構成材のひずみ速度依存性の影響を考慮した一方向 FRP の圧縮強度予測*

井上 直紀^{*1}, 谷口 憲彦^{*2}, 西脇 剛史^{*2}, 平山 紀夫^{*3}
中村 幸一^{*3}, 荒尾 与史彦^{*4}, 川田 宏之^{*5}

Prediction of Compressive Strength for Unidirectional Fiber Reinforced Plastics in Considering Effect of Strain-Rate Dependency on Mechanical Properties of Constituent Materials

Naoki INOUE^{*1}, Norihiko TANIGUCHI, Tsuyoshi NISHIWAKI, Norio HIRAYAMA,
Koichi NAKAMURA, Yoshihiko ARAO and Hiroyuki KAWADA^{*1} Graduate School of Waseda Univ. Department of Applied Mechanics and Aerospace Engineering,
3-4-1 Okubo, Shinjuku-ku, Tokyo, 169-8555 Japan

This study presents an analytical model to predict compressive strength of unidirectional FRP. Proposed model considers the effect of strain-rate dependency on mechanical properties of constituent materials. The model is based on the elastic foundation model and the microbuckling model of fiber which has initial misalignment in matrix. Compressive deformation of unidirectional FRP is considered by dividing into fiber microbuckling region and plastic kinking region. Additionally, to take into consideration the change in compressive deformation mode accompanying fiber volume fraction or fiber microbuckling, A mode function is introduced. The predictions from the proposed model are compared with experimental results of unidirectional E-glass/Epoxy and T700SC/Epoxy evaluated by using the conventional split Hopkinson pressure bar method. Incorporating strain-rate dependency on compressive modulus of reinforcement calculated from composite mixture law, the predictions are found to be in good agreement with experimental results of strain-rate dependency on compressive strength. Accuracy of the prediction is improved by changing the mode function.

Key Words : Composite Material, Strain Rate, Impact Strength, Law of Mixture, Compressive Properties

1. 緒 言

繊維強化プラスチック(Fiber reinforced plastics; FRP)は、高い比強度・比剛性を有することから様々な一般工業構造物における二次部材やスポーツ分野などの材料として適用されてきた。近年、航空機構造物の一次部材としての利用が進んでおり、将来的には、自動車や鉄道などの輸送機器への適用が大きく期待される⁽¹⁾。FRP は、一般的に引張強度と比較して圧縮強度が低いことが知られている⁽²⁾。また、FRP を構造部材として用いる際に、曲げ変形を受ける場合には圧縮側から破壊を生じやすく、圧縮強度が重要な設計指針の 1 つに挙げられている。さらに、FRP を自動車などの構造部材に用いる際には衝撃負荷に対する機能性ならびに安全性が設計因子となるため、材料のひずみ速度依存性を含めた圧縮特性の評価および強度予測が重要となる。

一方向 FRP の圧縮強度予測モデルは、これまで数多くの検討がなされている⁽³⁾⁻⁽¹⁶⁾。破壊現象に関する観察結果から、一方向 FRP の圧縮破壊は強化繊維の微小座屈が最初期の破壊現象であることが報告されている⁽¹⁸⁾⁽¹⁹⁾。繊維

* 原稿受付 2012 年 1 月 27 日

^{*1} 早稲田大学大学院 基幹理工学研究科 (〒169-8555 東京都新宿区大久保 3-4-1-59)^{*2} 正員, (株)アシックス (〒651-2271 兵庫県神戸市西区高塚台 6-2-1)^{*3} 日東紡績(株) (〒960-8581 福島県郷野目字東 1)^{*4} 正員, 同志社大学理工学部 機械システム工学科 (〒610-0321 京都府京田辺市多々羅都谷 1-3)^{*5} 正員, フェロー, 早稲田大学基幹理工学部 機械科学・航空学科
(〒169-8555 東京都新宿区大久保 3-4-1-59)

E-mail: carpediem4035@gmail.com

の微小座屈に基づいた圧縮強度予測モデルは大別して2種類が存在する。1つは繊維の微小座屈によって形成されるキンクバンドに着目したキンクバンドモデルであり、一方向FRPの圧縮強度は積層板の面内せん断特性に依存すると仮定したものである⁽³⁾⁻⁽⁹⁾。もう一方は、繊維の微小座屈現象そのものに着目し、一方向FRPの圧縮強度は繊維の微小座屈が生じる圧縮応力に依存すると仮定した繊維微小座屈モデル⁽¹⁰⁾⁻⁽¹⁵⁾である。これらの強度予測モデルは現在も数多くの研究において用いられているが、キンクバンドモデルにおいては予測値が実験値と比較して著しく高い値を示し、繊維微小座屈モデルにおいては予測値が実験値と比較して低い値を示すことが報告されている。これは、両モデル共に、繊維の座屈応力や面内せん断特性など、ある特定の力学的特性に着目したためだと考えられる。また、一方向FRPの繊維方向に関する圧縮変形および破壊モードは繊維体積含有率により、支配的な変形モードが異なるという実験的報告がなされており⁽¹⁶⁾、単一のモデルを用いて、幅広い条件における圧縮強度の予測を行う事は困難であると考えられる。

Jumahat and Soutis⁽¹⁰⁾は、同研究グループが提案した微小座屈モデルとキンクバンドモデルを組み合わせることにより、予測値と実験値との間に良い一致が得られたとしている。しかし、繊維微小座屈発生過程における面内せん断特性の影響は考慮されておらず、キンクバンド形成過程においては強化繊維の圧縮変形の影響を考慮していないため、破壊現象に関して十分な検討を行えていたとは言い難い。上田ら⁽¹⁷⁾は樹脂中に埋蔵された単繊維の圧縮強度予測を行ない、繊維が圧縮破壊を生じる際に母材樹脂は降伏応力に達していないことを示している。このような場合においては、母材樹脂の降伏現象が一方向FRPの圧縮強度に直接影響するとは断定できない。さらに、一方向FRPの繊維方向に関する圧縮強度のひずみ速度依存性が実験的に報告されており⁽²⁰⁾⁻⁽²⁴⁾、従来の圧縮強度予測モデルを拡張する必要があると考えられるが、ひずみ速度依存性を考慮したモデルは提案されていない。

様々なひずみ速度における一方向FRPの圧縮強度予測を行うためには、構成材の力学的特性に関するひずみ速度依存性を考慮して、圧縮強度予測モデルを構築する必要がある。そこで、本研究ではSoutisら⁽¹⁰⁾⁻⁽¹³⁾の繊維微小座屈モデルを基本的概念として用い、一方向FRPの繊維方向に関して、ひずみ速度の影響を考慮した圧縮強度予測モデルを構築することを目的とする。樹脂中に埋蔵された初期不整を有する繊維の座屈理論に関して、面内せん断応力および構成材の力学的特性に及ぼすひずみ速度の影響を考慮したモデルを提案し、スプリットホプキンソン棒法式衝撃圧縮試験機（SHPB 試験機）を用いた衝撃圧縮試験結果との比較を行なうことで、様々なひずみ速度下における圧縮強度予測を行なった。また、予測モデルを構築する際に、圧縮変形モードの変化を考慮するために、モード関数の導入に関して検討を行なった⁽¹⁷⁾。

2. 供試材および試験方法

2・1 供試材

本研究では、Eガラス繊維（ECG75-1/2 3.3S, 日東紡績（株））を強化繊維とし、エポキシ樹脂（jER828, （株）三菱化学）を母材とした一方向GFRP積層板をフィラメントワインディング法にて作製した。また、一方向CFRP積層板をT700SC/2500（（株）東レ）を用いて真空バッグ法にて作製した。表1に用いた供試材の詳細を示す（以降、各試験片をGFRP-E, CFRPと呼称する）。また、一方向FRPの静的および衝撃圧縮特性の評価を図1に示す短冊状の試験片形状を用いて行った⁽²⁵⁾。試験片両端のチャック部には試験片と同じ繊維配向角度を有するFRPタブを貼り付けた。

Table 1 Specification of unidirectional FRP used in this study.

Specimen	GFRP-E	CFRP
Fiber	E-glass	T700SC
Matrix	jER828	2500
Modulus of fiber E_f GPa	72.5	230
Fiber volume fraction V_f %	56.0	63.0
Fiber orientation angle θ deg	0, 45	0, 45

Fig. 1 Specimen geometry of unidirectional FRP used in this study.

2・2 試験方法

電子サーボ型万能試験機を用いて、クロスヘッド速度 0.5mm/min とし静的圧縮試験を行った。また、衝撃圧縮試験は図 2 に示す SHPB 試験機を用いて行った⁽²⁸⁾。本試験機はストライカ、入力棒、出力棒により構成される。圧縮空気によりストライカを入力棒端に衝突させ、発生する応力波を試験片に垂直に入射させた。入力棒と出力棒にて発生する入射波、反射波および、透過波を収集した。負荷中の試験片に生じる振動を制御するために、ストライカと入力棒との間に亜鉛を挿入し、入射波を立ち上がりの滑らかなランプ波とした。さらに、静的および衝撃圧縮試験において、圧縮負荷時の座屈を制御する目的としてキ字型治具を用いて面外変位のみを拘束し試験を行った。なお、試験片に生じる圧縮応力は以下の式 (1) により算出される。また、ひずみおよびひずみ速度は試験片標点部の表裏面に貼り付けたひずみゲージより得られた値の平均値とした。予備試験において座屈変形を生じずに衝撃圧縮試験が行われていることを確認している。

$$\sigma = \frac{AE(\varepsilon_i + \varepsilon_r)}{A_s} = \frac{AE\varepsilon_t}{A_s} \quad (1)$$

ここで、 ε_i :入射波ひずみ、 ε_r :反射波ひずみ、 ε_t :透過波ひずみ、 E :入出力棒の弾性係数、 A :入出力棒の断面積、 A_s :試験片の断面積である。

Fig. 2 Compression-type SHPB apparatus constructed in this study.

3. 一方向 FRP の圧縮特性に及ぼすひずみ速度の影響

GFRP-E および CFRP に対して様々なひずみ速度下において圧縮試験を行ない、圧縮強度および圧縮弾性率とひずみ速度の関係をそれぞれ図 3, 4 に示す。いずれの強化繊維を用いた場合においても圧縮強度のひずみ速度依存性が確認される。しかし、GFRP-E と CFRP を比較すると、そのひずみ速度依存性に大きな差異が確認できる。一方、圧縮弾性率においては、GFRP-E においては明らかなひずみ速度依存性が確認されたのに対して、CFRP においてはひずみ速度の上昇に伴う圧縮弾性率の増加が、本研究にて得られたひずみ速度の範囲内においてはほとんどないことが確認できる。異なる強化繊維を用いることにより、圧縮特性のひずみ速度依存性に顕著な差異が確認されたことは、非常に興味深い結果である。なお、ガラス繊維を強化繊維として用いた場合における、圧縮弾性率のひずみ速度依存性は、従来研究において報告されている結果と一致する⁽²⁰⁾⁽²⁴⁾。

Fig. 3 Strain-rate dependency on compressive strength.

Fig. 4 Strain-rate dependency on compressive modulus.

4. 圧縮変形過程を考慮した圧縮強度予測モデルの提案

Soutis ら⁽¹¹⁾ならびに, Pinho ら⁽¹⁵⁾は, 局所的な繊維の初期不整を起点として, 繊維微小座屈により一方向 FRP が圧縮破壊に至るという実験的な事実に基づき圧縮強度予測モデルを提案している. これらのモデルは繊維微小座屈が生じる際の応力を圧縮強度としているが, 試験結果との良い一致を得ることが出来ていない. さらに, 前述のように, Jumahat and Soutis⁽¹⁰⁾は提案するモデルから, 試験結果との良い一致を得たとしているが, 一方向 FRP が圧縮破壊を生じる際の母材樹脂ならびに一方向 FRP の面内せん断方向の力学的特性に関する詳細な検討は行っていない. また, これらの力学的特性はひずみ速度に大きく影響されると考えられる. したがって, ひずみ速度依存性を考慮した圧縮強度予測を行なうためには, 圧縮変形過程における, 母材樹脂および一方向 FRP の面内せん断方向の力学的特性を詳細に検討することが重要である. さらに, 繊維体積含有率の変化により支配的な変形モードが異なるという実験的事実を考慮する必要がある.

本章では, 一方向 FRP の圧縮変形過程における母材樹脂ならびに面内せん断方向の力学的特性に関して検討を行なうと共に, 圧縮変形過程の変化を考慮した一方向 FRP の圧縮強度モデルの提案を行なう.

4・1 破断時における繊維周りの母材樹脂の降伏判定

従来の研究⁽³⁾⁻⁽¹⁶⁾においては, 圧縮強度予測モデルを構築する際に, 母材樹脂および一方向 FRP の面内せん断特性が降伏を示すことにより, 一方向 FRP が圧縮破壊を生じると仮定している. しかし, 表 2 に示すように, 静的および衝撃圧縮試験における一方向 FRP の繊維方向に関する圧縮破壊時のひずみは, エポキシ樹脂の圧縮降伏ひずみと比較して非常に小さい. また, 一方向 FRP の圧縮破壊時におけるエポキシ樹脂の降伏判定を上田ら⁽¹⁷⁾の研究に基づいて行った結果, GFRP-E および CFRP 共に圧縮破壊を生じる際には, 繊維を支持しているエポキシ樹脂は降伏を示しておらず, エポキシ樹脂の降伏以前に一方向 FRP の圧縮破壊が先行することが推察された. したがって, 一方向 FRP が圧縮破壊を生じる際には, 母材樹脂は降伏していないと考えられる. ゆえに, 従来の仮定では圧縮破壊現象を詳細に考慮できていないと考えられるため, 母材樹脂や一方向 FRP の面内せん断特性の降伏現象のみに依存しないモデルの構築が必要であると考えられる.

Table 2 Comparison of fracture strain of unidirectional FRP and yield strain of epoxy resin at static and strain rate of 100s⁻¹.

	Static		100s ⁻¹	
	Fracture strain %	Yield strain %	Fracture strain %	Yield strain %
GFRP-E	1.39	-	1.38	-
CFRP	0.81	-	0.83	-
Epoxy	-	4.77	-	2.38

Fig. 5 Schematic about the correlation of mechanical properties in unidirectional FRP and matrix.

4・2 一方向 FRP における力学的特性の相関関係

各試験片における、圧縮応力と試験片の表裏にて計測されたひずみの関係は、繊維微小座屈により破壊直前に表裏のひずみが分岐する挙動が確認され、一方向 FRP の圧縮変形過程は (A) 繊維微小座屈領域と (B) キンクバンド形成領域の 2 つの領域に分類することができる。これは、繊維が微小座屈を生じた後に曲げ変形によりキンクバンドが形成されるという実験的な事実⁽¹⁸⁾⁽¹⁹⁾⁽²⁶⁾⁽²⁷⁾に一致する。既述のように一方向 FRP が圧縮破壊を生じる際には、エポキシ樹脂は降伏現象を示しておらず、かつ一方向 FRP の面内せん断特性の降伏現象も生じないことが推察される。そこで、本研究では、一方向 FRP の面内せん断特性の降伏現象により、圧縮破壊が生じるとした従来の仮定を用いるのではなく、一方向 FRP の繊維方向における圧縮ひずみを基準として用いることとする。この FRP の圧縮ひずみは実験より得ることができる。また、以後の計算で必要となる母材にかかるひずみと、FRP の面内せん断ひずみを、この基準となる FRP の圧縮ひずみより算出する必要がある。本研究にて提案する基本的概念を図 5 に示す。図 5 (a) は一方向 FRP の繊維方向ならびにせん断方向の応力-ひずみ線図に関する相関関係を表し、図 5 (b) は一方向 FRP の繊維方向ならびに母材樹脂との相関関係を表す。ここで、一方向 FRP における 1-2 座標系は 1: 繊維方向、2: 繊維垂直方向を表す。図 5 は、一方向 FRP が繊維微小座屈時のひずみ ϵ_{UD}^{fm} ならびに、破壊時のひずみ ϵ_{UD}^{comp} に達した際に、一方向 FRP の面内せん断ひずみおよび母材樹脂の圧縮ひずみは同様のひずみ量を生じると仮定した状態を表している。繊維と母材が完全接着している場合、FRP に負荷される圧縮ひずみ ϵ_{UD}^{comp} と母材にかかる圧縮ひずみ ϵ_m^{comp} は等しくなる。また、モールのひずみ円より、一軸圧縮におけるせん断ひずみテンソル $\epsilon_{12}^{m|comp}$ は、圧縮ひずみ ϵ_{UD}^{comp} の半分の値となる。すなわち工学せん断ひずみ $\gamma_{12}^{m|comp}$ は、せん断ひずみテンソルの倍の値となることより、基準となる圧縮ひずみ ϵ_{UD}^{comp} と同値となる。以後の圧縮強度予測において、一方向材の圧縮ひずみと母材の圧縮ひずみ、ならびに複合材の面内せん断ひずみは等しい値をとるものとして取り扱う。

4・3 樹脂中に埋蔵された繊維形状

本研究では、繊維表面に生じるせん断力を考慮し、図 6 に示すような繊維の変形状態を仮定する。初期不整を有する繊維が樹脂中に埋蔵された状態を仮定し、圧縮負荷 P_f を受ける際の繊維の座屈現象に関して構成式の導出を行なう。なお、繊維の座屈変形は x - y 平面においてのみ生じるものとする。さらに、積層板成形過程において

は初期不整以外の変形は生じないと仮定する. ここで, M_f : 繊維に生じる曲げモーメント, τ : 界面のせん断応力, y : 繊維変位, y_0 : 繊維初期不整変位, L : 繊維初期波形波長, v : 繊維たわみ, θ_f : 繊維不整角度である.

また, 繊維が樹脂中に埋蔵されている状態を, 図 7 に示すような, z 方向に関して単位厚さを有する 2 次元モデルによって表わす. 単位厚さ当たりの圧縮荷重のつりあい関係は次式 (2) にて表わされる.

$$P_f \delta y(x) = P_f \delta y_0(x) + P_f \delta v(x) \quad (2)$$

Fig. 6 Schematic of fiber embedded in matrix under axial compressive load.

Fig. 7 2D equivalent and unit cell of x-y and z-y section.

4・4 繊維に生じる曲げモーメントの検討

圧縮負荷を受ける樹脂中繊維の変形を考えた際に, 繊維体積含有率が低い場合には, 樹脂中繊維の変形は伸長モードが支配的となり, 繊維は曲げ変形主体の変形を受ける⁽²⁷⁾. したがって, 繊維に生じる曲げモーメントは式 (3) のようになる.

$$M_f = E_f I_f \frac{d^2 v}{dx^2} \quad (3)$$

ここで, E_f : 繊維の弾性率, I_f : 繊維の断面二次モーメントである.

一方, 繊維体積含有率が高い場合には, 樹脂中繊維の変形はせん断モードが支配的となり, 各繊維が同位相で座屈しキンクバンドが形成される. この場合, 繊維の微小座屈が生じるまで, 繊維に生じる曲げモーメントは微小部分がせん断変形した後も平面保持することから, 曲げモーメントは以下の式 (4) のように表現される.

$$M_f = \int \pi \left(\frac{\phi_f}{2} \right)^2 G_f \gamma_{xy} dx = \pi \left(\frac{\phi_f}{2} \right)^2 \int G_f \frac{dv}{dx} dx \quad (4)$$

ここで, ϕ_f : 繊維径, G_f : 繊維のせん断弾性率, γ_{xy} : 繊維に生じるせん断ひずみである.

従来の研究においては, 高い繊維体積含有率を有する一方向 FRP に関しても, 樹脂中繊維に負荷される曲げモーメントに式 (3) を用いて強度予測が行なわれている. しかし, 上記のように圧縮負荷下において樹脂中繊維に生じる曲げモーメントは繊維体積含有率に大きく依存する. したがって, 一方向 FRP の圧縮変形に対する曲げモーメントの影響を考慮する必要がある. また, 繊維体積含有率が十分に高い場合においても, 繊維の微小座屈が生じた後, キンクバンドが形成されるまでは, 曲げ変形成分が大きくなると考えられ, 変形および破壊モードが変化することが考えられる. そこで, 本研究では繊維体積含有率, 繊維の微小座屈が生じる際の圧縮応力, および圧縮ひずみによるモードの変化を考慮するために, モード依存パラメータ m を導入し, 圧縮負荷を受ける樹脂中繊維に生じる曲げモーメントを以下の式 (5) のように表現する.

$$M_f = -m\pi\left(\frac{\phi_f}{2}\right)^2 \int G_f \frac{dv}{dx} dx + (1-m)E_f I_f \frac{d^2v}{dx^2} \quad \text{where} \quad 0 \leq m \leq 1 \quad (5)$$

以降ではモード依存パラメータに関して、(A) 繊維微小座屈領域と (B) キンクバンド形成領域を区別するために、fm(fiber microbuckling)と pk(plastic kinking)の添え字を用いてそれぞれのモード依存パラメータを区別する。

4・5 構成式の導出

繊維の微小部分のフリーボディダイアグラム (FBD) を図 8 に示す。図 8 の M_f , P_f などは単位厚さあたりの値である。このとき、繊維の微小部分に生じているモーメントのつり合いは以下の式 (6) のように表現される。ここで、 δs : 繊維の微小部分長さである。なお、周囲の樹脂から受ける繊維表面の単位長さ当たりの垂直力 q は、各繊維が同位相で変形すると仮定すれば $q=0$ となる。

$$\delta M_f + P_f \delta y - \tau \phi_f \delta s = 0 \quad (6)$$

Fig. 8 Free body diagram of fiber embedded in matrix under axial compressive load.

(A) 繊維微小座屈領域

繊維の変形は面内方向のみであると仮定し、繊維の不整角度が微小 ($\theta_f(x) \ll 1$) であり樹脂層が非常に薄い ($\delta y \doteq t_m$) と仮定すると、母材のせん断ひずみ γ_{12}^m は次式 (7) のように表現できる。

$$\gamma_{12}^m(x) = \frac{dv}{dx} + \frac{du}{dy} = \left(1 + \frac{\phi_f}{t_m}\right) \theta_f(x) \quad (7)$$

ここで、 u : x 方向の繊維変位、 t_m : 母材樹脂層の厚さである。一方方向 FRP の 2 次元モデルにおける繊維体積含有率は式 (8) にて定義することが出来るため、せん断ひずみ γ_{12}^m は次式 (9) のように変形することが出来る。

$$V_f = \frac{\phi_f}{\phi_f + t_m} \quad (8)$$

$$\gamma_{12}^m(x) = \frac{\theta_f(x)}{1 - V_f} \quad (9)$$

したがって、圧縮変形時の母材のせん断応力は式 (10) となる⁽¹⁵⁾。

$$\tau_{12}^m(x) = G_{12}^m \gamma_{12}^m(x) = \frac{G_{12}^m}{1 - V_f} \theta_f(x) \quad (10)$$

ここで, G_{12}^m : 母材のせん断弾性率である. 微小変形を考えた場合には $\theta_f(x) = \delta v(x)/\delta x$, $\delta v \approx \delta x$ と出来る. また, 繊維の座屈波形は式 (11) となる.

$$y = \bar{y}(1 - \cos(\pi x/L)), \quad v = \bar{v}(1 - \cos(\pi x/L)) \quad (11)$$

ここで, $\bar{y}: x=L/2$ における繊維変位, $\bar{v}: x=L/2$ における繊維たわみである.

以上より, 式 (6) に式 (2), (5), (10), (11) を代入することにより, 本領域における繊維の微小部分のつりあい構成式 (12) を得る.

$$(1 - m_{fm})E_f I_f \frac{d^2 \theta_f^{fm}(x)}{dx^2} - \left\{ m_{fm} \pi \left(\frac{\phi_f}{2} \right)^2 G_f + \frac{G_{12}^m}{1 - V_f} \phi_f - P_f \right\} \theta_f^{fm}(x) = -P_f \bar{y}_0 \sin\left(\frac{\pi}{L} x\right) \quad (12)$$

ここで, $\theta_f^{fm}(x)$: 繊維の微小座屈が生じるまでの繊維不整角度, $\bar{y}_0: x=L/2$ における繊維初期不整変位である.

(B) キンクバンド形成領域

Soutis らは, 繊維微小座屈発生後に生じる圧縮応力に関して, 繊維の荷重分担を考慮せず, 面内せん断応力のみを用いて表現している⁽¹⁰⁾. しかし, 繊維は曲げ変形を受けるため, その際に繊維が分担する圧縮応力を無視することは出来ないと考えられる. そこで, 本研究においては, 本領域においても式 (6) を用いて構成式の導出を行う. 図 5 よりキンクバンド形成領域にて, 面内せん断応力は, 次式 (13) にて表現できることが分かる. ここで, $\tau_{12}^m|_{\text{comp}}(x)$: キンクバンド形成領域における樹脂のせん断応力, $\tau_{12}^m|_{\text{fm}}$: 繊維微小座屈時の樹脂のせん断応力である.

$$\tau_{12}^m|_{\text{pk}}(x) = \tau_{12}^m|_{\text{comp}}(x) - \tau_{12}^m|_{\text{fm}} \quad (13)$$

したがって, 式 (6) に式 (2), (5), (11), (13) を代入することにより, 繊維微小座屈領域における繊維の微小部分のつりあい構成式(14)を得る. ここで, $\theta_f^{\text{pk}}(x)$: キンクバンド形成までの繊維不整角度, $\bar{y}_{\text{fm}}$: 繊維微小座屈時の $x=L/2$ における繊維変位である.

$$(1 - m_{\text{pk}})E_f I_f \frac{d^2 \theta_f^{\text{pk}}(x)}{dx^2} - \left\{ m_{\text{pk}} \pi \left(\frac{\phi_f}{2} \right)^2 G_f - P_f \right\} \theta_f^{\text{pk}}(x) = -P_f \frac{\pi \bar{y}_{\text{fm}}}{L} \sin\left(\frac{\pi}{L} x\right) + \left(\tau_{12}^m|_{\text{comp}}(x) - \tau_{12}^m|_{\text{fm}} \right) \phi_f \quad (14)$$

4・6 一方向 FRP の理論的圧縮強度

(A) 繊維微小座屈領域

構成式 (12) を解くためには, 圧縮荷重を受ける樹脂中繊維の境界条件を定める必要がある. 図 6 に関して, 両端部 ($x=0, L$) において樹脂中繊維は荷重方向に対して平行であると仮定する. また, 繊維を支持する母材樹脂はこの領域において完全に弾性変形を示すと仮定すると, 両端部 ($x=0, L$) において $\theta(0)=\theta(L)=0$, $v(0)=0$ となり, この境界条件を用いて構成式 (12) を解くことにより次式 (15) が得られる.

$$\theta(x) = \frac{P_f}{(1 - m_{\text{fm}})E_f I_f \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 + m_{\text{fm}} \pi \left(\frac{\phi_f}{2}\right)^2 G_f + \frac{G_{12}^m}{1 - V_f} \phi_f - P_f} \bar{y}_0 \frac{\pi}{L} \sin\left(\frac{\pi}{L} x\right) \quad (15)$$

図 6 の $x=L/2$ において面内せん断応力が最大となる。したがって、式 (10), (15) より、繊維微小座屈領域において繊維に負荷される圧縮荷重 P_f^{fm} は次式 (16) にて表現される。

$$P_f^{fm} = \tau_{12}^m \Big|_{fm} \frac{(1-m)E_f I_f \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 + m\pi \left(\frac{\phi_f}{2}\right)^2 G_f + \frac{G_{12}^m}{1-V_f} \phi_f}{\tau_{12}^m \Big|_{fm} + \frac{G_{12}^m}{1-V_f} \bar{y}_0 \frac{\pi}{L}} \quad (16)$$

(B) キンクバンド形成領域

構成式 (14) に繊維不整角度と変位の関係式 (17) を代入することにより、式 (18) が得られる。

$$\theta_f^{pk}(x) = \frac{\delta v_{pk}(x)}{\delta x} \quad (17)$$

$$(1-m_{pk})E_f I_f \frac{d^3 v_{pk}(x)}{dx^3} - \left\{ m_{pk} \pi \left(\frac{\phi_f}{2}\right)^2 G_f - P_f^{kb} \right\} \frac{dv_{kb}(x)}{dx} = -P_f^{pk} \frac{\pi \bar{y}_{fm}}{L} \sin\left(\frac{\pi}{L} x\right) + \left(\tau_{12}^m \Big|_{comp}(x) - \tau_{12}^m \Big|_{fm} \right) \phi_f \quad (18)$$

さらに、繊維の微小座屈が生じた後も、繊維の不整変形挙動は座屈波形と同位相であると仮定すると、図 9 (a), (b) のような変形状態を示し、繊維の不整変位は次式 (19) のように表わすことが出来ると考えられる。

$$y_{comp}(x) = \bar{y}_{comp} \left(1 - \cos\left(\frac{\pi}{L} x\right) \right) \quad \text{where} \quad \bar{y}_{comp} = \bar{v}_{pk} + \bar{y}_{fm} \quad (19)$$

ここで、 $\bar{y}_{comp}$: キンクバンド発生時の $x=L/2$ における繊維変位、 $\bar{v}_{pk}$: キンクバンド発生時の $x=L/2$ における繊維たわみである。また、繊維微小座屈時の繊維変位は初期変位ならびに、微小座屈時の繊維たわみ $\bar{v}_{fm}$ を用いて次式 (20) のように表現される。

$$\bar{y}_{fm} = \bar{v}_{fm} + \bar{y}_0 \quad \text{where} \quad \bar{v}_{fm} = \frac{2L\tau_{12}^m \Big|_{fm} (1-V_f)}{\pi G_{12}^m} \quad (20)$$

したがって、キンクバンド形成領域において繊維に負荷される圧縮荷重 P_f^{pk} は次式 (21) により表わされる。

$$P_f^{pk} = \left\{ (1-m_{pk})E_f I_f \left(\frac{\pi}{L}\right)^2 + m_{pk} \pi \left(\frac{\phi_f}{2}\right)^2 G_f \right\} \left(1 - \frac{\bar{y}_{fm}}{\bar{y}_{comp}} \right) + \frac{\left(\tau_{12}^m \Big|_{comp} - \tau_{12}^m \Big|_{fm} \right) \phi_f}{\left(\frac{\pi}{L}\right) \bar{y}_{comp}} \quad (21)$$

以上より、一方向 FRP が圧縮破壊した際の繊維に負荷される圧縮応力 σ_f^{comp} は次式 (22) により表わされる⁽¹⁰⁾。

$$\sigma_f^{comp} = P_f^{comp} \frac{V_f}{A_f} = (P_f^{fm} + P_f^{pk}) \frac{V_f}{A_f} \quad (22)$$

また、一方向 FRP が圧縮破壊した際に母材樹脂が分担する圧縮応力 σ_m^{comp} は、図 5 に示すように、母材樹脂の圧縮ひずみが一方向 FRP の破断ひずみと同値となったときの圧縮応力であると仮定する。ゆえに、一方向 FRP の圧縮強度は繊維体積含有率を用いて次式 (23) にて表現できる。

$$\sigma_{UD}^{comp} = V_f \sigma_f^{comp} + (1-V_f) \sigma_m^{comp} \quad (23)$$

Fig. 9 Schematics of fiber embedded in matrix under deformation of fiber microbuckling and kinking.

5. 強度予測に用いるパラメータの決定

これまでに、一方方向 FRP の圧縮変形過程における母材樹脂ならびに、一方方向 FRP の面内せん断方向の力学的特性および繊維体積含有率の変化に伴う圧縮変形ならびに破壊モードの変化を考慮した圧縮強度予測モデルの提案を行なった。以下では、様々なひずみ速度下における圧縮強度予測を行なうために、必要となるパラメータを述べると共に、ひずみ速度依存性を考慮したパラメータの決定を行なった。

5・1 繊維の微小座屈形状に関するパラメータ

5・1・1 繊維座屈波長 L および、キンクバンド形成時の繊維変位 y_{comp}

Soutis らは樹脂中に埋蔵された不整角度を有する繊維は、正弦波形を示すと仮定しているが、実際に座屈波長を計測することは困難である。そこで、本研究では圧縮破壊時に形成されたキンクバンドに着目する。Moran ら⁽¹⁹⁾や Kyriakides ら⁽¹⁸⁾は、一方方向 CFRP に関する静的圧縮試験においてその場観察を行い、初期不整角度を有する繊維は座屈波長がほぼ一定の状態にて、圧縮荷重の増加に伴い繊維が局所的に回転することによりキンクバンドを形成するとしている。よって、樹脂中に埋蔵された繊維の座屈波長はキンクバンド幅に一致すると考えられる。

また、静的および衝撃圧縮試験において、GFRP-E および CFRP は応力-ひずみ関係において非線形挙動を示さず、最大圧縮応力に達した後、瞬時に破壊に至ることが確認された。したがって、一方方向 FRP の圧縮破壊時、すなわち、キンクバンド形成時の繊維変位は、キンクバンドの面外方向変位に等しいと仮定できる。

本研究では、静的および衝撃圧縮試験後の圧縮破壊した試験片に対して、光学顕微鏡により側面観察を行い、繊維座屈波長およびキンクバンド形成時の繊維変位の測定を行った。図 10 に静的負荷および、ひずみ速度 100s^{-1} における GFRP-E の側面観察結果を示す。ひずみ速度に関わらず、繊維座屈波長およびキンクバンド形成時の繊維変位はほぼ一定であることが確認できる。また、CFRP に関しては静的圧縮試験において、それぞれの値の平均値が繊維座屈波長は約 $100\mu\text{m}$ 、キンクバンド形成時の繊維変位は約 $40\mu\text{m}$ であった⁽⁴⁾⁽¹⁰⁾⁽¹⁸⁾⁽²⁶⁾。しかし、衝撃圧縮試験後のキンクバンドの観察を行なうことが出来なかったため、GFRP-E と同様に一定値を取ると仮定する。

したがって、GFRP-E および CFRP 共に、ひずみ速度に関わらず繊維座屈波長およびキンクバンド形成時の繊維変位の値を一定とし、一方方向 FRP の圧縮強度予測パラメータとして用いる。

Fig. 10 Micrograph of kink-band deformation of unidirectional E-glass/epoxy under static and impact compression test and geometric parameters of kink-band.

5・1・2 初期不整変位 y_0

FRP を成形する際には、母材樹脂の硬化プロセスにおいて強化繊維と母材樹脂との熱膨張係数のミスマッチによる繊維の撓れを防ぐために、通常は予負荷をかけて成型を行なうことがなされている。一般的に、初期不整角度の平均値は約 1° であることが知られている⁽¹⁰⁾⁽¹⁴⁾。本研究にて用いている FRP においても局所的な繊維初期不整角度を有することが予想される。そこで、本研究では全ての試験片において初期不整角度 θ_0 を 1° と仮定し、繊維座屈波長および初期不整角度を用いて初期不整変位を次式 (24) により算出した。

$$y_0 = L \tan \theta_0 \approx L \theta_0 \quad (24)$$

5・2 母材樹脂および面内せん断特性に関するパラメータ

2つの圧縮変形領域における母材樹脂および一方向 FRP の面内せん断特性を決定するために、ひずみ速度の増加に伴う、一方向 FRP の繊維微小座屈時のひずみ ε_{UD}^{fm} およびキンクバンド形成時のひずみ ε_{UD}^{comp} の変化について検討する必要がある。繊維微小座屈時のひずみおよびキンクバンド形成時のひずみとひずみ速度の関係を図 11 に示す。GFRP-E および CFRP 共にひずみ速度に関わらず、それぞれの値はほとんど一定であることが確認できる。これより、いずれのひずみ速度下においても、図 11 に示す一方向 FRP の圧縮ひずみの値を基準に用いることとする。また、4.2 節で述べたように、この圧縮ひずみと、母材の圧縮ひずみ、一方向 FRP の面内せん断ひずみのパラメータを同値として取り扱い、圧縮強度を算出する。

Fig. 11 Compressive strain of unidirectional FRP under deformation of fiber microbuckling and plastic kinking (compressive failure).

5・2・1 キンクバンド形成時の母材樹脂の圧縮応力 σ_m^{comp}

GFRP-E および CFRP のキンクバンド形成時すなわち、圧縮破壊時にエポキシ樹脂が分担していると考えられる圧縮応力とひずみ速度の関係を図 12 に示す。エポキシ樹脂の粘弾性特性により、キンクバンド形成時の母材樹脂の圧縮応力はひずみ速度の増加に伴い、ひずみ速度 100s^{-1} までの領域においては、ほぼ線形的に増加傾向を示していることが確認できる。そこで本研究では、 σ_m^{comp} をひずみ速度の一次関数であると近似し、パラメータとして用いることとする。

Fig. 12 Compressive stress of epoxy resin at unidirectional FRP failure.

5・2・2 圧縮変形過程における一方向FRPの面内せん断応力 $\tau_{12}^m|_{\text{fm}}$, $\tau_{12}^m|_{\text{comp}}$

GFRP-E および CFRP に関して、圧縮変形過程において繊維微小座屈が生じた際に生じる面内せん断応力とせん断ひずみ速度の関係を図 13(a)に示す。また、キンクバンドを形成する際、すなわち破壊時に生じる面内せん断応力とひずみ速度の関係を図 13(b)に示す。ここで、面内せん断特性のひずみ速度の決定には繊維配向角度を 45° とした試験片を用いた。GFRP-E および CFRP のいずれの条件においても、 $\tau_{12}^m|_{\text{fm}}$ および $\tau_{12}^m|_{\text{comp}}$ は共にせん断ひずみ速度 100s^{-1} までの領域においては、ほぼ線形的に増加傾向を示していることが確認できる。したがって、本研究では、前項の母材樹脂に関するひずみ速度依存性と同様に、せん断ひずみ速度の一次関数であると近似する。

(a) In-plane shear stress of unidirectional FRP at fiber microbuckling.

(b) In-plane shear stress of unidirectional FRP at compressive failure (plastic kinking).

Fig.13 Comparison of strain-rate dependency on compressive shear stress at fiber microbuckling and compressive failure.

5・2・3 繊維微小座屈発生までの一方向FRPの面内せん断弾性率 G_{12}^m

GFRP-E および、CFRP に関する面内せん断弾性率とせん断ひずみ速度の関係を図 14 に示す。なお、静的および衝撃圧縮負荷共に繊維の微小座屈が生じるまでの面内せん断応力と面内せん断ひずみの関係は、GFRP-E および CFRP のいずれの試験片においてもほぼ弾性域であった。GFRP-E および CFRP におけるせん断弾性率のひずみ速度依存性はほぼ一致していることから、同様にせん断ひずみ速度の一次関数であると近似する。

Fig.14 Strain-rate dependency on in-plane shear modulus.

6. ひずみ速度を考慮した圧縮強度予測

6・1 強化繊維の圧縮弾性率のひずみ速度依存性を考慮しない場合

提案した圧縮強度予測モデルを用いて、様々なひずみ速度下における GFRP-E および、CFRP の圧縮強度予測を行う。得られた各パラメータを表 3 にまとめる。ここで、強化繊維の弾性率は、表 1 に示した弾性率の値を用いることとする。また、圧縮変形モードの変化を考慮するために導入しているモード依存パラメータ m は、繊維微小座屈領域においては繊維体積含有率に等しいとし、キンクバンド形成過程においては表 3 に示す値を用いることとする。

式 (23) を用いて算出した予測結果と試験結果との比較を図 15 に示す。ひずみ速度の増加に伴う圧縮強度の増加傾向に着目すると、ガラス繊維を強化繊維として用いた GFRP-E においては、試験結果と比較して予測結果が著しく低い値を示しており、十分に圧縮強度のひずみ速度依存性を予測できないといえる。一方、CFRP においては両者の結果に良い一致が確認された。図 4 に示したように、GFRP-E においては圧縮強度だけではなく、圧縮弾性率のひずみ速度依存性が確認されている。いずれの試験片においても、破壊形態は繊維の微小座屈であるため、その圧縮弾性率が圧縮強度に対して影響を与えられと考えられる。提案した強度予測モデルにおいては、強化繊維の圧縮弾性率のひずみ速度依存性を考慮していないが、本結果よりその必要性が示唆された。

Table 3 Material properties of unidirectional FRP used in proposed model.

	GFRP-E	CFRP
Length of misalignment wave part L μm	650	100
Initial imperfection position y_0 μm	11.3	1.3
Imperfection position at plastic kinking y_{comp} μm	400	40
Initial misalignment angle θ_0 deg	1.0	1.0
Fiber diameter ϕ_f μm	13	6
Poisson's ratio ν_f	0.25	0.14
Fiber volume fraction V_f %	0.56	0.63
In-plane shear stress at fiber microbuckling $\tau_{12}^m _{\text{fm}}$ MPa	$0.34\dot{\epsilon}_{12} + 35$	$0.35\dot{\epsilon}_{12} + 23$
In-plane shear stress at plastic kinking $\tau_{12}^m _{\text{comp}}$ MPa	$0.4\dot{\epsilon}_{12} + 43$	$0.4\dot{\epsilon}_{12} + 29$
Elastic in-plane shear modulus G_{12}^m GPa	$0.05\dot{\epsilon}_{12} + 4.3$	$0.05\dot{\epsilon}_{12} + 4.3$
Compressive stress of matrix at fracture of FRP σ_m^{comp} MPa	$0.59\dot{\epsilon} + 52$	$0.52\dot{\epsilon} + 32$
Mode function in fiber microbuckling region m_{fm}	0.56	0.63
Mode function in pre-kinking region m_{pk}	0.11	0.03

Fig. 15 Comparison of experimental and predicted results for strain-rate dependency on compressive strength of unidirectional FRP using tensile modulus of reinforcement.

6・2 強化繊維の圧縮弾性率のひずみ速度依存性を考慮した場合

前節では強化繊維の引張弾性率を用いて、強度予測を行っていたが、強化繊維の弾性率は引張と圧縮では異なる可能性がある。そこで、一方向 FRP の圧縮弾性率に複合則が成立すると仮定し、図 4 における一方向 FRP の圧縮弾性率のひずみ速度依存性から、各強化繊維の圧縮弾性率は次式 (25) にて表現される。すなわち、強化繊維の圧縮弾性率のひずみ速度依存性を仮定する。ここで、一方向 FRP と同形状の試験片を用いてエポキシ樹脂 (jER828) の静的および衝撃圧縮試験を行なった結果、その圧縮弾性率は静的負荷において 4.03GPa、ひずみ速度 100s^{-1} において 8.2GPa となった。

$$E_f(\dot{\varepsilon}) = \frac{1}{V_f} E_{UD}(\dot{\varepsilon}) + \left(1 - \frac{1}{V_f}\right) E_m(\dot{\varepsilon}) \quad (25)$$

式 (23) ならびに、式 (25) を用いた予測結果と試験結果との比較を図 16 に示す。ここで、 m_{pk} の値は GFRP-E: 0.08, CFRP: 0.025 とした。強化繊維の圧縮弾性率が引張弾性率に等しいと仮定した場合と比較すると、試験結果と予測結果の増加傾向に良い一致が確認できる。したがって、強化繊維の圧縮弾性率のひずみ速度依存性を考慮することによって、ひずみ速度 100s^{-1} までの範囲における圧縮強度予測に関して、本モデルの有用性を確認出来た。さらに、ガラス繊維を強化繊維とした場合の圧縮強度のひずみ速度依存性に対して、ひずみ速度の増加に伴うガラス繊維の圧縮弾性率の上昇が影響していることが示唆された。しかし、GFRP-E に関して、ひずみ速度 100s^{-1} 近傍においては 予測結果が試験結果と良い一致を示していない。本研究において、繊維体積含有率および圧縮変形モードの変化を考慮するために、モード依存パラメータの導入を行っているが、ひずみ速度の影響に関しては検討を行っていない。したがって、様々なひずみ速度下における圧縮強度を詳細に予測するためには、モード依存パラメータに関して検討を行う必要があると考えられる。

Fig. 16 Prediction of compressive strength of unidirectional FRP in consideration of the strain-rate dependency on compressive modulus of reinforcement.

7. 結 言

構成材の力学的特性に関するひずみ速度依存性を考慮した上で、弾性床上の繊維の座屈現象に基づいた圧縮強度予測モデルの構築を行ない、様々なひずみ速度における一方向FRPの圧縮強度予測を行なった。また、圧縮変形モードの変化を考慮するために、モード依存パラメータの導入に関して検討を行った。本研究において得られた知見を以下に示す。

- (1) T700SCを強化繊維として用いた試験片においては、繊維方向の圧縮特性に及ぼすひずみ速度依存性は極めて小さい。しかし、Eガラスを強化繊維とした試験片においては、ひずみ速度の増加に伴い圧縮強度、圧縮弾性率の顕著な増加が確認された。また、同様の母材を用いているにも関わらず、その増加傾向に大きな差異があることが明らかとなった。
- (2) 初期不整を有する繊維が樹脂の中に埋蔵された状態を仮定し、圧縮負荷 P_t を受ける際の樹脂中繊維の座屈現象を考え、一方向FRPの圧縮変形時に確認される(A)繊維微小座屈領域と(B)キンクバンド形成領域における圧縮応力の定式化を行ない、一方向FRPの圧縮強度予測モデルの構築を行なった。
- (3) 構築した圧縮強度予測モデルに対して、繊維微小座屈領域におけるモード依存パラメータが繊維体積含有率に等しいと仮定し、エポキシ樹脂およびせん断特性のひずみ速度依存性を考慮して、強度予測を行なった結果、T700SC/エポキシ複合材において、ひずみ速度 100s^{-1} までのひずみ速度領域に関して試験結果と良い一致が確認された。一方、Eガラス/エポキシ複合材においては試験結果と比較して予測結果が著しく低い値を示しており、十分に圧縮強度のひずみ速度依存性を予測できないことが確認された。
- (4) 一方向FRPの圧縮弾性率に関する複合則より、強化繊維の圧縮弾性率のひずみ速度依存性を仮定した場合において、ひずみ速度 100s^{-1} までのひずみ速度領域に関して試験結果と予測結果の増加傾向に良い一致が確認された。さらに、Eガラスを強化繊維とした場合の圧縮強度のひずみ速度依存性に対して、ひずみ速度の増加に伴うガラスの圧縮弾性率の上昇が影響していることが推察された。
- (5) モード依存パラメータの導入に関して検討を行なった結果、一方向FRPの圧縮強度予測を行うためには繊維体積含有率および圧縮変形モードの変化を考慮する必要性が示唆された。また、強度予測精度を向上させるためには、モード依存パラメータに関して更なる検討が必要であることが示唆された。

文 献

- (1) 野間口兼政, “解説シリーズ:自動車の安全設計と信頼性向上に貢献する複合材料技術- I. 欧米におけるFRPの自動車応用技術に関する現状と展望-”, 日本複合材料学会誌, Vol.75, No. 758 (2009), pp. 1284-1289.
- (2) L.A. Carlsson, R.B. Pipes : “Experimental Characterization of Advanced Composite Materials”, Prentice, New Jersey (1987).
- (3) B.W. Rosen, “Mechanics of composite strengthening”. In: Fiber Composites Materials. American Society of Metals, Metals Park, OH, 1965, pp. 35-75.
- (4) B.Budiansky, “Micromechanics”, *Computers and structure*, Vol.16, No. 1 (1983), pp. 3-12.
- (5) A.S.Argon, “Fracture of composites”, *Treatise on material science and technology*, Academic Press, New York, Vol. 1 (1972), pp. 79-114.
- (6) K.H Lo and E.S.M Chim, “Compressive strength of unidirectional composites”, *Journal of Reinforced Plastics Composites*, Vol. 11 (1992), pp. 838-896.
- (7) Y.L. Xu and K.L. Reifsnider, “Micromechanical modeling of composite compressive strength”, *Journal of Composite Materials*, Vol. 27 (1993), pp. 572-588.
- (8) S.R. Frost, “Compressive behaviour of long-fibre unidirectional composites”, *Journal of Composite Materials*, Vol. 26 (1992), pp. 1151- 172.
- (9) D.C. Lagoudas and A.M. Saleh, “Compressive failure due to kinking of fibrous composites”, *Journal of Composite Materials*, Vol. 27 (1993), pp. 83-106.
- (10) A.Jumahat, C.Soutis, “Fracture mechanisms and failure analysis of carbon fibre/toughened epoxy composites subjected to compressive loading”, *Composite Structure*, Vol. 92 (2010), pp. 295-305.

- (11) C.Soutis, P.T.Curtis, “A method for predicting the fracture toughness of CFRP laminates failing by fibre microbuckling”, *Composites: Part A*, Vol. 31 (2000), pp. 733-740.
- (12) P.Berbinau, C.Soutis, “Effect of offaxis ply orientation on 0°-fibre microbuckling”, *Composites: Part A*, Vol. 30 (1999), pp. 1197-1207.
- (13) P.Berbinau, C.Soutis, “Compressive failure of 0°unidirectional carbon-fibre-reinforced plastic (CFRP) laminates by fibre microbuckling”, *Composites Science and Technology*, Vol. 59 (1999), pp. 1451-1455.
- (14) Ch.Jochum, J.-C. Grandidier, “Microbuckling elastic modeling approach of a single carbon fibre embedded in an epoxy matrix”, *Composites Science and Technology*, Vol. 64 (2004), pp. 2441-2449.
- (15) S.Pimenta, R.Gutkin, S.T.Pinho, P.Robinson, “A micromechanical model for kink-band formation: Part II Analytical modelling”, *Composites Science and Technology*, Vol. 69 (2009), pp. 956-964.
- (16) S.H Lee, Chandra S Yerramalli, Anthony M Waas, “Compressive splitting response of glass-fiber reinforced unidirectional composites”, *Composites Science and Technology*, Vol. 60 (2000), pp. 2957-2966.
- (17) 上田政人, 平賀淳人, 西村哲, “樹脂埋めした CF 単繊維の圧縮強度”, 日本複合材料学会誌, Vol. 37, No. 3 (2011), pp. 103-110.
- (18) S. Kyriakides, R. Arseculeratne, E.J. Perry, K.M. Liechti, “On the compressive failure of fiber reinforced composites”, *International Journal of Solids and Structures*, Vol. 32, No. 6,7 (1995), pp. 689-738.
- (19) P.M. Moran, X.H. Liu, C.F. Shin, “Kink band formation and band broadening in fiber composites under compressive loading”, *Acta metallurgica et Materialia*, Vol. 43, No. 8 (1995), pp. 2943-2958.
- (20) Mahmood M. Shokrieh, Majid Jamal Omid, “Compressive response of glass-fiber reinforced polymeric composites to increasing compressive strain rates”, *Composite Structure*, Vol. 89 (2009), pp. 517-523.
- (21) T.E.Tay, H.G.Ang, V.P.W.Shim, “An empirical strain rate-dependent constitutive relationship for glass-fibre reinforced epoxy and pure epoxy”, *Composite Structures*, Vol. 33 (1995), pp. 201-210.
- (22) H.Koerber, P.P.Camanho, “High strain rate characterization of unidirectional carbon-epoxy IM7-8552 in longitudinal compression”, *Composites Part A*, Vol. 42 (2011), pp. 462-470.
- (23) H.M.Hsiao, I.M.Daniel, “Strain rate behavior of composite materials”, *Composites Part*, Vol. 29B (1998), pp. 521-533.
- (24) N.K.Naik, Venkateswara Rao Kavala, “High strain rate behavior of woven fabric composites under compressive loading”, *Material Science and Engineering A*, Vol. 474 (2008), pp. 301-311.
- (25) J.G.Haberle, F.L.Matthews, “An improved technique for compression testing of unidirectional fibre-reinforced plastics; development and results”, *Composites*, Vol. 25, No.5 (1994), pp. 358-371.
- (26) R.Gutkin, S.T.Pinho, P.Robinson, P.T.Curtis, “On the transition from shear-driven fibre compressive failure to fibre kinking in notched CFRP laminates under longitudinal compression”, *Composites Science and Technology*, Vol. 70 (2010), pp. 1223-1231.
- (27) 邊吾一, 石川隆司, “先進複合材料工学”, 培風館, 東京(2005), pp. 20-21.
- (28) 横山隆, 中井賢治, 稲垣智也, “一方向強化カーボン/エポキシ積層複合材の衝撃圧縮破壊挙動: 直交異方性材料の主軸3方向における特性”, 材料, Vol. 58, No. 11 (2009), pp. 887-894.