二つの弾性厚板と挿入金属平形ガスケットとの接触応力*

水口 義久**, 小泉 堯***
Yoshihisa MINAKUCHI, Takashi KOIZUMI
渋谷 寿一***, 高久田 和夫***
Toshikazu SHIBUYA, Kazuo TAKAKUDA

Key Words: Elasticity, Contact Stress, Theoretical Analysis, Seal, Two Elastic Slabs, Three Dimensional Theory of Elasticity, Solid-Metal Flat Gasket, Experimental Stress Analysis, Pressure-Sensitive Pin, Three Laminated Plates

1. 緒 言

最近の各種工業の発達に伴って機械の精密化や軽量化に対する要求が高まり、また漏えい事故発生防止の観点から、空気圧機器や油圧機器をはじめ、各種化学機械の圧力容器などに用いられるボルト結合体の強度設計に際し、接合面の応力状態を正確に把握することが重要になってきた。従来の研究によれば、ボルト結合体の接触応力は被締め付け体を同一の材質からなる単一の有孔厚板とみなして解析されている^{(1)~(3)}。一方、材質の異なる弾性厚板の接触応力に関する研究としては、半無限体に無限厚板を重ねこれに負荷を加える場合⁽⁴⁾⁽⁵⁾や剛体スタンプで圧縮する問題⁽⁶⁾⁽⁷⁾、円板どうしの接触問題⁽⁸⁾および著者らによる二つの弾性厚板の接触問題⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾などがあるが、この分野の研究は少ないようである。また上述の機械装置の接合部分には、漏えい防止のためにガスケット(非金属材料、セメタリック材、金属材料など)がよく用いられている。なかでも金属ガスケット(純鉄、アルミニウム、ステンレス材など)は高温、高圧、極低温、超真空などの過酷な条件下での使用にさいして高い密封性能が要求されている。金属ガスケットの密封性能を高めるためには、使用条件に適した形状、材質のガスケットの選定ならびに適正な締め付け圧の設計が必要であり、特に締め付けによるガスケット面の接触圧を明らかにすることは最も重要と考えられる。遠藤ら⁽¹¹⁾は金属平形ガ

スケットの密封性能に関する実験的研究を行っているが、ガスケット面の応力分布に関する理論的および実験的研究はほかにあまり見当たらない。

本研究では構造の最も簡単な金属平形ガスケット結合体の接触部の密封性能を明らかにするため、結合体およびガスケットを弾性厚板と仮定した解析モデルを用いて、その接触問題を解析した。すなわち板厚や材質の異なる3枚の重ね厚板に軸対称圧縮荷重が作用するとき、板厚や縦弾性係数および負荷が接触面応力や厚板の変形状態に及ぼす影響を検討するため、接触面の摩擦を無視して三次元弾性理論に基づいて解析した。あわせて実験を行い、厚板の半径が板厚に比べて大きい円板に圧縮形測圧ピンを取付けて接触面応力を測定し、計算結果と実験結果を比較した。また本結果を金属平形ガスケットを挿入しない結果⁽⁹⁾とも比較検討し、金属平形ガスケットの密封効果をも検討した。

2. 理論解析

2.1 基礎式と境界条件 図1に示すように、板厚や材質の異なる3枚の重ね厚板I, II, IIIに全荷重がWである軸対称分布圧力 $p(r)$ が半径 a の円形領域内に作用するときの接触面応力および変形を解析する。円柱座標系 (r, θ, z) を用いれば、ねじりがない場合の軸対称応力状態に対する変位の弾性基礎方程式の解は Boussinesq の応力関数 φ_0, φ_3 で与えられ、変位と応力成分は次のように表される。

$$u = \frac{1+\nu}{E} \left\{ \frac{\partial \varphi_0}{\partial r} + z \frac{\partial \varphi_3}{\partial r} \right\}, \quad v=0, \quad w = \frac{1+\nu}{E} \left\{ \frac{\partial \varphi_0}{\partial z} + z \frac{\partial \varphi_3}{\partial z} - (3-4\nu)\varphi_3 \right\} \dots\dots\dots (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial r^2} + z \frac{\partial^2 \varphi_3}{\partial r^2} - 2\nu \frac{\partial \varphi_3}{\partial z}, & \sigma_\theta &= \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi_0}{\partial r} + \frac{z}{r} \frac{\partial \varphi_3}{\partial r} - 2\nu \frac{\partial \varphi_3}{\partial z} \\ \sigma_z &= \frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial z^2} + z \frac{\partial^2 \varphi_3}{\partial z^2} - 2(1-\nu) \frac{\partial \varphi_3}{\partial z}, & \tau_{rz} &= \frac{\partial^2 \varphi_0}{\partial r \partial z} + z \frac{\partial^2 \varphi_3}{\partial r \partial z} - (1-2\nu) \frac{\partial \varphi_3}{\partial r} \\ \tau_{r\theta} &= \tau_{\theta z} = 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2)$$

* 昭和56年4月1日 第58期通常総会講演会において論文講演として講演、原稿受付 昭和55年10月16日。

** 正員、山梨大学工学部(〒400 甲府市武田 4-3-11)。

*** 正員、東京工業大学(〒152 東京都目黒区大岡山 2-12-1)。

ここで、 E : 縦弾性係数, ν : ポアソン比, φ_0, φ_3 : 調和関数, u, v, w : 変位成分, $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z, \tau_{rz}, \tau_{r\theta}, \tau_{\theta z}$: 応力成分である。

厚板 I, II, III の厚さ, ポアソン比および縦弾性係数をそれぞれ $h_1, h_2, h_3, \nu_1, \nu_2, \nu_3$ および E_1, E_2, E_3 とすると, 各接触面に摩擦がない場合の境界条件は次のようになる。

(i) $z=h_1+h_2$ において

$$\tau_{rz}^{(1)}=0 \quad (0 \leq r < \infty) \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$\sigma_z^{(1)}=-p(r) \{1-H(r-a)\} \quad (0 \leq r < \infty) \quad \dots\dots\dots (4)$$

(ii) $z=-h_3$ において

$$\tau_{rz}^{(3)}=0 \quad (0 \leq r < \infty) \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\sigma_z^{(3)}=-p(r) \{1-H(r-a)\} \quad (0 \leq r < \infty) \quad \dots\dots\dots (6)$$

(iii) $z=h_2$ において

$$\tau_{rz}^{(1)}=\tau_{rz}^{(2)}=0 \quad (0 \leq r < \infty) \quad \dots\dots\dots (7), (8)$$

$$\sigma_z^{(1)}=\sigma_z^{(2)} \quad (0 \leq r < \infty) \quad \dots\dots\dots (9)$$

$$w^{(1)}=w^{(2)} \quad (0 \leq r < \infty) \quad \dots\dots\dots (10)$$

図 1 解析モデル

(iv) $z=0$ において

$$\tau_{rz}^{(2)}=\tau_{rz}^{(3)}=0 \quad (0 \leq r < \infty) \quad \dots\dots\dots (11), (12)$$

$$\sigma_z^{(2)}=\sigma_z^{(3)} \quad (0 \leq r < \infty) \quad \dots\dots\dots (13)$$

$$w^{(2)}=w^{(3)} \quad (0 \leq r < \infty) \quad \dots\dots\dots (14)$$

(v) 力のつりあいより

$$\int_0^a p(r) 2\pi r dr = W \quad \dots\dots\dots (15)$$

ここで, 上付き添字 (1), (2), (3) はそれぞれ厚板 I, II, III の値に対応することを示し, $H(r)$ はステップ関数である。

2.2 無限厚板の解析 応力解析において厚板 I, II, III の応力関数を次のようにおく。

$$\left. \begin{aligned} \varphi_3^{(1)} &= \int_0^\infty [A' \sinh(z-h_1-h_2)\xi + B' \cosh(z-h_1-h_2)\xi] J_0(r\xi) d\xi \\ \varphi_0^{(1)} &= \int_0^\infty [C' \sinh(z-h_1-h_2)\xi + D' \cosh(z-h_1-h_2)\xi] \xi^{-1} J_0(r\xi) d\xi \\ \varphi_3^{(2)} &= \int_0^\infty \left[A'' \sinh\left(z-\frac{h_2}{2}\right)\xi + B'' \cosh\left(z-\frac{h_2}{2}\right)\xi \right] J_0(r\xi) d\xi \\ \varphi_0^{(2)} &= \int_0^\infty \left[C'' \sinh\left(z-\frac{h_2}{2}\right)\xi + D'' \cosh\left(z-\frac{h_2}{2}\right)\xi \right] \xi^{-1} J_0(r\xi) d\xi \\ \varphi_3^{(3)} &= \int_0^\infty [A \sinh(z+h_3)\xi + B \cosh(z+h_3)\xi] J_0(r\xi) d\xi \\ \varphi_0^{(3)} &= \int_0^\infty [C \sinh(z+h_3)\xi + D \cosh(z+h_3)\xi] \xi^{-1} J_0(r\xi) d\xi \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (16)$$

ここで, $J_\nu(r\xi)$ は ν 次の第 1 種ベッセル関数, $A', B', \dots, C, D$ は式 (3)~(15) を満たすように決められる未知関数である。まず, 式 (16) を式 (2) に代入して $(\tau_{rz}^{(1)})_{z=h_1+h_2}, (\sigma_z^{(1)})_{z=h_1+h_2}, (\tau_{rz}^{(3)})_{z=-h_3}, (\sigma_z^{(3)})_{z=-h_3}, (\tau_{rz}^{(2)})_{z=h_2}, (\tau_{rz}^{(2)})_{z=0}$ を求め, 結果を式 (3)~(6), (8), (11) に等置し, さらに式 (4), (6) についてはハンケル変換を施せば

$$C' = -A'(\lambda_1 + 2\lambda_2) + B'(1 - 2\nu_1) \quad \dots\dots\dots (17)$$

$$D' = 2A'(1 - \nu_1) - B'(\lambda_1 + 2\lambda_2) - \bar{p}(\xi) \quad \dots\dots\dots (18)$$

$$C = A\lambda_3 + B(1 - 2\nu_3) \quad \dots\dots\dots (19)$$

$$D = 2A(1 - \nu_3) + B\lambda_3 - \bar{p}(\xi) \quad \dots\dots\dots (20)$$

$$C'' = -A''\lambda_2 + B''(1 - 2\nu_2) - B''\lambda_2 \tanh \lambda_2 \quad \dots\dots\dots (21)$$

$$D'' = -B''\lambda_2 + A''(1 - 2\nu_2) - A''\lambda_2 \coth \lambda_2 \quad \dots\dots\dots (22)$$

$$\text{ここで, } \lambda_1 = h_1\xi, \quad \lambda_2 = h_2\xi, \quad \lambda_3 = h_3\xi, \quad \bar{p}(\xi) = \int_0^\infty r p(r) J_0(\xi r) dr \quad \dots\dots\dots (23)$$

ついで, 式 (16) より導かれる応力成分を式 (7), (12) に等置して式 (17)~(20) を代入し整理すると

$$A' = \frac{\sinh \lambda_1}{\lambda_1 \cosh \lambda_1 + \sinh \lambda_1} \{B'\lambda_1 + \bar{p}(\xi)\} \quad \dots\dots\dots (24)$$

$$A = \frac{\sinh \lambda_3}{\lambda_3 \cosh \lambda_3 + \sinh \lambda_3} \{-B\lambda_3 + \bar{p}(\xi)\} \quad \dots\dots\dots (25)$$

最後に、残る境界条件式 (9), (10), (13), (14) に式 (16) を用いて導かれる応力および変位成分の表示式を等置し、さらに式 (17)~(22), (24), (25) を代入して得られる関係式から未知関数 A'' , B'' , B' , B は次式のようにきまる。

$$A'' = \frac{\sinh \lambda_2}{2Q_2} \left\{ -\frac{R_1}{T_1} B' + \frac{R_3}{T_3} B + \left(\frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_3}{T_3} \right) \bar{p}(\xi) \right\} \quad \dots\dots\dots (26)$$

$$B'' = \frac{\cosh \lambda_2}{2S_2} \left\{ -\frac{R_1}{T_1} B' - \frac{R_3}{T_3} B + \left(\frac{Q_1}{T_1} - \frac{Q_3}{T_3} \right) \bar{p}(\xi) \right\} \quad \dots\dots\dots (27)$$

$$B' = \left[\left\{ \frac{F_1}{T_1^2} \frac{Q_3}{T_3^2} + \frac{I_{23}}{2} \frac{F_1}{T_1^2} \frac{R_3}{T_3^2} O_2 + \frac{I_{21}}{2} \left(\frac{Q_1}{T_1^2} \frac{Q_3}{T_3^2} O_2 + \frac{1}{T_1 T_3} \bar{O}_2 \right) + I_{21} I_{23} \frac{Q_1}{T_1^2} \frac{F_2}{Q_2} \frac{G_2}{S_2} \frac{R_3}{T_3^2} \right\} \right. \\ \left. \left/ \left\{ \frac{Q_1}{T_1^2} \frac{Q_3}{T_3^2} + \frac{I_{21}}{2} \frac{R_1}{T_1^2} \frac{Q_3}{T_3^2} O_2 + \frac{I_{23}}{2} \frac{Q_1}{T_1^2} \frac{R_3}{T_3^2} O_2 + I_{21} I_{23} \frac{R_1}{T_1^2} \frac{F_2}{Q_2} \frac{G_2}{S_2} \frac{R_3}{T_3^2} \right\} \right] \bar{p}(\xi) \quad \dots\dots\dots (28)$$

$$B = - \left[\left\{ \frac{Q_1}{T_1^2} \frac{F_3}{T_3^2} + \frac{I_{21}}{2} \frac{R_1}{T_1^2} \frac{F_3}{T_3^2} O_2 + \frac{I_{23}}{2} \left(\frac{Q_1}{T_1^2} \frac{Q_3}{T_3^2} O_2 + \frac{1}{T_1 T_3} \bar{O}_2 \right) + I_{21} I_{23} \frac{R_1}{T_1^2} \frac{F_2}{Q_2} \frac{G_2}{S_2} \frac{Q_3}{T_3^2} \right\} \right. \\ \left. \left/ \left\{ \frac{Q_1}{T_1^2} \frac{Q_3}{T_3^2} + \frac{I_{21}}{2} \frac{R_1}{T_1^2} \frac{Q_3}{T_3^2} O_2 + \frac{I_{23}}{2} \frac{Q_1}{T_1^2} \frac{R_3}{T_3^2} O_2 + I_{21} I_{23} \frac{R_1}{T_1^2} \frac{F_2}{Q_2} \frac{G_2}{S_2} \frac{R_3}{T_3^2} \right\} \right] \bar{p}(\xi) \quad \dots\dots\dots (29)$$

ここで、

$$Q_n = \sinh \lambda_n \cosh \lambda_n + \lambda_n, \quad R_n = \sinh^2 \lambda_n - \lambda_n^2, \quad S_n = \sinh \lambda_n \cosh \lambda_n - \lambda_n$$

$$T_n = \lambda_n \cosh \lambda_n + \sinh \lambda_n, \quad F_n = \sinh^2 \lambda_n, \quad G_n = \cosh^2 \lambda_n$$

$$O_n = \frac{F_n}{Q_n} + \frac{G_n}{S_n}, \quad \bar{O}_n = \frac{F_n}{Q_n} - \frac{G_n}{S_n}, \quad I_n = 2 \frac{(1-\nu_n^2)}{E_n}, \quad I_{ij} = \frac{I_i}{I_j} \quad (n=1, 2, 3)$$

以上によりすべての未知関数が決定され、厚板の応力、変位もきまる。

2.3 等分布圧力をうける場合 重ね厚板の形状や材質が接触面応力に及ぼす影響を知るために、ここでは負荷が等分布圧力のときの接触面応力および変位の表示式を式 (16) より導いた。この場合、式 (4), (6) における $p(r)$ は次のようにおいた。

$$p(r) = \begin{cases} p & (0 \leq r \leq a) \\ 0 & (a < r < \infty) \end{cases} \quad \dots\dots\dots (30)$$

従って式 (23) に式 (15), (30) を代入すると

$$\bar{p}(\xi) = p \int_0^a r J_0(\xi r) dr = \frac{W}{\pi a \xi} J_1(\xi a) \quad \dots\dots\dots (31)$$

式 (31) の $\bar{p}(\xi)$ を用いれば、接触面応力および変位は次のように表せる。

(i) 厚板 I と II の間の接触面応力

$$(\sigma_z^{(1)})_{z=h_2} = - \int_0^\infty \left[\left(\frac{Q_3}{T_3^2} - \frac{I_{21}}{2} \frac{R_1}{T_1 T_3} \bar{O}_2 + \frac{I_{23}}{2} \frac{R_3}{T_3^2} O_2 \right) \left/ \left(\frac{Q_1}{T_1^2} \frac{Q_3}{T_3^2} + \frac{I_{21}}{2} \frac{R_1}{T_1^2} \frac{Q_3}{T_3^2} O_2 \right) \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{I_{23}}{2} \frac{Q_1}{T_1^2} \frac{R_3}{T_3^2} O_2 + I_{21} I_{23} \frac{R_1}{T_1^2} \frac{F_2}{Q_2} \frac{G_2}{S_2} \frac{R_3}{T_3^2} \right) \right] \frac{\bar{p}(\xi) \xi}{T_1} J_0(r \xi) d\xi \quad \dots\dots\dots (32)$$

(ii) 厚板 II と III の間の接触面応力

$$(\sigma_z^{(3)})_{z=0} = - \int_0^\infty \left[\left(\frac{Q_1}{T_1^2} + \frac{I_{21}}{2} \frac{R_1}{T_1^2} O_2 - \frac{I_{23}}{2} \frac{R_3}{T_1 T_3} \bar{O}_2 \right) \left/ \left(\frac{Q_1}{T_1^2} \frac{Q_3}{T_3^2} + \frac{I_{21}}{2} \frac{R_1}{T_1^2} \frac{Q_3}{T_3^2} O_2 \right) \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{I_{23}}{2} \frac{Q_1}{T_1^2} \frac{R_3}{T_3^2} O_2 + I_{21} I_{23} \frac{R_1}{T_1^2} \frac{F_2}{Q_2} \frac{G_2}{S_2} \frac{R_3}{T_3^2} \right) \right] \frac{\bar{p}(\xi) \xi}{T_3} J_0(r \xi) d\xi \quad \dots\dots\dots (33)$$

(iii) 厚板の上端面の変位

$$(w^{(1)})_{z=h_1+h_2} = -I_1 \int_0^\infty B' J_0(r \xi) d\xi \quad \dots\dots\dots (34)$$

(iv) 厚板の下端面の変位

$$(w^{(3)})_{z=-h_3} = -I_3 \int_0^\infty B J_0(r \xi) d\xi \quad \dots\dots\dots (35)$$

(v) 厚板 I と II の間の接触面変位

$$(w^{(1)})_{z=h_2} = I_1 \int_0^\infty \left[\left\{ -\frac{I_{21}}{2} \left(\frac{Q_3}{T_3^2} O_2 + \frac{Q_1}{T_1 T_3} \bar{O}_2 \right) - I_{21} I_{23} \frac{F_2}{Q_2} \frac{G_2}{S_2} \frac{R_3}{T_3^2} \right\} / \left\{ \frac{Q_1}{T_1^2} \frac{Q_3}{T_3^2} \right. \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{I_{21}}{2} \frac{R_1}{T_1^2} \frac{Q_3}{T_3^2} O_2 + \frac{I_{23}}{2} \frac{Q_1}{T_1^2} \frac{R_3}{T_3^2} O_2 + I_{21} I_{23} \frac{R_1}{T_1^2} \frac{F_2}{Q_2} \frac{G_2}{S_2} \frac{R_3}{T_3^2} \right\} \right] \frac{\bar{p}(\xi)}{T_1} J_0(r\xi) d\xi \dots\dots\dots (36)$$

(vi) 厚板ⅡとⅢの間の接触面変位

$$(w^{(3)})_{z=0} = I_3 \int_0^\infty \left[\left\{ \frac{I_{23}}{2} \left(\frac{Q_1}{T_1^2} O_2 + \frac{Q_3}{T_1 T_3} \bar{O}_2 \right) + I_{21} I_{23} \frac{R_1}{T_1^2} \frac{F_2}{Q_2} \frac{G_2}{S_2} \right\} / \left\{ \frac{Q_1}{T_1^2} \frac{Q_3}{T_3^2} \right. \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{I_{21}}{2} \frac{R_1}{T_1^2} \frac{Q_3}{T_3^2} O_2 + \frac{I_{23}}{2} \frac{Q_1}{T_1^2} \frac{R_3}{T_3^2} O_2 + I_{21} I_{23} \frac{R_1}{T_1^2} \frac{F_2}{Q_2} \frac{G_2}{S_2} \frac{R_3}{T_3^2} \right\} \right] \frac{\bar{p}(\xi)}{T_3} J_0(r\xi) d\xi \dots\dots\dots (37)$$

式(32)～(37)における被積分関数はいずれも ξ の増加とともに急速に収束するため、応力と変位は数値積分により求められる。

3. 実験方法

接触面応力に関して提案した解析モデルの実用性を確かめるために、負荷方式に注意して接触面応力の測定を行った。無限厚板Ⅰ、Ⅱ、Ⅲに対応するものとして、図2に示すように半径が厚さに比べて大きい円板を用いた。円板Ⅰ、Ⅲは両面研磨後接触面をラッピング加工し、接触面での平面度は $2\mu\text{m}$ 以下で、表面あらさは $1\mu\text{m}(Ra)_{\text{max}}$ に仕上げた鋼材(S45C)を用い、金属平形ガスケットにあたる円板Ⅱには表面あらさが $1\mu\text{m}(Ra)_{\text{max}}$ の厚さ2mmの黄銅板(BsP2)を円形に切り出したものをそのまま用いた。表1に円

板Ⅰ、Ⅱ、Ⅲの組合せを示す。実験に際しては円板の表面をアセトンで十分脱脂して無潤滑状態にして行った。なお、円板Ⅲには20～110mmまで10mm間隔に接触面応力が測定できるように10個の測圧ピン取付け穴をもうけてある。図3は実験に用いた圧縮形測圧ピンの概略図で、ピンと止めナットで構成されピンには2枚のひずみゲージが直径上対向してはりつけてある。まず、測圧ピンを円板Ⅲと同一材料で製作した45mm角の較正曲線用ブロック(図4)に取付け、測圧ピンの初期ひずみが約 50μ となるように止めナットで調整した後、図5に示す圧縮装置を用いて荷重を作用させる。この時の測圧ピンの出力はひずみゲージにより、また荷重の大きさはロードセルによって取り出し、X-Yレコーダに記録して測圧ピンのひずみ-応力

表1 円板Ⅰ、Ⅱ、Ⅲの組合せ

No.	h_1 mm	h_2 mm	h_3 mm	E_1 GPa	E_2 GPa	E_3 GPa	ν_1	ν_2	ν_3
1	30	2	30	206	103	206	0.3	0.33	0.3
2	30	2	45	206	103	206	0.3	0.33	0.3
3	45	2	45	206	103	206	0.3	0.33	0.3

1 GPa=102 kgf/mm²

図2 圓板Ⅰ、Ⅱ、Ⅲの寸法

図3 測圧ピンの概略図

図4 較正曲線用ブロック

較正曲線を作成する。つぎに較正曲線が得られた 10 個の測圧ピンを円板Ⅲに取付けた後、円板Ⅰ、Ⅱの上にのせ、 $\phi 2a=20$ mm の鋼製圧縮丸棒 (S45C) を円板の両側に設置し、ナットで締め付けて荷重 W を作用させる。図 6 は実験装置を示す。荷重と各測圧ピンのひずみとの関係は、荷重が 10 kN で各測圧ピンのひずみを約 65μ となるように止めナットで調整し、一度予荷重を加えてから 68.6 kN (=7 tf) まで負荷して測定する。

4. 計算結果と実験結果との比較および考察

数値計算では、式 (32)~(37) における無限積分は

図 5 較正曲線用圧縮装置

図 6 実験装置

ξ について零から $90/hn$ までを 400 等分してシンプソンの第 2 公式により数値積分し、また実験との比較のために $\nu_1=\nu_2=0.3$, $\nu_2=0.33$, $\phi 2a=20$ mm, $h_1=30$ mm, $h_2=2$ mm を基準値として板厚や縦弾性係数をいろいろ変えた。図 7 はブロックを用いて求めた測圧ピンの較正曲線の一例であり、横軸の接触応力には荷重をブロックの断面積 (45×45 mm) で除した値を採用した。ひずみは立ち上がり時に少し乱れを生ずるが、荷重が約 3 kN 以上になると荷重の増加とともにほぼ直線的に増加している。図 8 は表 1, No. 2 の組合せに対する接触面 ($z=0$) での各測圧ピンによる測定曲線で、負荷の増加に伴うひずみの増加は測圧ピンが中心から遠のくにつれて小さくなって、 $r=60$ mm

図 7 測圧ピンの較正曲線

図 8 締め付けにより測圧ピンに生ずるひずみの測定結果

(a) 板厚比の影響

(b) 縦弾性係数比の影響

(c) 板厚と荷重幅との比の影響

図 9 接触面 ($z=0$) の応力分布

(a) 板厚比の影響

(b) 縦弾性係数比の影響

(c) 板厚と荷重幅との比の影響

図 10 無限厚板の上端面, 接触面 ($z=0$), 下端面の変位の計算値

でほぼ水平となり、 $r > 60$ mm では荷重の増加につれてひずみは減少している。すなわち、接触面は $r \leq 60$ mm で接触しているが、 $r > 60$ mm では分離し始めることを示している。接触面応力は図 8 の測定結果と測圧ピンの較正曲線から求められる。図 9 には厚板 II と III の間の接触面応力の実験結果を $\circ$, $\triangle$ 印で示してある。図中の実線は 2・3 節の結果にもとづいて求めた厚板 II を挿入した場合、破線は別報⁽⁹⁾で得られた厚板 II を挿入しない場合の計算結果である。解析モデルにおいて仮定した負荷分布は実験における実際の分布と正確には一致しないとは考えられるが、接触面応力は負荷近傍における結果ではないことも考慮するならば、計算結果と実験結果はよく一致していると考えてよい。図 10 は厚板の上端面、接触面 ($z=0$)、下端面の変位の計算結果を示し、(a), (b), (c) のそれぞれに対する条件は図 9 の (a), (b), (c) のそれらに対応する。図 9 (a) より、板厚比 h_3/h_1 が小さくなると最大接触面応力は著しく大きくなり、接触面の分離推定点は負荷位置に近づく傾向がある。また、実験より求めた接触面の分離点は計算より求めた分離推定点に近い所で生ずることがわかる。図 9 (b) より、縦弾性係数比 E_2/E_1 を変えたとき、 E_2/E_1 が小さくなると最大接触面応力は小さくなり、接触面の分離推定点は負荷位置から遠のく傾向を示しているが、分離推定点は $E_2/E_1=1 \sim 1/12$ では大きな差異を生じないことがわかる。すなわち、縦弾性係数 E_2 が E_1 , E_3 に対して小さな金属平形ガスケットは漏えい防止効果を有するが、その効果はあまり大きくないと考えられる。図 9 (c) は負荷領域の大きさを一定にして板厚を変化させたときの結果を示し、これより板が薄くなると最大接触面応力は大きくなり、接触面の分離推定点も負荷部に近づくことがわかる。また板が厚くなると接触面の応力分布はなだらかになり、分布領域は広がって分離推定点は遠のく傾向が確認された。図 9 (a), (b), (c) 中の破線は厚板 II がいない場合、すなわち金属平形ガスケットを挿入しないときの結果で、その結果は厚板 II がある場合の結果と比較して最大接触面応力は大きく、接触面の分離推定点は負荷部に近づいている。なお図 10(b), (c) では、厚板 I と III の厚さが同じであるために対称

な変形となるので、厚板 III の変位のみを示した。

5. 結 言

二つの無限厚板の間に金属平形ガスケットを挿入した問題に対して実用的な解析モデルで提案し、これに軸対称圧縮荷重を作用させた場合について、板厚や縦弾性係数および負荷が接触面応力に及ぼす影響を三次元弾性理論に基づいて解析した。また円板に測圧ピンを取付けて接触面応力を測定する実験を行って、計算結果と実験結果の比較の有意性を示すとともに解析モデルの妥当性を検討して、次の結果を得た。

(1) 厚板の縦弾性係数比を一定にした場合、板厚比 h_3/h_1 が小さくなると最大接触面応力は著しく大きくなり、接触面の分離推定点は負荷位置に近づく。

(2) 板厚比一定の場合、金属平形ガスケットの縦弾性係数が小さくなると最大接触面応力は小さくなり、接触面の分離推定点は負荷位置から離れ、接触領域は広くなる。

(3) 板厚比、縦弾性係数比および荷重領域が一定の場合、板が薄くなると最大接触面応力は大きくなり、接触面の分離推定点は負荷位置に近づき、接触領域は小さくなる。

(4) 金属平形ガスケットを挿入した場合には挿入しない場合と比べて、最大接触面応力は小さく、接触面の分離推定点は負荷位置から遠くなる。

(5) 接触面応力に関する実験結果は解析モデルによる計算結果とかなりよく一致し、計算結果において接触面応力が負から正に移行する点の近くで接触面の分離を生ずる。

文 献

- (1) Fernlund, I., *Konstruktion*, 22-6 (1970), 218.
- (2) 光永, 機論, 31-231 (昭 40), 1750.
- (3) 柴原・尾田, 機誌, 72-611 (昭 44), 1611.
- (4) Weitsman, Y., *Trans. ASME, Ser. E*, 36-2 (1969), 198.
- (5) Keer, L.M., ほか 2 名, *Trans. ASME, Ser. E*, 39-4 (1972), 1115.
- (6) Dhaliwal, R.S., *Int. J. Eng. Sci.*, 8-4 (1970), 273.
- (7) Dhaliwal, R.S. and Rau, I.S., *Int. J. Eng. Sci.*, 8-10 (1970), 843.
- (8) 相原, 機論, 44-384 (昭 53), 2592.
- (9) 水口・ほか 3 名, 機論, No. 803-4 (昭 55-7), 1.
- (10) 水口・ほか 3 名, 機論, No. 807-2 (昭 55-9), 55.
- (11) 遠藤・梅田, バルカーレビュー, 14-6 (昭 45), 1.

討 論

〔質問〕 柴原正雄 (金沢大学工学部)

大変有用な解析と実験のご研究に興味を持ち、敬意を表す。

数値解析結果と実験との対比の点で

(1) 無限厚板 I, II, III に対応するモデルは半径が厚さに比べて大きい円板としたとのご主旨が述べら

れているが、負荷域 a との対比についての記述が必要なのではないか。

(2) 図9で示された実験値は、結果的には諸因子による変化の小さい領域内のものが対象となり、せっかくの実験のもつ意義が薄いように見受けられる。むしろかしい点もあるが、例えば $h_2/h_1=0.5$ や $h_1/a=1.5$ などを対象にされてはいかがいか。

〔回答〕 (1) ご指摘のとおり、負荷域 a は円板の半径に比べて小さいとの記述をすべきであった。

(2) 測圧ピンによる接触面の応力測定法は測定位置にピンを埋め込むため、本実験モデルにおいてピン穴付近に負荷を作用させた場合にはピン穴による影響を受け、測定精度が問題になると思われる。そのため本実験では負荷より少し離れた位置からの応力測定を行ったが、負荷付近の応力が大きな所での測定については今後検討したい。

〔質問〕 尾田 十八 (金沢大学工学部)

実用的観点からの研究で興味深く拝見した。

(1) 研究方針が金属平形ガスケットの密封性を明らかにすることだが、この点から言えば、実際はボルト穴があり、その近傍に荷重が作用するようなモデルを解析すべきと思うがいかがか。また本論文の結果はそのままこの種の問題に適用可能か。

(2) 理論計算と実験との比較より、それらの妥当性を評価されているが、比較している部分は荷重点からかなり離れ、しかも低応力部なので、サン・ブナンの原理からすると、このことは $p(r)$ の total さえ一致しておれば、その範囲や分布形にはほぼ無関係に成立するのではないか。

(3) ガスケットの密封性のためには $(\sigma_z)_{z=0}$ の分布として、どのようなことが望まれる条件なのかご教示願いたい。

(4) 接触面の分離推定点は、本論文の手法でなく、一体としてのモデル解析における引張応力発生位置からも予測は可能だが、このようなものと本論文の結果とを比較しておられるならばお知らせいただきたい。

〔回答〕 (1) 実際にはボルト穴がある場合を解析すべきと思うが、その前段階として金属平形ガスケットの密封性能に関する基本的な性質や傾向を明らかにしておくことが重要であると考え、本論文ではボルト穴のない簡単なモデルについて解析を行った。ボルト

穴を有する場合については別の機会に報告する予定である。なお本結果は図1の解析モデルにおきかえられるような問題に対してそのまま適用可能と思う。

(2) ご指摘のとおりである。なお理論計算と実験との比較の有意性であるが、実験では接触面において摩擦や分離などが考えられるのに対し、対応する解析モデルでは接触面は滑らかに接するという仮定のもとに解析を行ったが、両者はかなりよく一致した結果となった。このことは解析モデルの妥当性のみならず、測圧ピンによる実験も評価できるものと考えた。

(3) $(\sigma_z)_{z=0}$ の分布としては分布領域が広がって密封効果が遠くまで及ぶことが望まれる。

(4) 同一の材質からなる場合には一体としてのモデル解析から接触面の分離推定点は予測可能だが、本問題では主に材質が異なる場合を扱ったため、一体モデルによる解析結果との比較はしなかった。

〔質問〕 佐藤 弘晴 (日本バルカー工業会社)

参考までにフランジとガスケットの関係について

(1) 低圧用フランジにはソフトなガスケット材料、たとえばゴムシート、石綿ジョイントシートが高圧用フランジにはセミ・メタル、メタルガスケットが使用されている。

(2) ガスケットの寸法(幅)は低圧用フランジには高圧用フランジに比べ幅広のものが使用される。

(3) メタルガスケットは、フランジ材質の硬度(H_B)より30~50程度ソフトな金属材料を選定使用している。例えば、SuS 304のフランジには H_B 160の SuS 304 L があるいはコスト的に安い SuS 304(H_B 170)を使用する。そこで

同系の「金属材料の硬度で弾性係数との関係」とご研究結果とを合わせて、解析いただけると、現状の姿が見えてくるように考える。また、ガスケットの厚さは3mm程度以下が多く使用されている。質問者はデータブックで発表されている弾性係数(圧縮)と実際使用状態下にある弾性係数は異なると考えている。もちろん温度による影響も加味されるべきである。

〔回答〕 実際的な見地からガスケットの使用法や金属材料の選定についてご教示頂き感謝する。本研究では金属平形ガスケットの縦弾性係数の違いによる接触応力分布への影響について明らかにしたが、金属材料の硬度と縦弾性係数との関係は十分考えられるので今後硬さとの関係についても検討してみたいと思う。