($t=37 \mu\text{s}$)

Fig.14 ε_y strain distribution Fe-Al jointed plate analyzed by hybrid SPH method II ($t=37 \mu\text{s}$)

7. 結言

接合金属の弾性挙動を各金属に分けることなく SPH 法で一括解析するために、弾性体の緩和計算式を提案した。また端末効果問題を避けるために粒子加速度を緩和計算式で計算し、応力を、緩和計算式を正規化した NSPH 法で解析するハイブリッド SPH 法を提案した。2 次元薄板の弾性変形問題を解析し、これらの計算法の有用性を示した。

なお、付言すると、本例の弾性解析では提案した解析法に較べ FEM のほうが精度が良く、解析時間も短いから、提案した解析法を用いる必要性がないと言えるが、本報告の目的は、FEM では取扱いが困難な大塑性変形問題や衝撃破砕・飛散問題や、流体-固体連成問題を扱う上で必要となる弾性計算式を得ることにある。

参考文献

- (1) J. J. Monaghan: Particle Methods for Hydrodynamics, *Computer Physics Reports* 3, 71-124 (1985)
 - (2) L. D. Libersky, A. G. Petschek, T. C. Carney, J. R. Hipp, F. A. Allahdadi: High strain Lagrangian Hydrodynamics, *Journal of Computer Physics*, 109, 67-75 (1993)
 - (3) S. Hiermaier, D. Konke, A. J. Stilp, K. Thoma: Computational Simulation of the Hypervelocity Impact of Al-Spheres on Thin Plates of Different Materials, *Int. J. of Impact Engineering*, Vol.20, 363-374 (1997)
 - (4) H. Obara, J. Suemura and M. Honda : Fundamental Study of SPH Method (1st Report: Treatment of 2 Phase Flow), *J. of Computational Science and Technology*, Vol.2, No.1, 92-100 (2008)
 - (5) H. Obara, M. Honda, A. Koyama: Fundamental Study of SPH Method (2nd Report: Treatment of Two Phase Flow in Case of Different-size Particles), *J. of Computational Science and Technology*, Vol.2, No.1, 101-110 (2008)
 - (6) G. R. Liu, M. B. Liu: Smoothed Particle Hydrodynamics. *World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.* 315-316 (2003)
 - (7) P. W. Randles, L. D. Libersky: Smoothed particle hydrodynamics some recent improvements and applications, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, No.138: 375-408(1996)
 - (8) H. Kolsky: Stress waves in solids, p.91, Dover publications, Inc. (1963)
-