二種類のリアルサイズモデル複合材料を用いた FRP 中のモード I 繊維／樹脂界面破壊靱性と樹脂靱性の分離評価*

小岩 康三^{*1}, 田中 拓^{*2}, 中井 善一^{*3}, 伊藤 真也^{*4}

Evaluation of Mode I Fiber/Matrix Interfacial Fracture Toughness and Matrix Toughness in FRP by Using Real-Size Model Composites

Kozo KOIWA^{*1}, Hiroshi TANAKA, Yoshikazu NAKAI and Shinya ITO

^{*1} Kobe Univ. Dept. of Mechanical Engineering
1-1 Rokkodai-cho, Nada-ku, Kobe, 657-8501 Japan

The model composite method for evaluating fiber/matrix interfacial fracture toughness and matrix toughness in FRP was applied to real-size model composites with glass fibers of 10~15 μm in diameter used for chopped strand mat. Unsaturated polyester was used as matrix resin. Mode I crack propagation tests were carried out by using model composite specimens consist of two parallel fibers bonded by matrix resin, and interfacial fracture toughness was successfully evaluated on the basis of the compliance method. Crack propagation tests were also conducted by using another model composite specimen with four parallel fibers distributed in a square array in the cross section. Fracture toughness, G_c , obtained from 4-fibers model composites in which crack propagation is a combination of interfacial debonding and matrix fracture was higher than interfacial fracture toughness, G_i , because of large energy dissipation by matrix fracture. Using G_i , G_c and the fracture surface ratio of fiber/matrix debonding in 4-fibers model composites, γ_i , matrix fracture toughness in FRP, G_m , was estimated on the basis of the rule of mixture, $G_c = G_i\gamma_i + G_m(1 - \gamma_i)$. The obtained G_m value was larger than that of bulk unsaturated polyester because of large roughness of fracture surfaces in FRP and a difference in resin deformation behavior between bulk resin and FRP.

Key Words : Composite Material, FRP, Interface, Fracture Toughness, Model Composite

1. 緒 言

不均質な微視構造を有する FRP のき裂進展挙動は、繊維／樹脂界面の微視はく離や樹脂部の微視割れなどの微視的破壊要素の集積とみなすことができる⁽¹⁾。そのようなメゾメカニックス的観点から、FRP のマクロなき裂進展挙動を解析する目的で、三次元不均質 FRP モデルを用いた数値解析が試みられているが^{(2)~(4)}、この手法によって実際の FRP のき裂進展特性を予測するためには、界面の微視はく離や樹脂の微視割れなどの破壊力学特性を定量的に評価することが必要である。この中でも、繊維／樹脂界面はく離特性は FRP のマクロなき裂進展特性に強く影響することが報告されているが⁽⁵⁾⁽⁶⁾、FRP のマクロなき裂進展から界面はく離き裂の進展特性のみを抽出して測定しようとする試みはほとんど行われていない^{(7)~(10)}。

著者らは既報において⁽⁹⁾、直径が 200~400 μm と通常の FRP で用いられるものより太いガラス繊維を用いて、2 本の繊維を樹脂で接合した形態を持ち、き裂が界面のみを進展できるモデルコンポジット試験片を作製し、繊維／樹脂界面のモード I はく離進展に対する破壊靱性を測定した。さらに、界面はく離だけでなく樹脂部のき裂進展も同時に含む繊維 4 本からなるモデルコンポジットを用いて破壊靱性試験を行い、それらの結果を合わせて

* 原稿受付 2011 年 3 月 1 日

^{*1} 学生員, 神戸大学大学院工学研究科 (〒657-8501 兵庫県神戸市灘区六甲台町 1-1)

^{*2} 正員, 神戸大学大学院工学研究科 (〒657-8501 兵庫県神戸市灘区六甲台町 1-1)

^{*3} 正員, フェロー, 神戸大学大学院工学研究科 (〒657-8501 兵庫県神戸市灘区六甲台町 1-1)

^{*4} サントリービジネスエキスパート (株) (〒153-8531 東京都港区台場 2-2-3)

E-mail: 050t858t@stu.kobe-u.ac.jp

FRP 中における界面破壊靱性と樹脂破壊靱性を分離評価する手法を提案した。しかし、実際の FRP に用いられている繊維直径は $10\ \mu\text{m}$ 程度で、このようなリアルサイズの繊維を用いたモデルコンポジットに対してこの分離評価手法が適用できるかは不明である。

そこで本研究では、実際の FRP に用いられている直径 $10\sim 15\ \mu\text{m}$ の繊維を用いて、繊維 2 本および 4 本からなる二種類の微小モデルコンポジット試験片を作製してモード I 破壊靱性試験を行い、界面および樹脂破壊靱性の分離評価を試みた。

2. 実験方法

2・1 モデルコンポジット試験片

図 1(a) に示すように、FRP 中のき裂進展は繊維／樹脂界面はく離だけでなく樹脂部の破壊も含む。本研究では、図 1(b) に示すように 2 本の繊維とそれらを接合する樹脂からなり、き裂が界面のみを進展できるモデルコンポジットを作製して界面の破壊靱性値を測定した。さらに比較として、図 1(c) に示すように繊維を 4 本正方配列させて樹脂で接合した、界面はく離と樹脂き裂の両方を含むモデルコンポジットに対しても破壊靱性試験を行った。

繊維には、チョップドストランドマット（有沢製作所、MS253C-1040-2NT）から取り出した E ガラス繊維にシラン系カップリング剤（3-メタクリロキシプロピルトリメトキシシラン：信越化学工業、KBE-503）による表面処理を施して使用した。直径 D は $10\sim 15\ \mu\text{m}$ である。母材樹脂には不飽和ポリエステル（昭和高分子、158BQT-1）を用い、硬化促進剤（昭和高分子、コバルト N）を $0.3\text{wt}\%$ 、および硬化剤（日油、パーメック N）を $2\text{wt}\%$ 混合して使用した。モデルコンポジット試験片の作製では、長さ $5\ \text{mm}$ 程度の繊維を平行に所定の配置で並べて両端を固定し、繊維間隔を一定に保つために $10\ \mu\text{m}$ 程度のスペーサを両固定端内側に挟み込んだ。鋭い針により繊維間に樹脂を塗り込み、余剰樹脂をエタノールで拭き取った後、常温下で 24 時間、さらに 100°C で 1 時間の熱処理によって樹脂を完全に硬化させた（繊維間隔は、樹脂の表面張力と硬化収縮によりスペーサ寸法より若干小さくなる）。作製した試験片は、後述する金属線タブを接着した後、注意深く台から切り離し、破壊靱性試験に供した。

図 2(a), (b) に本研究で作製したモデルコンポジット試験片の模式図を、(c)にその SEM 写真の例を示す。き裂進展試験を行うために、繊維が樹脂で接着されていない初期き裂部を片側に設けた。作製した繊維 2 本のモデルコンポジット試験片における繊維間隔は図 2(c)でも観られるように平均で約 $3\ \mu\text{m}$ 、繊維 4 本のモデルコンポジットでは約 $5\ \mu\text{m}$ であった。また、図 2(a)の繊維直交断面図に示すように、接着界面領域を繊維を中心とする開き角 2θ で表す。 2θ は $60\sim 120^\circ$ であり、試験片ごとに試験後の SEM 観察により測定した。

Fig. 1 Model composite.

Fig. 2 Model composite specimen.

モード I 破壊靱性試験は、図 3 に示すように、モデルコンポジットの繊維に直径 $80\text{ }\mu\text{m}$ の金属細線タブを接着し、それに引張りの試験力を与えることで行った。き裂長さ a は、タブの中心線からき裂先端までの距離とする。初期き裂長さ a_i は $120\sim 950\text{ }\mu\text{m}$ の範囲で変化させたが、破壊靱性値の初期き裂長さ依存性は認められなかった。

2・2 界面破壊靱性試験方法

図 4 は破壊靱性試験に使用した試験システム、図 5 はモード I 試験部の模式図である。倒立型顕微鏡のステージ上に、位置調節用の XYZ ステージを設置し、それに分解能 $1\text{ }\mu\text{m}$ の DC モータ駆動アクチュエータ（シグマ光機, SOM-B13E）と容量 50 mN の微小荷重用ロードセル（試験時分解能約 0.01 mN , 共和電業, LVS-5GA）を取り付けることで、顕微鏡その場観察が可能な試験システムを構成した。金属細線タブの片方を顕微鏡のステージ上に、もう片方をロードセル直結の負荷ロッド先端に接着し、アクチュエータの駆動によりロードセルを一定速度で動かすことによって試験を行った。最小試験速度は $1.5\text{ }\mu\text{m/s}$ である。試験力作用点の変位は、アクチュエータの移動量から予め検定した試験機変形量を差し引くことで求めた。この変位量は顕微鏡画像から測定した試験片変形量と一致することを確認している。なお、本研究の試験片は金属細線タブ以外との接触部をもたず、静電気や変形時の摩擦が試験精度に影響しないようになっている。

3. 実験結果および考察

3・1 繊維 2 本のモデルコンポジットによるモード I 界面破壊靱性試験

図 6 は、繊維 2 本のモデルコンポジットで得られた試験力－変位曲線の例である。最大試験力で不安定き裂進展が起こるまでほぼ線形関係を保ち、最大試験力までに安定き裂進展はほとんど生じていないと考えられる。なお、き裂が長い場合の試験力－変位曲線は、大変形に起因する下に凸の非線形を示すことがあった。この非線形がエネルギー解放率に及ぼす影響を考慮するために、本論文末の付録に示す非線形解析によって補正を行った。

Fig. 3 Mode I test.

Fig. 4 Schematic of mode I testing system.

Fig. 5 Schematic of mode I test.

Fig. 6 Applied force - displacement curve.

図 7 は試験中の顕微鏡画像であり、き裂先端は画像範囲より左側にある。(a)～(c)の順に試験力が増加するにつれてき裂開口変位が大きくなるが、金属細線タブ付近では繊維のたわみ角がほぼ 0 のままとなっている。そのため、本研究で行ったモード I 試験は、図 8(a)に示すように繊維が集中力だけを受ける DCB 試験ではなく、図 8(b)のようにタブ接着部にモーメントも働くことでたわみ角が 0° に保たれていると考えられる。この図 8(b)の場合、試験片を長さ a の両端固定はり 2 本と見なしては理論を適用すると、コンプライアンス λ は

$$\lambda = \frac{\delta}{P} = \frac{a^3}{6EI} \quad \therefore \frac{a}{D} = \left(\frac{6EI}{D^4} \right)^{1/3} (D\lambda)^{1/3} \quad (1)$$

のように a と関連付けられる。ここで E はガラス繊維のヤング率 (72.5GPa)、 D は繊維の直径である。 I ははりの断面二次モーメントで、繊維 2 本のモデルコンポジットでは $\pi D^4/64$ 、繊維 4 本の場合は $\pi D^4/32$ である。一方、図 8(a)の DCB 試験片の場合、はり理論で得られるコンプライアンスは次式となる。

$$\lambda = \frac{\delta}{P} = \frac{2a^3}{3EI} \quad \therefore \frac{a}{D} = \left(\frac{3EI}{2D^4} \right)^{1/3} (D\lambda)^{1/3} \quad (2)$$

図 9 に、試験力－変位曲線の初期勾配から得られたコンプライアンス λ の $1/3$ 乗とき裂長さ a の関係を、式(1) および式(2) の直線と比較して示す。実験結果は、図中に実線で示した次式の直線で近似できる。

$$a/D = \alpha_0 + \alpha_1 (D\lambda)^{1/3} \quad (3)$$

ここで α_0 、 α_1 はき裂長さ a や繊維直径に依らない定数で、この場合は $\alpha_0 = -4.37$ 、 $\alpha_1 = 2.59 \times 10^3 (\text{N/m}^2)^{1/3}$ である。式(3) で表される近似直線の傾きは式(1) のものにほぼ一致し、式(2) とは大きく異なることから、本研究の試験片は繊維の径が非常に小さいため、その変形が金属細線タブによる拘束を受けて、図 8(a) の DCB 試験でなく図 8(b) の状態になっていることが裏付けられた。

図 10 は、繊維 2 本のモデルコンポジットの初期き裂先端付近における破面 SEM 写真の例であり、(a) および(b) はそれぞれ上側破面と、同じ位置の下側破面である。上側破面では繊維が完全に露出している一方で、下側破面に残された樹脂には繊維のはく離痕が明瞭に残されており、き裂が界面を進展したことがわかる。そのため、繊維 2 本のモデルコンポジットの試験結果から、界面き裂の進展に対する破壊靱性値を求めることができる。

Fig. 7 Deformation of mode I specimen ($a = 384\mu\text{m}$).

Fig. 8 Schematic of deformation of mode I specimen.

Fig. 9 Relation between crack length and cube root of compliance (2-fibers model composite).

Fig. 10 SEM image of fracture surface (2-fibers model composite).

Fig. 11 Interfacial fracture toughness plotted against diameter of fiber (2-fibers model composite).

破壊靱性値はコンプライアンス法によって算出した．式(3) のき裂長さ－コンプライアンス関係から，エネルギー解放率 G が次式のように得られる．

$$G = \frac{3P^2}{2BD^3\alpha_1^3} \left(\frac{a}{D} - \alpha_0 \right)^2 \quad (4)$$

ここで B は試験片繊維方向単位長さ当たりのき裂面積であり，繊維 2 本のモデルコンポジットでは図 2(a) に示した θ を用いて $B = D\theta$ と表される．上に，実験で得られたき裂進展開始試験力 P とき裂長さ a を代入し，得られた値に対して付録に示した非線形効果の補正を行うことにより，モード I の界面破壊靱性値を得た．ただし，本研究では最大試験力をき裂進展開始試験力とした．

得られた結果を図 11 に示す．界面破壊靱性値 G_i の平均値は 31 J/m^2 ，最大で 71 J/m^2 ，最小で 15 J/m^2 であった．また，標準偏差が約 19 J/m^2 とかなり大きく，微小面積である界面の接着状態はかなり不均一であることが反映されていると考えられる．

3・2 繊維 4 本のモデルコンポジットによるモード I 破壊靱性試験と樹脂破壊靱性の分離評価

図 12 に，繊維 4 本のモデルコンポジットから得られた試験力－変位曲線の例を示す．(a) は最大試験力までほぼ線形関係を保った例，(b) はき裂が長く下に凸の著しい非線形を示した例である．いずれも繊維 2 本の場合と同様に，最大試験力に達した後，急激な不安定き裂進展を示した．この場合も最大試験力の前に安定き裂進展はほとんど生じていないものと考えられる．

図 13 に，試験力－変位曲線の初期勾配から得たコンプライアンスとき裂長さの関係を示す．式(3) の近似直線の勾配がはり理論による式(1)のそれとほぼ一致していることから，繊維 4 本のモデルコンポジットの場合でも，図 8(b) のような変形となっていることがわかる．この場合は $\alpha_0 = 2.54$ ， $\alpha_1 = 3.44 \times 10^3 (\text{N/m}^2)^{1/3}$ であった．

Fig. 12 Applied force - displacement curve of 4-fibers model composite.

Fig. 13 Relation between crack length and cube root of compliance (4-fibers model composite).

Fig. 14 SEM images of fracture surface (4-fibers model composites).

Fig. 15 Schematic of cross section of 4-fibers model composite.

Fig. 16 Fracture toughness plotted against diameter of fiber (4-fibers and 2-fibers).

破壊靱性試験後の破面 SEM 画像の例を図 14 に示す．ここで(a)と(b)は同じ位置における上側と下側の破面である．繊維部分を見ると，(a)では繊維表面が露出し，逆に(b)では繊維のはく離痕が残された樹脂が付着していることから，繊維部分においてき裂は繊維／樹脂界面を進展している．さらに 2 本の繊維の間には樹脂破壊部が存在しており，繊維 4 本のモデルコンポジットによって界面はく離と樹脂部のき裂進展が同時に混在するき裂進展を達成できている．なお，樹脂破壊部の破面は粗さに富んでおり，(b)に矢印で示すような微細な割れも確認された．

繊維 2 本のモデルコンポジットと同様に，コンプライアンス法で得られる式(4)に付録の非線形効果補正を施すことで，繊維 4 本のモデルコンポジットに対するモード I 破壊靱性値 G_c を算出した．ただしこの場合，繊維方向単位長さ当たりのき裂面積 B は，図 15 に示す界面はく離部の長さ $D_1\theta_1 + D_2\theta_2$ と樹脂破壊部の負荷垂直方向投影長 L_m を SEM 画像から測定し， $B = D_1\theta_1 + D_2\theta_2 + L_m$ とした．

図 16 に，得られた破壊靱性値 G_c を，繊維 2 本のモデルコンポジットから得た界面破壊靱性値 G_i と比較して示す． G_c の平均は 93 J/m^2 となり，界面破壊靱性値の平均 31 J/m^2 よりも明らかに大きくなった．この結果は，本研究の繊維と樹脂からなる FRP のき裂進展においては，界面はく離より母材樹脂部の割れに対してより大きなエネルギーが費やされることを示唆している．

次に，これまでの結果をもとに，既報⁹⁾の手法を用いて，FRP 中の樹脂部における微視的なき裂進展に対する破壊靱性値 G_m の分離評価を試みる．繊維 4 本のモデルコンポジットの破壊靱性 G_c が，界面の破壊靱性値 G_i とマトリックス樹脂の破壊靱性値 G_m から，破面面積率に応じた複合則で表されると考えれば，次式が成り立つ．

$$G_c = G_i\gamma_i + G_m(1 - \gamma_i) \quad (5)$$

ここで γ_i は界面はく離の面積率であり，図 15 のパラメータを用いて $\gamma_i = (D_1\theta_1 + D_2\theta_2) / (D_1\theta_1 + D_2\theta_2 + L_m)$ と表される．得られた γ_i の値は平均で約 69 %であった．繊維 4 本のモデルコンポジット個々の試験片に対する G_c と γ_i ，

および繊維 2 本のモデルコンポジットから得られた G_i の平均値を式(5) に代入し, G_m の値を求めた. 得られた結果を表 1 にまとめる. G_m の平均値は 233 J/m^2 となり, 上で予想された通り界面破壊靱性値 G_i より大きい. かなり脆性的な不飽和ポリエステル樹脂であるにも関わらず界面靱性のほうが低いことから, 長繊維 FRP 中のき裂は界面を進みやすく, 巨視的なき裂の先端でも界面はく離が樹脂部の割れより先行して進むことが示唆される. これは Tanaka ら⁽¹⁾による長繊維 CF/エポキシの層間き裂に対する破面観察結果とも一致している.

また, 同じ不飽和ポリエステルに対して, 未強化の樹脂単体の C(T)試験片(基準長さ $W=24.8\text{mm}$, 厚さ $B=12.4\text{mm}$)を用いて破壊靱性試験を行った結果, 靱性値の平均は 150 J/m^2 となり, 表 1 に示すように式(5) に基づく分離評価法で得た G_m のほうが大きくなった. この差異の原因としては, 樹脂単体バルク材における平坦で鏡面状の破面に比べて, FRP 中や繊維 4 本のモデルコンポジットにおける樹脂部の割れは凹凸に富んでおり, 実際に形成される破面の面積が大きくなることや, コンポジット中のき裂先端では繊維の存在によって樹脂部の応力分布が樹脂単体バルク材とは異なり, 樹脂の塑性変形域の形状・寸法も異なってくるため⁽²⁾⁽³⁾, 樹脂単体バルク材の靱性値とは一致しないことが考えられる.

Table 1 Average value of fracture toughness and fracture surface ratio.

	Model composite	Unreinforced resin
Interfacial fracture toughness, $G_i (\text{J/m}^2)$	31	—
Fracture toughness of 4-fibers model composites, $G_c (\text{J/m}^2)$	93	—
Fracture surface ratio of fiber/matrix debonding, γ_i	0.69	—
Estimated fracture toughness of matrix resin, $G_m (\text{J/m}^2)$	233	150

4. 結 言

本研究では, 実際の FRP に用いられる直径 $10\sim 15 \mu\text{m}$ のガラス繊維を用いて, 2 本あるいは 4 本の繊維を樹脂で接合した二種類の微小モデルコンポジットを作製し, モード I 破壊靱性試験を行うことで, 繊維／樹脂界面破壊靱性と FRP 中の樹脂部の微視的き裂進展に対する破壊靱性の分離評価を試みた. 得られた結果を以下に示す.

- (1) 直径 $10\sim 15 \mu\text{m}$ のガラス繊維 2 本を不飽和ポリエステル樹脂で接合した, き裂が繊維／樹脂界面だけを進展できるリアルサイズのモデルコンポジット試験片に対して, 微小材料試験システムを用いてモード I 破壊靱性試験を行うことができた. 破面観察によりき裂が界面を進展したことが確かめられ, コンプライアンス法によってモード I 界面破壊靱性値を評価できた.
- (2) き裂長さ a とコンプライアンス λ の $1/3$ 乗の関係は直線によく近似できた. その勾配は DCB 試験片の場合とは異なり, 微小なモデルコンポジット試験片の変形が金属細線タブによる拘束を受けるため, 繊維を両端のたわみ角が 0 で一端に強制変位を受ける長さ a のはりとしてはり理論で得られる解とよく一致した.
- (3) 繊維 4 本を樹脂で接合した, 界面はく離と樹脂部のき裂進展が混在する微小モデルコンポジット試験片に対しても, モード I 破壊靱性試験を行うことができた. その破壊靱性値 G_c は界面破壊靱性値 G_i を 3 倍近く上回った. G_i と G_c , さらに繊維 4 本のモデルコンポジットの破面における界面はく離面積率 γ_i を用いて, FRP 中の樹脂部の微視的なき裂進展に対する破壊靱性値 G_m を複合則 $G_c = G_i\gamma_i + G_m(1-\gamma_i)$ に基づいて分離評価した. 得られた G_m の値は界面破壊靱性値 G_i より明らかに大きく, 脆性的な母材樹脂が FRP 中でもき裂が樹脂部より界面で進み易いことが示唆された. また, G_m の値は樹脂単体バルク材の靱性値より大きかった.

文 献

- (1) Friedrich, K., "Fractographic Analysis of Polymer Composites", *Composite Materials Series 6, Application of Fracture Mechanics to Composite Materials* (1989), pp. 425-487, Elsevier Science.
- (2) Crews, J.H., Jr., Shivakumar, K.N. and Raju, I.S., "A Fibre-Resin Micromechanics Analysis of the Delamination Front in a Double Cantilever Beam Specimen", *Phase Interaction in Composite Materials* (1992), pp. 396-405, Omega Scientific.
- (3) Dubois, F. and Keunings, R., "DCB Testing of Thermoplastic Composites: A Non-Linear Micro-Macro Numerical Analysis",

Composites Science and Technology, Vol. 57, No. 4 (1997), pp. 437-450.

- (4) Tanaka, H. and Nakai, Y., "Three-Dimensional Micromechanics Analysis of Strain Energy Release Rate Distribution along Delamination Crack in FRP", *Composites Technologies for 2020, Proceedings of the 4th Asian-Australasian Conference on Composite Materials* (2004), pp. 439-444, Woodhead Publishing Ltd.
- (5) Kotaki, M., Hojo, M., Tsujioka, N. and Hamada, H., "Effect of Surface Treatment on Interlaminar/Intralaminar Crack Growth Behavior of CFRP Laminates", *Proceedings of the 4th Japan International SAMPE Symposium* (1995), pp. 1008-1013.
- (6) Hojo, M., Tsujioka, N., Kotaki, M., Hamada, H., Maekawa, Z. and Ochiai, S., "Effect of Interfacial Strength on Interlaminar and Intralaminar Fracture Toughness of CFRP Laminates", *High Technology Composites in Modern Applications, Proceedings of COMP'95* (1995), pp. 30-36.
- (7) Hojo, M., Tanaka, M., Hobbiebrunken, T., Ochiai, S., Inoue, T. and Sawada, Y., "Interfacial Fracture of GF and CF/Epoxy Model Composites under Static and Fatigue Loadings", *Proceedings of the 8th International Fatigue Congress, Fatigue 2002* (2002), pp. 231-238, EMAS.
- (8) Tanaka, M., Kawaguchi, T., Hojo, M., Ochiai, S. and Nakanishi, Y., "In-situ Observation of Interfacial Debonding Process Induced by Matrix Crack Propagation in Two-Dimensional Unidirectional Model Composites", *Composite Interfaces*, Vol. 15, No. 1 (2008), pp. 75-94.
- (9) 小岩康三, 田中拓, 日和千秋, 中井善一, "繊維 2 本および繊維 4 本のモデル複合材料を用いた繊維／樹脂界面はく離靱性の実験的評価と FRP 靱性への寄与の検討", *材料*, Vol. 57, No. 12 (2008), pp. 1205-1211.
- (10) 小岩康三, 田中拓, 伊藤真也, 塚原健, 日和千秋, 中井善一, "繊維／樹脂界面はく離進展特性のマイクロモデル複合材料法による評価と負荷モードの影響の検討", *破壊力学シンポジウム講演論文集*, Vol. 14, (2009), pp. 80-84.
- (11) Tanaka, H., Nakai, Y., Hina, N. and Tanaka, K., "Fractography and Micromechanical Analysis of Front Shape of Fatigue Cracks in CFRP", *Book of Extended Abstracts of the 3rd International Conference on Fatigue of Composites* (2004), pp. 95-96.
- (12) Williams, J.G., "Large Displacement and End Block Effect in the 'DCB' Interlaminar Test in Modes I and II", *Journal of Composite Materials*, Vol. 21, No. 4 (1987), pp. 330-347.

付録 有限変形はりモデルを用いた非線形解析

モデルコンポジット試験片の大変形による幾何学的非線形がエネルギー解放率に及ぼす影響を評価するために、本研究では試験片を図 8(b)に示すような長さ a の 2 本のはりとして近似し、有限変形はり理論に基づく解析を行った。解析には、Williams⁽¹²⁾が DCB 試験片に適用した手法を本研究の試験片に拡張して用いた。

上下対称な試験片の下側繊維に着目し、その変形状態を図 17 に示すはり AB でモデル化する。左端 A はたわみ角 θ の固定支持とする。右端 B はたわみ角が θ となるよう支持されながら集中力 P を受けて下方にたわみ、このたわみが試験片の開口変位の半分 $\delta/2$ にあたる。はりの軸線に沿った長さは常に a に保たれ、図中に示すように左端 A を始点として軸線に沿う座標 s を定義すると、右端 B では $s = a$ となる。また、図のように左端 A を原点として右向きの座標 x をとり、位置 x におけるはりの軸線のたわみを y 、たわみ角を ϕ とする。

Fig. 17 Deformation of fiber in model composite specimen.

変形状態におけるはりの水平方向投影長を図中に示したように a_x と表す。はりの変形は $x = a_x/2$ の点 C を中心として逆対称になるから、点 C のたわみは右端の半分の $\delta/4$ となる。また、この点 C のたわみ角を α と表す。

まず、位置 x の断面に作用する曲げモーメント M は、変形の逆対称性より中心点 $x = a_x/2$ において $M=0$ となることを考慮すると次式のようになる。

$$M = P(x - a_x/2) \quad (6)$$

はりの曲率半径 R は、はり理論における基礎的な式 $1/R = M/(EI)$ によって曲げモーメントと関係付けられ、さらに $R(-d\phi) = ds$ であることから次式が成り立つ。

$$\frac{1}{R} = \frac{M}{EI} = -\frac{d\phi}{ds} \quad (7)$$

ここで EI ははりの曲げ剛性である。式(6) より $dM/dx = P$ であるから、式(7)、および $dx = ds \cdot \cos \phi$ を用いると

$$dM = Pdx = P \cos \phi ds = -\frac{PEI}{M} \cos \phi d\phi \quad \therefore M dM = -PEI \cos \phi d\phi \quad (8)$$

の関係を導く。この両辺を積分し、 $x = a_x/2$ において $M=0$ 、 $\phi = \alpha$ となることを考慮すると、次式が得られる。

$$M^2 = 2PEI(\sin \alpha - \sin \phi) \quad \therefore M = \begin{cases} -\sqrt{2PEI(\sin \alpha - \sin \phi)} & (0 \leq x \leq a_x/2) \\ \sqrt{2PEI(\sin \alpha - \sin \phi)} & (a_x/2 \leq x \leq a_x) \end{cases} \quad (9)$$

$0 \leq x \leq a_x/2$ の範囲に関して、式(7) と式(9) から、はりの微小長さ ds が次のように表現される。

$$ds = -\frac{EI}{M} d\phi = \sqrt{\frac{EI}{2P}} \frac{d\phi}{\sqrt{\sin \alpha - \sin \phi}} \quad (10)$$

左端 A では $s = 0$ 、 $\phi = 0$ 、中央点 C では $s = a/2$ 、 $\phi = \alpha$ だから、この範囲で上式の両辺を積分すると、はりの長さが a に保たれるとき α が満たす条件が次のように得られる。

$$\int_0^{a/2} ds = \int_0^\alpha \sqrt{\frac{EI}{2P}} \frac{d\phi}{\sqrt{\sin \alpha - \sin \phi}} \quad \therefore a = \sqrt{\frac{2EI}{P}} \int_0^\alpha \frac{d\phi}{\sqrt{\sin \alpha - \sin \phi}} \quad (11)$$

次に、 $dy = ds \cdot \sin \phi$ の関係に式(10) の ds を代入すると

$$dy = \sqrt{\frac{EI}{2P}} \frac{\sin \phi}{\sqrt{\sin \alpha - \sin \phi}} d\phi \quad (12)$$

となる。左端 A では $y = 0$ 、 $\phi = 0$ 、中央点 C では $y = \delta/4$ 、 $\phi = \alpha$ だから、この範囲で上式の両辺を積分することによってモデルコンポジット試験片の開口変位 δ の有限変形解が次式のように得られる。

$$\int_0^{\delta/4} dy = \int_0^\alpha \sqrt{\frac{EI}{2P}} \frac{\sin \phi}{\sqrt{\sin \alpha - \sin \phi}} d\phi \quad \therefore \delta = 2\sqrt{\frac{2EI}{P}} \int_0^\alpha \frac{\sin \phi}{\sqrt{\sin \alpha - \sin \phi}} d\phi \quad (13)$$

式(11) と(13) から $\sqrt{2EI/P}$ を消去し、さらに式(1)にも示したはり理論による開口変位の線形解 $\delta_{\text{linear}} = Pa^3/(6EI)$ を用いると、 δ の有限変形解と線形解 δ_{linear} の比として次式が得られる。

$$\delta/\delta_{\text{linear}} = \frac{12EI}{Pa^2} \int_0^\alpha \frac{\sin \phi}{\sqrt{\sin \alpha - \sin \phi}} d\phi \bigg/ \int_0^\alpha \frac{d\phi}{\sqrt{\sin \alpha - \sin \phi}} \quad (14)$$

次にエネルギー解放率について考える。まず、モデルコンポジット試験片が図 17 のように変形する 2 本のはりで構成されていることを考慮すると、蓄えられるひずみエネルギー U は次式の積分で表される。

$$U = 2 \int_0^a \frac{M^2}{2EI} ds = \int_0^a \frac{M^2}{EI} ds \quad (15)$$

エネルギー解放率 G は、 P 一定下でき裂面積が単位面積だけ増加したときのひずみエネルギー増加量として得られる。き裂長さの増加量を da とするとき、き裂面積増加量は $dA = Bda$ (B はき裂進展方向の単位長さ当たりのき

裂面積) と表すことができるので, 式(15) より

$$G = \frac{dU}{dA} \Big|_{P=\text{const.}} = \frac{1}{B} \cdot \frac{dU}{da} \Big|_{P=\text{const.}} = \frac{1}{B} \cdot \frac{d}{da} \int_0^a \frac{M^2}{EI} ds = \frac{\{M(s=a)\}^2}{BEI} \quad (16)$$

ここで $M(s=a)$ は図 17 のはりの右端 B における曲げモーメントを意味する. 右端 B のたわみ角 ϕ が 0 であることを考慮すると, 式(9) より $\{M(s=a)\}^2 = 2PEI \sin \alpha$ だから, これを式(16) に代入することで以下の結果を得る.

$$G = (2P \sin \alpha)/B \quad (17)$$

微小変形を仮定したはり理論による線形解 G_{linear} は, 上式で $\sin \alpha \approx \alpha = Pa^2/(8EI)$ とすることによって $G_{\text{linear}} = P^2 a^2/(4BEI)$ となるから, G の有限変形解と線形解 G_{linear} の比は次式で与えられることになる.

$$G/G_{\text{linear}} = \frac{2P \sin \alpha}{B} \cdot \frac{4BEI}{P^2 a^2} = \frac{8EI}{Pa^2} \sin \alpha \quad (18)$$

ただし, 式(1) と式(3) の比較から解るように, モデルコンポジット試験片のコンプライアンスは, 実際のき裂長さ a に等しい長さのはりではなく, 長さ $a - \alpha_0 D$ (α_0 は実験で得られる定数, D は繊維径) のはりに置き換えてはり理論で求めたものとよく一致し, エネルギー解放率の式(4) についても同様である. このため本研究では, 式(14) の開口変位および式(18)のエネルギー解放率についても, 次式のように同様の補正を施した.

$$\delta/\delta_{\text{linear}} = \frac{12EI}{P(a - \alpha_0 D)^2} \int_0^\alpha \frac{\sin \phi}{\sqrt{\sin \alpha - \sin \phi}} d\phi \Big/ \int_0^\alpha \frac{d\phi}{\sqrt{\sin \alpha - \sin \phi}}, \quad G/G_{\text{linear}} = \frac{8EI}{P(a - \alpha_0 D)^2} \sin \alpha \quad (19)$$

解析では, 与えられた試験力 P , き裂長さ a , 繊維径に対して式(11) を満たす α を求め, これを用いて式(19) によって $\delta/\delta_{\text{linear}}$ と G/G_{linear} を計算する. 無次元化試験力 $P(a - \alpha_0 D)^2/(8EI)$ に対する $\delta/\delta_{\text{linear}}$ と G/G_{linear} の変化を図 18 に示す. $P(a - \alpha_0 D)^2/(8EI)$ の増加とともに $\delta/\delta_{\text{linear}}$ と G/G_{linear} はいずれも非線形効果によって減少する.

本研究では, E は 72.5 GPa, 定数 α_0 は各モデルコンポジットに対するき裂長さ-コンプライアンス関係式(3) の定数として決定された値を用いた. また, はりの断面二次モーメント I は繊維 2 本のモデルコンポジットでは $\pi D^4/64$, 繊維 4 本のモデルコンポジットでは $\pi D^4/32$ である. G の非線形解析値は, コンプライアンス法の式(4) で得られる G_{linear} に式(19) の G/G_{linear} を乗じて求めた. δ の非線形解析値は, 実験で得た低試験力域のコンプライアンス λ に試験力を掛けた $\delta_{\text{linear}} = P\lambda$ に対して, 式(19) の $\delta/\delta_{\text{linear}}$ を乗じることで求めた.

図 19 に, 繊維 4 本のモデルコンポジットに対して得られた図 12(b)の実験結果と本手法による非線形解析値を比較して示す. 両者は非常によく一致していることがわかる.

Fig. 18 Nonlinear displacement and strain energy release rate plotted against nondimensional applied force.

Fig. 19 Applied force - displacement curve (Nonlinear analysis).