時系列 netDIC を用いた結晶性高分子材料のくびれ伝ば過程の 3次元ひずみ場評価*

内田 真^{*1}, 田中 翔平^{*2}, 金川 智哉^{*3}, 多田 直哉^{*1}

Three-Dimensional Evaluation of Strain Field during Neck Propagation Process of Semi-Crystalline Polymer by Time-Series netDIC

Makoto UCHIDA^{*1}, Shohei TANAKA, Tomoya KANAGAWA and Naoya TADA

^{*1} Okayama Univ. Graduate School of Natural Science and Technology
3-1-1, Tsushimanaka, Kita-ku, Okayama, 700-8530 Japan

Three-dimensional displacement fields in the neck propagation process in uniaxial tensile test of High Density Polyethylene (HDPE) and Polyethylene (PP) were evaluated by newly proposed Digital Image Correlation (DIC) method, called time-series netDIC. This method uses four images of specimen surface taken at two different times by two cameras for the identification of the three-dimensional displacements of measurement points. The displacement was obtained by minimizing the objective function, which is a summation of correlative coefficients of brightness distributions between two times and two cameras. Two cameras and a mirror were used to evaluate the three-dimensional displacement fields on both surfaces of plate-type specimen. Obtained results provided the quantitative information about degree of strain localization at the necked region of the specimen. Transverse strains in thickness and width directions were different for PP while those were almost same for HDPE. Furthermore, large positive volumetric strain was confirmed at necked region in inelastic deformation stage.

Key Words : Three-Dimensional, DIC, Semi-Crystalline Polymer, Non-Uniform Deformation, Volumetric Strain

1. 緒 言

高分子材料は変形初期から中期にかけて加工硬化率が小さく、変形の局在化を招きやすいため、塑性加工による部材生産が難しい。材料の適用範囲の拡大のためには、そのような材料の不均一変形の発展を定量的に評価することが重要な課題である。ただし、高分子材料は基本的に金属材料よりも軟質であるため、伸び計等を用いた接触測定の利用が困難なことから、非接触状態での変形評価が必須となる。材料の不均一変形を非接触かつ定量的に評価する手法として、デジタル画像相関 (Digital Image Correlation, DIC) 法が幅広く適用されている。DIC は、Satton⁽¹⁾⁽²⁾により提案された枠組みに基づき、2つの画像の間でデジタル化された輝度分布の相関性を計算して同一点の変位を測定する手法であり、現在においても様々な精度改善方法、高速化方法が議論されている⁽³⁾⁻⁽⁶⁾。本手法を用いることで、き裂周りの変位分布⁽⁷⁾、多結晶体の結晶粒内の塑性変形⁽⁸⁾、ゴム材の大変形⁽⁹⁾、ゴムや繊維などで強化されたポリマーブレンドの変形⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾など、幅広いスケール、多様な材種の局所変形が評価できる。著者らのグループでは、多数の評価対象点が存在する場合の変位評価を効率的に実施するために、同一点計測時に周囲点の変位から求めた画像間変形を考慮した netDIC を提案し、高分子材料表面の面内局所変形を評価してい

* 原稿受付 2012 年 5 月 9 日

^{*1} 正員, 岡山大学大学院自然科学研究科 (〒700-8530 岡山県岡山市北区津島中 3-1-1)

^{*2} 学生員, 岡山大学大学院自然科学研究科

^{*3} 岡山大学工学部

E-mail: uchida@mech.okayama-u.ac.jp

る⁽⁶⁾.

上述のような評価手法は 2 次元情報であるデジタル画像から変位を評価する手法であるため、得られる変位やひずみ成分は 2 次元情報に限定される。したがって、高分子材料のように変形の局在化が顕著な変位場を評価する場合、不均一な面外変位による測定精度の低下が懸念される。また、高分子材料は非弾性変形過程において微視的な分子鎖構造の粗密の変化や、キャビテーション、クレージングなどにより巨視的な体積変化が生じることが知られており、この体積変化を高精度に評価することが、高分子材料の材料特性解明における一つの課題となっている。このような問題点を解決するためには、ステレオビジョンの原理⁽¹²⁾に基づいた 3 次元評価が有効である。ステレオビジョンの原理を用いた場合、一つの評価点の位置情報を 2 台のカメラから取得することにより、その点の 3 次元座標を特定することができる。本手法は、①2 台のカメラの位置情報、基本特性などのキャリブレーション、②2 画像間での同一点の画像座標の特定および③得られた画像座標に基づく 3 次元座標復元の流れを必要とするものであり⁽¹³⁾、現在も多くの適用例^{(14)~(16)}や高精度化に関する研究が報告されている⁽¹⁷⁾⁽¹⁸⁾。

本論文では、ステレオビジョンの原理に基づいた変位評価手法を用いてくびれの発生・伝ばを伴う単軸引張りを受ける高密度ポリエチレン (High Density Polyethylene, HDPE) およびポリプロピレン (Polypropylene, PP) の 3 次元変位を定量的に評価する。そのために、両カメラの変形前後の画像間の相関値と、変形後の両カメラの画像間の相関値の和を目的関数として一つの点の 3 次元変位を特定する手法を定式化するとともに、それを、これまで著者らが構築した netDIC へ導入した時系列 netDIC を構築する。さらに、2 台のカメラと 1 枚の鏡を使用することによって、試験片の両面の 3 次元変位を評価可能とする。得られた変位場からひずみ場を計算し、材料変形の変形場の発展や体積変化履歴を定量的に評価する。

2. 3 次元変位の評価手法

2.1 ピンホールカメラモデルを用いた座標系の導入と座標変換則

本研究では、デジタルカメラによる画像取得を、ピンホールカメラモデル⁽¹²⁾を用いて単純化する。以降の説明において、上付き指標の Π はカメラを区別する指標、下付き指標 i, j , および k , あるいは α, β は座標の方向を表しており、下付き指標が付記されている項は総和規約に従うとする。ただし、 i, j , および k は 3 次元方向、 α, β は 2 次元方向のみの成分を表す場合を示す。図 1 に、2 台のカメラを用いて画像取得を行う際の座標系の関係を示す。まず、図 1(a)に示すように、測定対象物周りに、原点 O の基準座標系 X_i を設定する。次に、試験片を撮影する 2 台のカメラ A, B の光学中心 C^A および C^B (ピンホールカメラのピンホールに相当する点) を原点とするカメラ座標系 x_i^Π を設定する。基準座標系から見た両カメラの位置を Ω_i^Π とすると、基準座標系とカメラ座標系の座標変換は次式で表される。

$$x_i^\Pi = R_{ij}^\Pi (X_j - \Omega_j^\Pi) \quad (1)$$

ここで、 R_{ij}^Π は図 1(b)に示すような基準座標系に対するカメラの回転角度によって次式のように計算される直交テンソルである⁽¹³⁾。

$$[R_{ij}^\Pi] = \begin{bmatrix} \cos \theta^{P\Pi} & 0 & -\sin \theta^{P\Pi} \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta^{P\Pi} & 0 & \cos \theta^{P\Pi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta^{T\Pi} & \sin \theta^{T\Pi} \\ 0 & -\sin \theta^{T\Pi} & \cos \theta^{T\Pi} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta^{S\Pi} & \sin \theta^{S\Pi} & 0 \\ -\sin \theta^{S\Pi} & \cos \theta^{S\Pi} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

ここで、 $\theta^{P\Pi}$ は x_2^Π 軸周りの回転を表す Pan 角度、 $\theta^{T\Pi}$ は x_1^Π 軸周りの回転を表す Tilt 角度、および $\theta^{S\Pi}$ は x_3^Π 軸周りの回転を表す Swing 角度である。カメラ Π に対して、それぞれの角度を単独で与えた場合のカメラ回転の模式図を図 1(b)に示す。また、式 (2) の 4 つ目のマトリクスは、 X_1 軸を $-x_3^\Pi$ 軸、 X_2 軸を x_1^Π 軸、および X_3 軸を $-x_2^\Pi$ 軸に変換する回転マトリクスである。

次に、カメラ Π の座標系をカメラの撮像素子上に設定された 2 次元の画像座標系 ξ_α^Π に投影する。いま、測定対象物上に存在する測定点 P が、各カメラの画像座標系に投影された時の座標を $P^\Pi(\xi_1^\Pi, \xi_2^\Pi)$ とすると、図 1(c)からわかるように、カメラ座標系と画像座標系の関係は次式のように表される。

Fig. 1 Schematic illustration of relationships of coordinates in pinhole camera model.

$$\xi_a^H = f^H \frac{x_a^H}{x_3^H}, \quad (3)$$

ここで、 f^H はカメラの焦点距離である。撮像素子に記録された画像はコンピューター上ではピクセル単位のデータに変換される。このとき、画像座標系 ξ_a^H とコンピューター座標系 ξ_a^H の座標変換則は次式ようになる。

$$\xi_a^H = M^H \xi_a^H + \eta_a^H, \quad (4)$$

ここで、 M^H は単位長さあたりの画素数、 η_a^H はコンピューター座標系の原点である。画像座標系 ξ_a^H の原点は撮像素子の中心にあるのに対し、コンピューター座標系の原点は画像の左上にあるため、 η_a^H は画像サイズの半分の長さ ($\eta_1^H = 0.5 \times \text{width of digital image}$, $\eta_2^H = 0.5 \times \text{height of digital image}$) を与える。

式 (3) は 3 次元座標を 2 次元座標に変換する式であり、 x_a^H と x_3^H の比が等しければすべての点は同一点 ξ_a^H となる。したがって、1つのカメラから得られた 2 次元座標から 3 次元座標を復元することはできない。これに対し、位置 Ω_i^H や方向 R_{ij}^H 、および焦点距離 f^H やデジタル画像の情報 M^H および η_a^H などが既知である 2 つのカメラを用いて同一の測定点の 2 次元座標を得ることができれば、基準座標に関する等式を用いることで、理論的に測定点の 3 次元座標を復元することが可能となる。式 (1) ~ (4) より、各カメラで得られたコンピューター座標から基準座標への座標変換は次式で表される。

$$X_i = \Omega_i^H + R_{ai}^H \frac{x_3^H}{f^H M^H} (\xi_a^H - \eta_a^H) + R_{3i}^H x_3^H. \quad (5)$$

点 P の両デジタル画像上の座標 ξ_a^A および ξ_a^B が既知のとき、それを基準座標系に変換したときの 3 次元座標は同値とならなければならないので、次の等式が得られる。

$$\Omega_i^A + R_{ji}^A \psi_j^A x_3^A = \Omega_i^B + R_{ji}^B \psi_j^B x_3^B, \quad (6)$$

$$\psi_i^B = \left\{ \frac{(\xi_1^B - \eta_1^B)}{f^B M^B} \frac{(\xi_2^B - \eta_2^B)}{f^B M^B} \quad 1 \right\}.$$

上式では、未知数 x_3^A および x_3^B に対して基準座標系の 3 次元成分に対応する 3 つの式が与えられるため、 x_3^B に関する連立方程式を構築することができる。それから得られた x_3^B を式 (5) に代入することにより、コンピュータ座標から基準座標への座標変換が可能となる。

2・2 時系列ステレオ netDIC による同一点探索

前節で示したモデルを用いて測定対象点の 3 次元座標を計算する過程では、2 つのカメラで撮影された画像間において同一点を探索するプロセスを必要とする。このプロセスを自動的に処理するために、各デジタル画像上の対象点 (Point Of Interest, POI) 周りに設けた対象領域 (Region Of Interest, ROI) 内における輝度分布を比較し、その相関値を最大とする点を探索して同一点を取得するデジタル画像相関法を適用する。また、変形前後の 2 つのタイミングで取得した時系列の画像間での同一点取得にも同様にデジタル画像相関法を用いる。図 2 に、時系列で材料表面の 3 次元座標を評価するプロセスの模式図を示す。図中において、矢印は相関係数を求める画像対を示しており、白抜きの矢印は従来方法、塗りつぶしの矢印は新しく提案した手法で使用される画像対をそれぞれ表している。

まず、両カメラで撮影された未変形状態の試験片表面画像の対 (図 2 の Picture A0 と B0) に対し、デジタル画像相関法を用いて同一点を特定し、前節で示した手法から評価対象点の初期 3 次元座標を取得する。その後のプ

Fig. 2 Paths in conventional DIC and time-series stereo netDIC.

ロセスにおいて、従来の 3 次元変位評価手法においては、各カメラ単独で DIC を適用することで、それぞれの時間ステップで得られた評価点のコンピュータ座標を取得し、3 次元座標を復元する（白抜きの矢印）。この場合、ネッキングなどの強い不均一変形による ROI 形状のゆがみや、試験片表面に設けた輝度分布の変化などにより、カメラごとに独立した誤差が発生し、後続の変形においてもそれらが蓄積されていくため、3 次元座標の復元精度が低下する恐れがある。そのため、各時間ステップでの座標を取得する際に、時系列間の相関値だけでなくカメラ間（塗りつぶしの矢印）の相関値を同時に評価する。また、カメラ間の相関を求める際は、カメラの相対位置や回転角度、および測定対象としている物体の表面凹凸など、時系列間の相関を求める際は試験片に生じるひずみやひずみ勾配などにより、各デジタル画像上における ROI の形状にゆがみが生じ、同一点特定精度が低下する。これまで著者らは、周囲の測定点の位置変化の分布によってそのような ROI のゆがみを補正する netDIC⁽⁶⁾を提案し、高分子材料の 2 次元変形場の発展評価を実施した。本研究では、netDIC を、同一カメラの異なる時刻で撮影した画像（時系列）と同一時刻に異なるカメラで撮影した 2 枚の画像に対して適用した、時系列ステレオ netDIC を新たに構築し、高分子材料の引張り変形過程における試験片表面の 3 次元変形を定量的に評価する。

いま、時刻 $t=t^0$ および t^1 間の変位を評価する場合について考える。時系列ステレオ netDIC では、変形前後の各画像上に設けた POI の変位 $\omega_\alpha^I = \xi_\alpha^I(t^1) - \xi_\alpha^I(t^0)$ を求める際、次式で示す目的関数 Γ を最大値にするような変位を求める。

$$\Gamma = \gamma^{A0A1}(G^{A0}, G^{A1}) + \gamma^{B0B1}(G^{B0}, G^{B1}) + \gamma^{A1B1}(G^{A1}, G^{B1}) \quad (7)$$

ここで、 $\gamma^{IJ}(G^I, G^J)$ は、次式で与えられる画像 I と J において、POI 周りに設けた ROI 内における輝度分布 G^I と G^J の相関値である。

$$\gamma^{IJ}(G^I, G^J) = \frac{\sum_{\text{ROI}} G^I G^J}{\left\{ \sum_{\text{ROI}} (G^I)^2 \sum_{\text{ROI}} (G^J)^2 \right\}^{1/2}}. \quad (8)$$

式 (7) の目的関数を最大化する変位 ω_α^I を求めるには、

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial \omega_\alpha^I} = \frac{\partial \gamma^{A0A1}}{\partial \omega_\alpha^I} + \frac{\partial \gamma^{B0B1}}{\partial \omega_\alpha^I} + \frac{\partial \gamma^{A1B1}}{\partial \omega_\alpha^I} = 0 \quad (9)$$

を解けばよい。ここで、変位 ω_α^I の関数となるのは、変形後 ($t=t^1$) の輝度分布 G^{A1} および G^{B1} のみであるため、式 (9) は次式のように展開される。

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial \omega_\alpha^A} = \frac{\partial \gamma^{A0A1}}{\partial \omega_\alpha^A} + \frac{\partial \gamma^{A1B1}}{\partial \omega_\alpha^A} = 0, \quad (10)$$

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial \omega_\alpha^B} = \frac{\partial \gamma^{B0B1}}{\partial \omega_\alpha^B} + \frac{\partial \gamma^{A1B1}}{\partial \omega_\alpha^B} = 0. \quad (11)$$

式 (10) および (11) 中の項は具体的に次式で与えられる。

$$\frac{\partial \gamma^{A0A1}}{\partial \omega_\alpha^A} = \left\{ \sum (G^{A0})^2 \sum (G^{A1})^2 \right\}^{-1/2} \left\{ \sum G^{A0} \frac{\partial G^{A1}}{\partial \omega_\alpha^A} - \frac{\sum G^{A0} G^{A1}}{\sum (G^{A1})^2} \sum G^{A1} \frac{\partial G^{A1}}{\partial \omega_\alpha^A} \right\}, \quad (12)$$

$$\frac{\partial \gamma^{A1B1}}{\partial \omega_\alpha^A} = \left\{ \sum (G^{A1})^2 \sum (G^{B1})^2 \right\}^{-1/2} \left\{ \sum G^{B1} \frac{\partial G^{A1}}{\partial \omega_\alpha^A} - \frac{\sum G^{A1} G^{B1}}{\sum (G^{A1})^2} \sum G^{A1} \frac{\partial G^{A1}}{\partial \omega_\alpha^A} \right\}, \quad (13)$$

$$\frac{\partial \gamma^{B0B1}}{\partial \omega_\alpha^B} = \left\{ \sum (G^{B0})^2 \sum (G^{B1})^2 \right\}^{-1/2} \left\{ \sum G^{B0} \frac{\partial G^{B1}}{\partial \omega_\alpha^B} - \frac{\sum G^{B0} G^{B1}}{\sum (G^{B1})^2} \sum G^{B1} \frac{\partial G^{B1}}{\partial \omega_\alpha^B} \right\}, \quad (14)$$

$$\frac{\partial \gamma^{AB1}}{\partial \omega_\alpha^B} = \left\{ \sum (G^{A1})^2 \sum (G^{B1})^2 \right\}^{-1/2} \left\{ \sum G^{A1} \frac{\partial G^{B1}}{\partial \omega_\alpha^B} - \frac{\sum G^{A1} G^{B1}}{\sum (G^{B1})^2} \sum G^{B1} \frac{\partial G^{B1}}{\partial \omega_\alpha^B} \right\} \quad (15)$$

式 (10) および (11) を解くために、本研究では Newton-Raphson 法を用いたが、その際に必要な目的関数の 2 階微分を以下に示す。

$$\frac{\partial^2 \Gamma}{\partial \omega_\alpha^A \partial \omega_\beta^A} = \frac{\partial^2 \gamma^{A0A1}}{\partial \omega_\alpha^A \partial \omega_\beta^A} + \frac{\partial^2 \gamma^{AB1}}{\partial \omega_\alpha^A \partial \omega_\beta^A}, \quad (16)$$

$$\frac{\partial^2 \Gamma}{\partial \omega_\alpha^A \partial \omega_\beta^B} = \frac{\partial^2 \gamma^{AB1}}{\partial \omega_\alpha^A \partial \omega_\beta^B}, \quad (17)$$

$$\frac{\partial^2 \Gamma}{\partial \omega_\alpha^B \partial \omega_\beta^A} = \frac{\partial^2 \gamma^{AB1}}{\partial \omega_\alpha^B \partial \omega_\beta^A}, \quad (18)$$

$$\frac{\partial^2 \Gamma}{\partial \omega_\alpha^B \partial \omega_\beta^B} = \frac{\partial^2 \gamma^{B0B1}}{\partial \omega_\alpha^B \partial \omega_\beta^B} + \frac{\partial^2 \gamma^{AB1}}{\partial \omega_\alpha^B \partial \omega_\beta^B}, \quad (19)$$

$\partial^2 \gamma^{A0A1} / \partial \omega_\alpha^A \partial \omega_\beta^A$, $\partial^2 \gamma^{AB1} / \partial \omega_\alpha^A \partial \omega_\beta^A$, および $\partial^2 \gamma^{AB1} / \partial \omega_\alpha^A \partial \omega_\beta^B$ について、それぞれの具体形を次に示す。

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \gamma^{A0A1}}{\partial \omega_\alpha^A \partial \omega_\beta^A} &= \left\{ \sum (G^{A0})^2 \sum (G^{A1})^2 \right\}^{-1/2} \left[\frac{3 \sum G^{A0} G^{A1}}{\left\{ \sum (G^{A1})^2 \right\}^2} \sum G^{A0} \frac{\partial G^{A1}}{\partial \omega_\alpha^A} \sum G^{A0} \frac{\partial G^{A1}}{\partial \omega_\beta^A} \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{\sum (G^{A1})^2} \left(\sum G^{A0} G^{A1} \sum \frac{\partial G^{A1}}{\partial \omega_\alpha^A} \frac{\partial G^{A1}}{\partial \omega_\beta^A} + \sum G^{A0} \frac{\partial G^{A1}}{\partial \omega_\alpha^A} \sum G^{A1} \frac{\partial G^{A1}}{\partial \omega_\beta^A} + \sum G^{A1} \frac{\partial G^{A1}}{\partial \omega_\alpha^A} \sum G^{A0} \frac{\partial G^{A1}}{\partial \omega_\beta^A} \right) \right] \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \gamma^{AB1}}{\partial \omega_\alpha^A \partial \omega_\beta^A} &= \left\{ \sum (G^{A1})^2 \sum (G^{B1})^2 \right\}^{-1/2} \left[\frac{3 \sum G^{A1} G^{B1}}{\left\{ \sum (G^{A1})^2 \right\}^2} \sum G^{A1} \frac{\partial G^{A1}}{\partial \omega_\alpha^A} \sum G^{A1} \frac{\partial G^{A1}}{\partial \omega_\beta^A} \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{\sum (G^{A1})^2} \left(\sum G^{A1} G^{B1} \sum \frac{\partial G^{A1}}{\partial \omega_\alpha^A} \frac{\partial G^{A1}}{\partial \omega_\beta^A} + \sum G^{B1} \frac{\partial G^{A1}}{\partial \omega_\alpha^A} \sum G^{A1} \frac{\partial G^{A1}}{\partial \omega_\beta^A} + \sum G^{A1} \frac{\partial G^{A1}}{\partial \omega_\alpha^A} \sum G^{B1} \frac{\partial G^{A1}}{\partial \omega_\beta^A} \right) \right] \end{aligned} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \gamma^{AB1}}{\partial \omega_\alpha^A \partial \omega_\beta^B} &= \left\{ \sum (G^{A1})^2 \sum (G^{B1})^2 \right\}^{-1/2} \left[3 \sum G^{A1} G^{B1} \sum G^{A1} \frac{\partial G^{A1}}{\partial \omega_\alpha^A} \sum G^{B1} \frac{\partial G^{B1}}{\partial \omega_\beta^B} - \left(2 \gamma^{AB1} \sum G^{A1} \frac{\partial G^{A1}}{\partial \omega_\alpha^A} \sum G^{B1} \frac{\partial G^{B1}}{\partial \omega_\beta^B} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{1}{\sum (G^{A1})^2} \sum G^{A1} \frac{\partial G^{A1}}{\partial \omega_\alpha^A} \sum G^{A1} \frac{\partial G^{B1}}{\partial \omega_\beta^B} + \frac{1}{\sum (G^{B1})^2} \sum G^{B1} \frac{\partial G^{A1}}{\partial \omega_\alpha^A} \sum G^{B1} \frac{\partial G^{B1}}{\partial \omega_\beta^B} \right) + \sum \frac{\partial G^{A1}}{\partial \omega_\alpha^A} \frac{\partial G^{B1}}{\partial \omega_\beta^B} \right] \end{aligned} \quad (22)$$

式 (8) の相関値を計算する際、前述のようにカメラの位置や表面凹凸や材料変形に伴って ROI の形状が変化し、輝度を比較する点にずれが生じる。そのようなずれを補正するためには、変位取得時に ROI の変形を同時に考慮する必要がある。そのため本研究では、周囲の測定点の位置変化の分布を用いて ROI 内を変形させる netDIC 法⁽⁶⁾を適用する。この場合、ROI 領域内の変位関数は次式のように与えられる。

$$\tilde{\omega}_\alpha^{\Pi}(\tilde{\xi}_\alpha^{\Pi}) = \omega_\alpha^{\Pi} + \phi_\alpha^{\Pi}(\tilde{\xi}_\alpha^{\Pi}) \quad (23)$$

$$\phi_\alpha^{\Pi}(\tilde{\xi}_\alpha^{\Pi}) = \sum_{n=1}^{NF} \left(\sum_{m=0}^n a_\alpha^k(\tilde{\xi}_1^{\Pi})^{n-m} (\tilde{\xi}_2^{\Pi})^m \right), \quad (i = n(n+1)/2 + m)$$

ここで、 $\tilde{\omega}_\alpha^{\Pi}(\tilde{\xi}_\alpha^{\Pi})$ は ROI 内の任意点 $\tilde{\xi}_\alpha^{\Pi}$ における変位、 ω_α^{Π} は POI の変位、および NF は ROI 変位分布関数の次数である。

(a) Shape of tensile specimen.

(b) Speckle patterns given to the specimens.

Fig. 3 Tensile specimen.

3. 実験方法

3・1 供試材

本研究では、熱可塑性の結晶性高分子材料である HDPE (J345, 旭化成ケミカルズ (株)) および PP (PM600A, サンアロマー (株)) を用いた。試験片の作製手順としては、まず、ペレット状の HDPE, PP をステンレス鋼の型枠ではさみ、加熱冷却プレス (IMC-11D6 型, (株) 井元製作所) の加熱圧縮部にて 473K, 40kPa で 2 分間加熱圧縮した。その後、冷却圧縮部にて室温, 40kPa で 2 分間冷却し、厚さ 1mm の板材を成形した。次に、打ち抜き機 (IMC-1812 型, (株) 井元製作所) を用いて図 1(a) に示すようなダンベル形引張り試験片を作製した。

また、ゲージ部における不均一なひずみ場を定量的に評価するため、引張り試験片表面に、スプレー塗料を吹き付けることにより、図 1(b) に示すようなランダムに分布する斑点模様を試験片両面に与えた。HDPE は乳白色で非透明なため、表面に直接黒色のスプレー塗料を吹き付けた。一方、PP は HDPE 試験片に比べ透明度が高く、表から撮影した際に裏面のパターンが透過してしまうため、初めに試験片表面を黒く塗りつぶした後、白いスプレー塗料を吹き付けてスペckルパターンを与えた。

3・2 キャリブレーション

前述のように、本論文で用いる 3 次元評価手法では、カメラの位置や回転、仕様などのカメラパラメーターを予め把握しておかなければならない。そのために、複数の既知座標を与えたキャリブレーションオブジェクトを両カメラで撮影し、両デジタル画像上で得られたコンピューター座標 $\xi_{\alpha}^{II(m)}$ (m は既知座標点の番号) と、仮のカメラパラメーターから求めたコンピューター座標 $\bar{\xi}_{\alpha}^{II(m)}$ との誤差を次式のように目的関数 E^{RII} としてカメラパラメーターのキャリブレーションを実施した。

$$E^{RII} = \sum_{m=1}^{N^C} (\bar{\xi}_{\alpha}^{II(m)} - \xi_{\alpha}^{II(m)}) (\bar{\xi}_{\alpha}^{II(m)} - \xi_{\alpha}^{II(m)}) \quad (24)$$

ここで、 N^C はキャリブレーションに用いた既知座標の個数である。本研究で用いたピンホールモデルにおけるカメラパラメーターは、カメラの回転角度 θ^{PII} , θ^{TII} , および θ^{SII} , 位置 Ω_1^{II} , 焦点距離 f^{II} , およびデジタル画像サイズの拡大率 M^{II} と原点位置 η_{α}^{II} であり、これを並べたベクトルを q_k^{II} として次式のように表す。

$$q_k^{II} = \{ \theta^{PII} \ \theta^{TII} \ \theta^{SII} \ \Omega_1^{II} \ \Omega_2^{II} \ \Omega_3^{II} \ f^{II} \ M^{II} \ \eta_1^{II} \ \eta_2^{II} \} \quad (25)$$

誤差 E^{RII} を最小とするカメラパラメーターを求めるためには、

$$\frac{\partial E^{RII}}{\partial q_k^{II}} = \sum_{m=1}^{N^C} (\bar{\varepsilon}_{\alpha(m)}^{II} - \varepsilon_{\alpha(m)}^{II}) \frac{\partial \bar{\varepsilon}_{\alpha(m)}^{II}}{\partial q_k^{II}} = 0 \quad (26)$$

を解けばよいので、Newton-Raphson 法に従い、 q_k^{II} に関する収束計算を実施してカメラパラメーターを求めた。ただし、試験に用いたカメラは本体がペンタックス(株)製の K20、レンズがペンタックス(株)製の D FA MACRO 50mmF2.8 で、出力デジタル画像の拡大率とサイズ、および焦点距離は既知であるため、 $f^{II} = 50 \text{ mm}$ 、 $M^{II} = 200 \text{ pixels/mm}$ 、 $\eta_1^{II} = 2336 \text{ pixels}$ 、および $\eta_1^{II} = 1552 \text{ pixels}$ は固定して収束計算を実施した。

3・3 引張り試験方法

3・1 節で述べた手法で作製した試験片に対して、小型卓上試験機 (LSC-1/30, (株) 東京試験機) を用いて引張り試験を実施した。このとき、試験片に生じる厚さ方向のひずみを測定するためには、試験片の表裏両面の 3 次元変位を測定しなければならない。そのためには、両面に対してそれぞれ 2 台ずつ計 4 台のカメラを用いて同時刻の画像を取得する必要があるが、試験機の空間的な制限があることや 4 台のカメラの連続シンクロ撮影が、画素記録装置に大きな負荷を与え、撮影が困難となることから、本研究では、図 4 に示すように 2 台のカメラと鏡を用いて試験片両面の 3 次元測定を実施した。図 4(a) は試験片表面の画像を取得する方法の模式図を示している。図のように配置することにより、実際の試験片表面と鏡面に移った反射像を同一フレーム内に収めることができる。このとき、左右反転した鏡像は、仮想カメラで取得した試験片表面像として捉えることができるため、本手法を用いることにより、1 台のカメラで試験片表面の 3 次元座標を測定することが可能となる。実際には試験片両面を撮影するために、図 4(b) のように配置した。3・2 節で示したキャリブレーション方法により得たカメラの配置を表 1 に示す。

引張り試験は、クロスヘッドの変位速度を 1 mm/min とし、室温下で実施した。試験片全体の公称応力 σ_n および公称ひずみ ε_n を評価するために、試験機から出力される荷重と変位のアナログ信号をデータロガー (GL220A, グラフテック (株)) を用いて記録した。試験片表面の撮影は、くびれが発生し、周囲に伝ばするまでの間、一定の時間間隔で実施した。カメラの一斉リリース機能を使用し、絞り値 F32、露光時間 1.5sec, ISO 感度 800 の条件に固定して連続撮影を実施した。

4. 実験結果

4・1 キャリブレーション結果

カメラの配置を求めるために、5mm 方眼を有する透明アクリル板上に設定した 36 点の既知座標を用いてキャリブレーションを実施した。前節で示した方法を用いてキャリブレーションを実施した結果、カメラの回転角度および位置は表 1 のようになった。全キャリブレーション点に対し、与えた座標と、得られたカメラパラメータ

Fig. 4 Configuration of cameras and mirror for capturing of front and back surfaces of specimen.

Table 1 Calibrated camera parameters.

	Camera A _f	Camera B _f	Camera A _b	Camera B _b
Pan angle, θ^{PI} [deg]	-42.9	41.5	-143.1	145.6
Tilt angle, θ^{TI} [deg]	0.1	0.3	0.3	0.2
Swing angle, θ^{SI} [deg]	-0.3	-0.9	0.6	-1.8
Origin of camera in X_1 direction, Ω_1^{II} [mm]	145.5	145.7	-167.6	-169.7
Origin of camera in X_2 direction, Ω_2^{II} [mm]	133.6	-133.6	119.3	-116.3
Origin of camera in X_3 direction, Ω_3^{II} [mm]	-2.5	-5.6	-1.2	-3.9

Table 2 Errors between given and calculated coordinates of calibration points (in mm).

Point No.	Given coordinates of calibration point			Calculated coordinates of calibration points			Errors
	$\bar{X}_1$	$\bar{X}_2$	$\bar{X}_3$	X_1	X_2	X_3	
1	0	10	20	0.004	10.013	20.100	0.101
2	0	10	15	0.009	10.031	15.065	0.072
3	0	10	10	0.013	9.973	10.072	0.078
4	0	10	5	0.016	9.990	4.999	0.019
5	0	10	0	0.016	10.004	-0.017	0.024
6	0	10	-5	0.015	10.041	-5.013	0.046
7	0	10	-10	0.011	10.027	-10.049	0.057
8	0	10	-15	0.022	10.025	-15.046	0.057
9	0	10	-20	0.004	9.973	-20.106	0.109
10	0	15	20	-0.021	14.973	20.042	0.054
11	0	15	15	-0.016	14.991	15.002	0.019
12	0	15	10	-0.009	15.035	9.999	0.036
13	0	15	5	-0.012	14.974	5.019	0.034
14	0	15	0	-0.009	14.966	0.036	0.050
15	0	15	-5	-0.012	15.027	-5.003	0.030
16	0	15	-10	-0.008	14.996	-10.025	0.026
17	0	15	-15	-0.008	15.011	-15.027	0.030
18	0	15	-20	-0.022	14.989	-20.051	0.057
19	0	20	20	-0.023	19.988	19.984	0.030
20	0	20	15	-0.020	20.004	15.000	0.021
21	0	20	10	-0.011	20.002	9.998	0.012
22	0	20	5	-0.014	19.991	5.015	0.022
23	0	20	0	-0.014	20.006	0.012	0.019
24	0	20	-5	-0.015	20.019	-4.972	0.037
25	0	20	-10	-0.012	20.013	-9.994	0.019
26	0	20	-15	-0.016	20.001	-15.017	0.023
27	0	20	-20	-0.027	19.984	-19.986	0.034
28	0	25	20	0.018	25.011	19.892	0.110
29	0	25	15	0.019	25.005	14.912	0.090
30	0	25	10	0.021	24.976	9.951	0.058
31	0	25	5	0.022	25.014	5.005	0.026
32	0	25	0	0.018	24.981	-0.012	0.029
33	0	25	-5	0.016	24.972	-4.976	0.040
34	0	25	-10	0.022	25.013	-9.958	0.049
35	0	25	-15	0.010	24.997	-14.942	0.059
36	0	25	-20	0.005	24.986	-19.909	0.092

一を用いて 3 次元復元したときの座標, およびそれらの誤差を表 2 に示す. 表からわかるように, 誤差は最大でも 0.1mm 程度であり, ピンホールカメラモデルにより, 測定対象点の 3 次元座標を高精度に評価することができると考えられる.

(a) Relationships between nominal stress and strain for HDPE and PP. (b) Evolution of necking for HDPE. (c) Evolution of necking for PP.

Fig. 5 Mechanical response and evolution of necking on gage region of specimen for HDPE and PP.

4・2 公称応力—公称ひずみ関係と試験片の形状変化

図5に、HDPE、PP試験片に引張り変形を与えた時の(a)公称応力と公称ひずみの関係と、(b)HDPE、および(c)PPの試験片ゲージ領域におけるネッキングの進展の様子を示す。本試験は、くびれの発生、成長時における変形場の評価を目的としているため、くびれが成長した後は、試験片が破断に至る前に引張り試験を中断した。一般的な結晶性高分子材料の公称応力—公称ひずみ関係と同様に、弾性変形後の応力増加率の減少、最大応力を迎えた後のくびれ発生を伴う応力低下、およびくびれが十分に成長した後の応力一定下での変形が確認された。PPはHDPEに比べ比較的早い段階で公称応力の低下が生じており、その分くびれの成長も小さな公称ひずみで生じている。

4・3 ひずみ分布の変化

得られた3次元の変位場から、ひずみ場を計算することにより、試験片に生じる不均一変形を定量的に評価する。まず、各変位評価点に対し、その点周り変位場 u_i を、初期座標 $x_j(0)$ の関数として次式のように与える。

$$u_i = U_i + a_{ij}x_j(0), \quad (27)$$

ここで、式中の係数 U_i 、および a_{ij} は、試験片両面に分布する周囲の点の変位をもとに最小2乗法により決定した。次に、変形勾配 F_{ij} を次式により得る。

$$F_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial x_j(0)} = \frac{\partial \{x_i(0) + u_i\}}{\partial x_j(0)} = \delta_{ij} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j(0)} = \delta_{ij} + a_{ij}, \quad (28)$$

ここで、 δ_{ij} はクロネッカーのデルタである。図5からもわかるように、高分子材料には局所的に大変形が生じていることから、本研究では、ひずみとして次式で与えられるGreenのひずみを用いて評価した。

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2}(F_{ki}F_{kj} - \delta_{ij}) \quad (29)$$

また、体積ひずみは次式で評価した。

$$\epsilon_v = \ln \{ \det(F_{ij}) \} \quad (30)$$

図6および7に、HDPEおよびPPに対する各変形段階の垂直ひずみ3成分((a) ϵ_{11} , (b) ϵ_{22} , (c) ϵ_{33})および体積ひずみ((d) ϵ_v)の分布をそれぞれ示す。変形初期から、最大応力が緩やかに減少する変形段階では試験片には明確な不均一変形は確認できないが、最大応力が急激に減少する変形段階(HDPEでは(6)から(7), PPで

Fig. 6 Distribution of strain for HDPE; (a) ε_{11} , (b) ε_{22} , (c) ε_{33} , and (d) ε_v Fig. 7 Distribution of strain for PP; (a) ε_{11} , (b) ε_{22} , (c) ε_{33} , and (d) ε_v

は(6)～(8)で顕著な変形の局在化が生じていることがわかる。このような変形の局在化が試験片の断面積の減少を招き、公称応力の低下につながる。図(c)からわかるように、くびれが形成される段階において、負荷方向には大きな正のひずみが生じており、さらなる負荷に伴ってその領域が広がっていることがわかる。なお、断面積の減少が終了し、一定の公称応力でくびれが周囲へと伝ばしている変形段階（HDPE では(9), PP では(11)）では、HDPEの方がPPよりも大きなひずみがくびれ部に生じている。これは、全体的な引張り変形に対し、HDPEは狭い領域で負荷方向のひずみが著しく増大するのに対し、PPの場合は、HDPEより小さいひずみが広い領域に生じるためである。

負荷と垂直な方向には負のひずみが生じている。興味深い結果として、HDPEは試験片厚さ方向および幅方向ともに同等なひずみ値が生じているのに対し、PPの場合は厚さ方向には幅方向よりも大きな圧縮ひずみが生じている点である。この点に関して、PPはHDPEと比べて大きい球晶が分布しており、試験片の厚さに対する球晶寸法が大きいため、不均一変形が生じやすくなったことが原因と考えられるが、詳細については偏光顕微鏡等を用いた微視構造と変形の関連性に関する実験が必要であり、今後の課題として検討する予定である。

図(d)からわかるように、試験片のくびれ部には引張り変形の進行に伴って正の体積ひずみが生じていることから、結晶性高分子材料の非弾性変形挙動は圧縮性であることがわかる。体積ひずみの値は、HDPE, PPともおよそ0.4程度まで達している。結晶性高分子材料は、材料の微視構造全体で分子鎖が結晶化しているわけではな

く、分子鎖が結晶化したナノメートルスケールの領域の間に非晶領域が存在する。また、多数の球晶から成る材料のマイクロメートルスケールの構造では、球晶と球晶の間に、非結晶構造を有すると考えられる領域が存在している。分子鎖が結晶化した領域では、主たる塑性変形が分子鎖間のすべりによってなされることを考慮すると、今回の試験で評価されたような巨視的な体積増加は、材料の非晶領域における密度変化や空孔、クレーズの発生・成長と関連していると考えられる。この点についても微視構造の変形と関連させて今後の課題とする。

以上、本研究により結晶性高分子材料の不均一変形過程に関する 3 次元変形の情報について、定量的な情報を提供することができた。このような結晶性高分子材料の非弾性変形は、材種、あるいは材料の微視構造の異方性変形や、非晶領域における密度変化に伴う巨視的な体積変化などと密接に関連していると考えられる。本論文で提案する変位分布評価法は、レンズの倍率の制限を受けないため、今後、顕微鏡画像を用いた微視的な変形評価に発展させる予定である。本論文にて得られた巨視的な変形と、この顕微鏡画像をもとに評価した微視的な変形観察との関連性を明らかにすることで、材料の力学特性モデルの一般化が期待される。

5. 結 言

本論文では、変形前後の試験片表面を 2 台のカメラで撮影し、計 4 枚の画像を用いることで 1 つの点の 3 次元変位を評価する時系列 netDIC 法を提案した。この手法では、同一点を特定するために用いる目的関数を、各カメラにおける時系列間と、変形後のカメラ間の輝度相関値の和とすることで、各カメラ独立で同一点評価を行った際に生じる、顕著な不均一変形に伴う誤差の低減を図った。さらに、一つの測定点の変位を評価する際、周囲に存在する測定点の変位を用いて、輝度取得領域を変形させることにより、変位評価制度を向上させた。本手法を用いることにより、およそ 0.1mm の精度で測定点の 3 次元座標を評価することができた。

また、同手法を用いて、結晶性高分子材料である HDPE および PP の単軸引張り過程におけるくびれ伝ば過程における変形場の進展を定量的に評価した。このとき、試験片近傍に鏡を設置することにより、2 台のカメラで試験片両面の変位場を評価し、厚さ方向のひずみに関しても評価できるようにした。得られた変位場から、変位測定点周りで Green ひずみおよび体積ひずみを評価し、引張り変形過程におけるそれらの変化を調べた。その結果、試験片の一部に顕著な変形の局所化が生じ、それがくびれを形成して公称応力を減少させること、HDPE の方が PP よりも負荷方向に大きな局所ひずみが生じること、負荷に対して垂直な方向に、HDPE は等方的、PP は異方的な収縮ひずみが生じること、結晶性高分子材料は非弾性変形過程に明確な圧縮性を示すことを明らかにした。以上のように、本研究では結晶性高分子材料の巨視的な変形場に関する定量的な 3 次元情報を提供することができた。しかしながら、これらの結晶性高分子材料に特有の非弾性変形過程は、材料を構成する微視構造と密接に関連していると考えられることから、今後、偏光顕微鏡や SEM 等を用いた微視的な変形観察を進めることにより、微視構造やその変形と関連した非弾性変形メカニズムの解明とモデル化が必要であると考えられる。

文 献

- (1) Sutton, M.A., Walters, W.J., Peters, W.H., Ranson, W.F. and McNeill, S.R., "Determination of Displacements using an Improved Digital Correlation Method", *Image and Vision Computing*, Vol. 1, No. 3 (1983), pp.133-139.
- (2) Sutton, M.A., Cheng, M., Peters, W.H., Chao, Y.J., and McNeill, S.R., "Application of an Optimized Digital Correlation Method to Planar Deformation Analysis", *Image and Vision Computing*, Vol. 4 No. 3 (1986), pp. 143-150.
- (3) Gao, Z., Wang, Y., Gioia, G. and Cuitiño, A.M., "A Global Approach for Digital Speckle Correlation" *Proceedings of 2002 SEM Annual Conference & Exposition on Experimental and Applied Mechanics, Society for Experimental Mechanics*, (2002), pp. 250-254.
- (4) Pan, B., Asundi, A., Xie, H. and Gao, J., "Digital Image Correlation using Iterative Least Squares and Pointwise Least Squares for Displacement Field and Strain Field Measurements", *Optics and Lasers in Engineering*, Vol. 47, Nos. 7-8 (2009), pp. 865-874.
- (5) 畝田道雄, 奥畑 峻, 石川憲一, "デジタル画像相関法を用いた全視野変形・ひずみ測定の精度評価研究(機械力学, 計測, 自動制御)", 日本機械学会論文集 C 編, Vol. 76, No.763 (2010), pp. 586-594.

- (6) Uchida, M. and Tada, N., “Sequential Evaluation of Continuous Deformation Field of Semi-Crystalline Polymers during Tensile Deformation Accompanied by Neck Propagation”, *International Journal of Plasticity*, Vol. 27, No. 12 (2011), pp. 2085-2102.
 - (7) 清水憲一, 鳥居太始之, 入谷潤一, “混合モード条件下の疲労き裂におけるき裂開口とすべり変形挙動 : 画像関連法による変位計測と FEM 解析に基づいて”, 日本機械学会論文集 A 編, Vol. 76, No.762 (2010), pp. 182-189.
 - (8) Raabe, D., Sachtleber, M., Zhao, Z., Roters, F. and Zaefferer, S., “Micromechanical and Macromechanical Effects in Grain Scale Polycrystal Plasticity Experimentation and Simulation”, *Acta Materialia*, Vol. 49, No. 17 (2001), pp. 3433-3441.
 - (9) Chevalier, L., Calloch, S., Hild, F. and Marco, Y., “Digital Image Correlation Used to Analyze the Multiaxial Behavior of Rubber-Like Materials”, *European Journal of Mechanics A/Solids*, Vol. 20, No. 2 (2001), pp. 169-187.
 - (10) Parsons, E., Boyce, M.C. and Parks, D.M., “An Experimental Investigation of the Large-Strain Tensile Behavior of Neat and Rubber-Toughened Polycarbonate”, *Polymer* Vol. 45, No. 8 (2004), pp. 2665-2684.
 - (11) Godara, A. and Raabe, D., “Influence of Fiber Orientation on Global Mechanical Behavior and Mesoscale Strain Localization in a Short Glass-Fiber-Reinforced Epoxy Polymer Composite during Tensile Deformation Investigated using Digital Image Correlation”, *Composites Science and Technology*, Vol. 67, Nos. 11-12 (2007), pp. 2417-2427.
 - (12) Faugeras, O., “Three-Dimensional Computer Vision: A Geometric Viewpoint”, (1993), MIT Press.
 - (13) Luo, P.F., Chao, Y.J., Sutton, M.A. and Peters, III, W.H., “Accurate Measurement of Three-Dimensional Deformations in Deformable and Rigid Bodies Using Computer Vision”, *Experimental Mechanics*, Vol. 33, No. 2 (1993), pp. 123-132.
 - (14) Aguilar, J.J., Torres, F. and Lope, M.A., “Stereo Vision for 3D Measurement: Accuracy Analysis, Calibration and Industrial Applications”, *Measurement*, Vol. 18, No. 4 (1996), pp. 193-200.
 - (15) Almeida, O.D., Lagattu, F. and Brillaud, J., “Analysis by a 3D DIC Technique of Volumetric Deformation Gradients: Application to Polypropylene/EPR/Talc Composites”, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, Vol. 39, No. 8 (2008), pp. 1210-1217.
 - (16) Eitner, U., Köntges, M. and Brendel, R., “Use of Digital Image Correlation Technique to Determine Thermomechanical Deformations in Photovoltaic Laminates: Measurements and Accuracy”, *Solar Energy Materials and Solar Cells*, Vol. 94, No. 8 (2010), pp. 1346-1351.
 - (17) Sutton, M.A., Yan, J.H., Tiwari, V., Schreier, H.W. and Orteu, J.J., “The Effect of Out-of Plane Motion on 2D and 3D Digital Image Correlation Measurements”, *Optics and Lasers in Engineering*, Vol. 46, No. 10 (2008), pp. 746-757.
 - (18) Vilaça, J.L., Fonseca, J.C. and Pinho, A.M., “Calibration Procedure for 3D Measurement Systems Using Two Cameras and a Laser Line”, *Optics & Laser Technology*, Vol. 41, No. 2 (2009), pp. 112-119.
-