CT試験片の弾塑性解析と J 積分評価*

菊池 正紀**, 宮本 博**, 田中 貢***

 J Integral Evaluation of CT Specimen in Elastic-Plastic State

by Masanori KIKUCHI, Hiroshi MIYAMOTO, and Mitsugu TANAKA

CT specimens are analyzed elastic-plastically by the 3 dimensional finite element method and the distributions of the 3 dimensional J integral along the crack front are obtained. For 1CT specimens without side groove, the J value at the center of the plate is the maximum and the minimum near the surface. It is shown that the change of both values becomes smaller by introducing the curved crack front assuming the fatigue precrack. For the side grooved specimen, the experimental J value by using the net thickness is better than that by using the effective thickness. It is shown that the J value is nearly equal along the crack front for 25% side grooved specimen. For every cases, the J value obtained by the load versus displacement curve coincides well with the average J value over the plate thickness.

Key Words: Fracture, CT Specimen, Side Groove, 3 Dimensional J Integral, Elastic-Plastic Analysis

1. 緒 言

原子炉構造物などの、高じん性材料より成る複雑な形状、境界条件下の機器の破壊力学的評価のために、 J 積分の三次元的評価への要請が高まっている。また、き裂の安定成長段階を記述するための J - R 曲線の実験的決定法⁽¹⁾のためにも、三次元弾塑性状態での J 積分の評価や、進展しつつあるき裂の J 積分評価の果たす役割は大きい。

近年、高速大容量の大形電子計算機の開発にともなう、三次元き裂問題の弾塑性解析が数多く行われるようになってきた^{(2)~(5)}。また、三次元の J 積分の数値評価法の研究も活発に行われており^{(6)~(8)}、上記詳細解析と併せて、三次元き裂問題の、 J 積分を用いた破壊力学的評価への道がひらかれつつある。そうした中で、破壊じん性試験に使用される CT、3 点曲げなどの標準試験片の弾塑性解析と、その三次元の J 積分評価がいくつか発表されている⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾。これは実験においては、Rice ら⁽¹¹⁾や Merkle ら⁽¹²⁾、Clarke ら⁽¹³⁾の簡便式を用いて容易に評価できる実験的 J 積分と、

実際のき裂先端の力学的状態がいかに対応しているかを知るためのものであり、破壊じん性試験の土台の検証という意味で貴重なものである。しかし、従来の解析は、三次元き裂のき裂縁形状を直線と仮定しているところにひとつの問題がある。サイドグループを付したものは別にして、通常の試験片では、疲労予き裂導入の際に、板厚中央部を凸とする曲線状き裂縁が形成されることはよく知られている。そうした形状が、 J 積分の値にどのように影響するかを調べておくことは重要である。またサイドグループの効果については、今井ら⁽¹⁰⁾の 3 点曲げ試験片の解析があるが、CT 試験片ではまだ少ないようである。

本報は、上記の見地より、1CT 試験片とサイドグループ付き CT 試験片の、有限要素法 (FEM) による弾性-弾塑性解析を行ったものである。き裂縁形状、板厚、サイドグループの形状、深さなどを变化させた弾性解析により、これらの J 積分の板厚方向分布に及ぼす影響を調べた。また数本の試験片の弾塑性解析により、 J 積分の分布の変化、Merkle らの簡便式による J 積分と経路積分による J 積分との関係、き裂開口変位と J 積分との関係などについても調べた。

* 昭和 58 年 11 月 28 日 第 923 回講演会において講演、原稿受付 昭和 58 年 5 月 25 日。

** 正員、東京理科大学理工学部 (〒278 野田市山崎東亀山)。

*** 学生員、東京理科大学大学院。

2. 解析対象

解析の対象としたCT試験片は次の2種類に大別される。

(1) 1CT試験片 図1には、1CT試験片の1/4の部分の要素分割、および用いた座標系を示す。試験片の形状、寸法はASTM E399.78に準じている。板厚方向には3層に分割する。図中の破線はJ積分の計算に用いた積分経路である。要素は20節点アイソパラメトリック要素を用い、要素数72、節点数488である。負荷は、図の矢印の位置で、y方向に、一様な強制変位を与えるものとする。図2には、用いた2種類のき裂縁形状を示す。図2(a)は直線状き裂縁であり、(b)は板厚中央で凸な曲線状き裂縁である。これは、図中に示すように実験によって得られた疲労予き裂形状と同一形状にしたものである。中央部では、き裂は表面より約1.3mm先行している。

(2) サイドグループ付きCT試験片 図3にはサイドグループを付したCT試験片の要素分割図を示す。サイドグループを付したことにより厚さ方向の要素分割は4層となり、サイドグループの部分は1層であらわされる。要素数96、節点数619である。用いたサイドグループ形状を図4に示す。図4(a)は標準形サイドグループであるが、1層で形状を表現したため、グループ底は鋭くなっている。図4(b)は1/4in厚さの試験片のために特に導入した形状である。サイドグループは、疲労予き裂導入の後に付すため、き裂縁形状の板厚方向変化は小さくなるので、解析には直

図1 CT試験片の寸法および要素分割

図2 き裂縁形状

線き裂縁を用いるものとする。なお、サイドグループ深さは図4を参照して次式で定義されている。

$$S.G. = (B - B_n) / B \times 100 \dots \dots \dots (1)$$

材質はA533B鋼であり、その機械的性質は、ヤング係数 $E = 206 \text{ GPa}$ 、ポアソン比 $\nu = 0.3$ 、降伏応力 $\sigma_Y = 0.549 \text{ GPa}$ である。また弾塑性状態での応力-ひずみ関係式を次式で近似する。

$$\left. \begin{aligned} \bar{\sigma} &\leq \sigma_Y; \bar{\epsilon} = \bar{\sigma} / E \\ \bar{\sigma} &\geq \sigma_Y; \bar{\epsilon} = \frac{\bar{\sigma}}{E} + \left\{ \left(\frac{\bar{\sigma}}{E'} \right)^n - \left(\frac{\sigma_Y}{E'} \right)^n \right\} \end{aligned} \right\} \dots (2)$$

ここで $\bar{\sigma}, \bar{\epsilon}$ はそれぞれ相当応力および相当ひずみであり、 $E' = 1.609 \text{ GPa}$, $n = 3.0$ である。

CT試験片のJ積分は、その対称性より、Jベクトルの3成分⁽⁸⁾のうち J_x 成分のみを考えるものとする。疲労予き裂形状を想定した試験片の場合、厳密には、 J_z 成分を非零成分としてもつはずであるが、図2(b)に示したように、き裂縁形状の板厚に沿った変化は小さいため、 J_z 成分は無視するものとした。 J_x 成分のFEMによる評価法は、すでにほかで述べた⁽⁸⁾ように、図5を参照して次式で与えられる。

図3 サイドグループ付きCT試験片

図4 サイドグループ形状

図5 三次元き裂と積分面

$$J_x = \int_{\Gamma} U dy - \sigma_{ij} n_j u_{i,x} ds - \frac{1}{B} \left\{ \int_{S_2} (\sigma_{iz} u_{j,x}) dS - \int_{S_3} (\sigma_{iz} u_{j,x}) dS \right\} \dots (3)$$

ここで U はひずみエネルギー密度, σ_{ij} は応力テンソル, u_i は変位ベクトル, n_i は法線ベクトルである。また J_x 積分は各要素の中央部で, すなわち板厚方向には3箇所評価するものとする。

3. 弾性解析結果

3.1 1CT試験片 図6には1CT試験片の板厚のみを, 1 in ($B/W=0.5$) から 1/8 in ($B/W=0.0625$) まで4とおりに変化させた時の J_x 値の板厚方向分布を示す。ただし, B は試験片厚さ, W はき裂長さとりガメント長さの和である。いずれもき裂縁は直線である。 $B/W=0.5$ の標準形試験片の場合, 自由表面近傍の J_x 値は中央部のそれより約20%小さくなっている。板厚が小さくなるにつれて, J_x 値は中央部で

減少し表面近傍で増加する。その結果, $B/W=0.0625$ では両者の差は約2%にすぎない。図7には, 式(3)で示された J_x 値の各項の寄与を示す。式(3)の第1項は, 板厚方向での変化は少なく, $B/W=0.5$ 以外では板厚にかかわらずほぼ一定の値をとる。しかし第2項は, 板厚中央部ではほぼ一定であるが, 表面近傍では板厚による変化が著しい。すなわち図6に示された板厚の効果は, 式(3)の第2項がもたらしたものであることがわかる。

図8には, 図2(b)のき裂縁形状を有する1CT試験片の結果を, 直線き裂の結果とともに示す。疲労き裂によるき裂縁のわん曲を考慮すると, J_x 値は板厚の中央部70%程度の部分ではほぼ一定の値をとり, 自由表面近傍ではそれより約10%大きくなる。自由表面近傍ではき裂形状がばらつく可能性を考慮すると, 疲労き裂は, J_x 値が一定になるような形に進展するとする Bakker の結果⁽³⁾と一致するものと思われる。なお, この場合, J_x 値は直線き裂のそれに比べて小

図6 板厚を変えたCT試験片の J_x 値分布

図7 式(3)の第1, 2項の寄与

図8 き裂縁形状の違いによる J_x 値分布の変化

(a) $B/W=0.5$

(b) $B/W=0.25$

(c) $B/W=0.125$

図9 サイドグループ深さを変えた時の J_x 値分布の変化

さくなっているが、これは荷重線変位の等しいところで比較しているためであり、両者のコンプライアンスが異なることによるものである。

3.2 サイドグループ付きCT試験片 図4(a)の形状のサイドグループを、 $B/W=0.5, 0.25, 0.125$ の3とおりの厚さのCT試験片に種々の深さまで付し、 J_x 値の分布の変化を調べた。結果を図9(a)~(c)に示す。サイドグループが深くなるほど、 J_x 値は板厚全域で増加するが、特に自由表面近傍でその傾向は著しい。 $B/W=0.5$ の場合、S.G.=15%で、また $B/W=0.25$ ではS.G.=20%でそれぞれ板厚方向にほぼ一定の J_x 値分布が得られる。しかし $B/W=0.125$ ではサイドグループが深くなるにつれて J_x 値は全体がほぼ平行に増加していくのみで、板厚方向に

一定の J_x 値は得られない。そこでこの試験片については、図4(b)の形状のサイドグループを付すこととした。図10にはその結果を示す。S.G.=10%で板厚に沿って一定の J_x 値分布が得られている。図11には式(3)の各項の寄与を示す。オ1項はサイドグループ深さが変化しても大きくは変化しないのに対して、オ2項は大きく変化する。すなわち、板厚の変化と同じく、サイドグループ深さによる J_x 値分布の変化もまた、式(3)のオ2項によってもたらされている。

4. 弾塑性解析結果

上記の弾塑性解析結果より、以下の4種類のCT試験片を選んで弾塑性解析を行った。

④ $B/W=0.5$ の直線状き裂をもつ試験片。

図10 $B/W=0.125$, 図4(b)のサイドグループを付した試験片の J_x 分布

図11 図10の J_x 値への各項の寄与

図12 荷重-荷重線変位曲線

図13 弾塑性状態での J_x 値の板厚方向分布

③ $B/W=0.5$ の疲労予き裂形状をもつ試験片。

④ $B/W=0.5$ の試験片に、図4(a)形のサイドグループを25%深さまで付したもの。

⑤ $B/W=0.125$ の厚さで、図4(b)形10%深さのサイドグループを付したもの。

以下では便宜上、それぞれの試験片を、上記④～⑤の符号で呼ぶものとする。

それぞれについて、弾塑性解析は、 J_x 値が最大の位置で約 100 kJ/m^2 を越えるところまで行うものとした。

4.1 荷重-変位曲線 図12には、4本の試験片の荷重-荷重線変位曲線を示す。縦軸の荷重は板厚 B で割ったものである。サイドグループの板厚としては、図4の正味板厚 B_n を用いて求めたものと、次式で示す有効板厚 $B_e^{(14)}$ を用いたものと両方を示す。

$$B_e = B - (B - B_n)^2 / B \dots\dots\dots (4)$$

B_e と B_n との比は、試験片③では $B_e/B_n=1.25$ 、④では1.1となり、 B_n を用いた場合、単位厚さ当たりの荷重は B_e を用いたものよりそれぞれ25%と10%高めに評価されることになる。それはまた、この荷重-変位曲線より Merkle らの簡便式を用いて評価される J 積分についても同様である。図12をみると、試験片③では B_e を用いた場合が、また⑤では B_n を用いた場合が、④の結果に近い値となっている。大塚は⁽¹⁵⁾、実験により試験片③の荷重-変位曲線は、 B_e を用いると④のそれと一致することを示しているが、本解析結果もそれと同一の結果になっている。試験片③の結果は、直線き裂のその下にある。これは、ASTM E399,78 に準じて試験片③のき裂長さを測定すると、 $a=31.65 \text{ mm}$ となり、④の場合の $a=30.48 \text{ mm}$ より長いためである。

4.2 J_x 値の板厚方向分布 図13(a)～(d)には、弾塑性変形時の J_x 値の板厚方向分布を示す。試験片④では、変形が進むにつれて J_x 値は板厚中央部で表面近傍に比べてますます大きくなってゆく。試験片⑤では、変形の初期には自由表面近傍での J_x 値が最大であるが、変形の進行につれて中央部の J_x 値が急激に増加し、結局④とよく似た傾向になる。試験片③では変形するにつれて、 J_x 値は板厚全域でほぼ一様に増加しており、板厚方向のこう配は他に比べて著しく小さい。そして試験片⑤では、弾性状態では板厚方向に一定の値をとっていたが、変形が進むにつれて、中央部と表面との差は急激に大きくなり、板厚が薄いにもかかわらず、板厚方向のこう配は最大となる。

図14(a)～(d)には、それぞれの試験片について、板厚方向の各層での J_x 値と、Merkle らの簡便式による J_M 値とを、変位を横軸にとりて示す。図中、 J_{x1} 、 J_{x2} 、 J_{x3} は、それぞれ図1、3に示す要素分割において、表面に近い方から1層、2層、3層としたときのそれぞれの層で評価された J_x 値である。すなわち、 J_{x1} は表面近傍での、また J_{x3} は板厚中央部での J_x 値をそれぞれあらわす。試験片③、⑤については、 J_M 値は B_e 、 B_n それぞれの板厚を用いた場合について示している。試験片④、⑤では、 J_M 値は板厚中央部およびその近傍の J_{x2} 、 J_{x3} に近い値となっている。そし

図14 各層での J_x 値と、Merkle らの簡便式による J_M 値

てその傾向は、疲労予き裂形状を想定した試験片⑩の結果のほうがより顕著である。著者らが先に行った定応力要素を用いた1/2 inの厚さをもつCT試験片の弾塑性解析では、 J_M 値と J_{x3} 値とがほぼ等しくなる結果となったが、ここでも定性的には同じ結果となっている。サイドグループを付した他の2本の試験片については、有効板厚 B_e による J_M 値はいずれも、板厚中で最大の J_x 値よりかなり小さくなっている。それに対して、正味板厚 B_n によるものは、特に試験片⑩の場合、最大の J_x 値(J_{x1})とごく近い値となっている。その差を、弾塑性解析の最終段階で調べてみると、 $J_M(B_e)$ 値は J_{x1} 値より19%小さいのに対し、 $J_M(B_n)$ 値は J_{x1} 値よりわずか2%大きいのみであり、 J_{x2} 、 J_{x3} 値とも、5~6%しか違わない。このことは、一般によく行われているように、図4(a)形のサイドグループを付した試験片を用いて実験を行い、 B_e を用いて J_M を評価し、これによって破壊じん性値を決定しようとする、 J_{Ic} 値を過小評価することになる可能性を示唆している。一方、今井ら⁽¹⁰⁾の3点曲げ試験片の解析では、 B_n を用いるとJ値を過大評価することになるとの指摘がある。CT試験片と3点曲げ試験片との違いも含めて、この点は今後更に、実験、数値解析の両面から慎重に検討する必要がある。

表1(a)~(d)には、いくつかの変位レベルにおいて、 J_{x3} 値を基準として、他のJ値の大きさをあらわしている。表中、 J'_x は、図15を参照して、次式により求めた、 J_x 値の板厚全体での平均値である。

$$J'_x = \frac{\sum J_{xi} b_i}{B/2} \quad (5)$$

ここで B は板厚、 b_i は板厚方向に要素分割された各層の厚さ、 J_{xi} はそこでの J_x 値である。

試験片④と⑩の結果を比べると、 $\delta=0.7\sim0.8$ mmの変位レベルで、 J_x 値の板厚方向での変化は、④で約32%であるのに対して、⑩では約23%と、9%ほど小さくなっている。しかし、板厚中央部で最大である点は、直線き裂の場合と変わらない。このことは、実験において観察される、安定き裂成長でのト

図15 J_x の平均値の計算モデル

ンネリングに対応しているものと思われる。また試験片⑩では、 J_{x1}/J_{x3} の値は、変形の進行とともに小さくなり、1.0に漸近していく。このことは、25%サイドグループ付きCT試験片は、変形の進行とともに、相対的には J_x 値の板厚方向分布が均一化していることを意味する。 J_{x2}/J_{x3} にも、それはあらわれている。これは、この種の試験片においては、安定き裂の成長が板厚方向でほぼ一様に生じるとする実験事実⁽¹⁶⁾⁽¹⁷⁾と良く対応している。

また4本の結果を通じてきわめて特徴的なことは、 J_M/J_{x3} （サイドグループ付き試験片では、 B_n による J_M/J_{x3} ）と、 J'_x/J_{x3} の値とがいずれの場合もごく近い値をとっていることである。両者の差は、最大である試験片⑩の場合でもわずか5%にすぎず、板厚方向での J_x 値のこう配が激しい⑩でも5%以内である。そして、疲労予き裂形状を想定した試験片⑩では、1%未満と、きわめて良好な一致がみられる。したがって、 J_M および $J_M(B_n)$ は、 J_x 値の板厚に沿っての分布の平均値をあらわすものと考えてよい。

4.3 き裂開口変位と塑性域 図16(a)~(d)には、4本の試験片のき裂開口変位(COD)の板厚方向分布を示す。ただしここでは、CODとして、き裂先端

表1 J_{x3} 値に対する他のJ値の比較

(a) $B/W=0.5$, 直線き裂

δ (mm)	J_{x1}/J_{x3}	J_{x2}/J_{x3}	J_M/J_{x3}	J'_x/J_{x3}
0.15	0.969	0.949	0.933	0.978
0.35	0.774	0.936	0.918	0.941
0.55	0.711	0.931	0.908	0.929
0.71	0.681	0.916	0.892	0.919

(b) $B/W=0.5$, 曲線き裂

δ (mm)	J_{x1}/J_{x3}	J_{x2}/J_{x3}	J_M/J_{x3}	J'_x/J_{x3}
0.12	1.12	1.00	1.02	1.02
0.35	0.979	1.00	0.999	0.997
0.55	0.846	0.977	0.967	0.967
0.77	0.772	0.942	0.942	0.942

(c) $B/W=0.5$, 25% S.G.

δ (mm)	J_{x1}/J_{x3}	J_{x2}/J_{x3}	$J_M(B_e)/J_{x3}$	$J_M(B_n)/J_{x3}$	J'_x/J_{x3}
0.22	1.13	1.03	0.867	1.08	1.03
0.35	1.09	1.02	0.857	1.07	1.02
0.50	1.06	1.01	0.851	1.06	1.01
0.67	1.03	0.992	0.839	1.05	1.00

(d) $B/W=0.125$, 10% S.G.

δ (mm)	J_{x1}/J_{x3}	J_{x2}/J_{x3}	$J_M(B_e)/J_{x3}$	$J_M(B_n)/J_{x3}$	J'_x/J_{x3}
0.13	0.998	1.00	0.903	0.993	1.00
0.36	0.777	0.942	0.844	0.928	0.944
0.50	0.673	0.870	0.814	0.895	0.902
0.69	0.647	0.886	0.783	0.860	0.903

に最も近いき裂面上の節点の y 方向変位、と定義している。試験片④～⑥については、CODの分布は、図13に示した J_x 値の板厚方向分布とよく似た傾向を示している。しかし試験片⑦については、CODの板厚方向の変化は、 J_x 値のそれほど大きくはない。

一般に、き裂先端開口変位(CTOD)と J_x 値との間には、二次元解析により次式の関係があることがわかっていて、

$$\text{CTOD} = \alpha J / \sigma_Y \dots \dots \dots (6)$$

ここで α は0.5～0.6の値をとるとされている。表2には、前記CODをCTODに等しいものとして、いくつかの変位レベルで α の値を計算したものを、試験片④、⑥について示す。変形初期では α は0.7～0.9と大きな値となっているが、変形が進行するほど、また板厚の中央部(第3層)ほど、 α の値は0.5に近づいていく。

これは試験片④、⑥についても同じである。

図17(a)～(d)には、それぞれの試験片の弾塑性解析の最終段階における塑性域形状を、自由表面近傍($2Z/B=0.981$)、第2層の中間部($2Z/B=0.667$)、板

表2 CTODと J/σ_Y の比(a) $B/W=0.5$, 曲線き裂

δ (mm)	No. of layer	α
0.35	1	0.861
	2	0.880
	3	0.911
0.55	1	0.761
	2	0.699
	3	0.706
0.77	1	0.710
	2	0.629
	3	0.617

(b) $B/W=0.5$, 25% S.G.

δ (mm)	No. of layer	α
0.35	1	0.686
	2	0.719
	3	0.713
0.50	1	0.577
	2	0.609
	3	0.603
0.67	1	0.519
	2	0.552
	3	0.544

図16 き裂開口変位(COD)の板厚方向分布

図17 き裂先端に形成される塑性域形状

厚中央部 ($2Z/B=0.053$) の3箇所を示す (ただし試験片④, ⑤については $2Z/B_n$ の値である)。試験片④, ⑤ではともに, 自由表面近傍の塑性域の形状は, 板厚中央部のそれより大きく, それぞれ平面応力, 平面ひずみ状態に近いことを示している。一方サイドグループを付した試験片⑥, ⑦では, 自由表面で塑性域が大きくなることはなく, ⑥では逆に少し小さくなっている。⑦も, CODの分布と同様, J_x 値の板厚方向こう配が大きいにもかかわらず, 塑性域形状はほぼ一定である。これらは, サイドグループによる変形拘束効果によるものと思われる。しかし要素分割があらいに起因して, 試験片④~⑦を通じて, 塑性域形状の板厚方向分布に関しては, 顕著な特徴は認められない。

5. 結 言

種々条件を変えたCT試験片の弾性-弾塑性解析を行い, き裂縁に沿った三次元の J 積分の分布を調べた。得られた主な結論は以下のとおりである。

(1) 疲労予き裂形状を想定すると, 弾性状態では J_x 値はき裂縁に沿ってほぼ一定になるが, 弾塑性変形に進行にともなって, 板厚中央部で最大となる。これは安定き裂成長のトンネリングに対応している。

(2) 25%深さのサイドグループを付した1CT試験片では, J_x 値は板厚方向でほぼ一定であり, これは安定き裂が一様に成長するという実験事実と一致する。

(3) サイドグループを付した試験片の J_M 値は, 正味板厚 B_n による $J_M(B_n)$ 値が, 有効板厚による

$J_M(B_e)$ 値より, 経路積分による J_x 値に近い値となる。

(4) J_M 値 [サイドグループ付き試験片では $J_M(B_n)$ 値] は, 板厚全体での平均された J_x 値と, いずれの試験片でも良く一致する。特にそれは, 疲労予き裂形状を想定した場合に顕著である。

(5) CTODと J/σ_Y との比は, 板厚中央部ほど, また塑性変形が進行するほど, 0.5に近くなる。

本研究を行う過程で, 昭和57年度東京理科大学理工学部機械工学科卒業研究生 長岡明夫, 細越隆志の両君には数値計算を行う際に協力を得た。ここに感謝する次第である。

文 献

- (1) Albrecht, P., ほか7名, *JTEVA*, 10-6 (1982), 245.
- (2) Redmer, J., ほか2名, *Numerical Method in Fracture Mechanics*, (1980), 295.
- (3) Bakker, A. *Trans. 6th SMIRT*, G3/3, (1981).
- (4) Schmitt, W. and Hollstein, T., G3/4, (1981).
- (5) 岸本・ほか3名, 機講論, No.800-10 (昭55-8), 44.
- (6) 矢川・ほか2名, 機講論, No.810-2 (昭56-4), 123.
- (7) 久保・大路, 材料, 30 (昭56), 796.
- (8) 宮本・ほか2名, 機論, 49-439, A (昭57), 314.
- (9) 菊地・ほか3名, 機論, 50-456, A (昭59).
- (10) 今井・真武, 機講論, No.820-12 (昭57-10), 88.
- (11) Rice, J. R., ほか2名, *ASTM Spec. Tech. Publ.*, 536, (1973), 231.
- (12) Merkle, J. G. Corten, H. T., *Trans. ASME*, Ser. J, 96-4 (1974), 286.
- (13) Clarke, G. A., ほか7名, *JTEVA*, 7 (1979), 49.
- (14) Shih, C. F. and Delorenzi, H. G., *Int. J. Fract.*, 13 (1977), 544.
- (15) 大塚, 機講論, No.810-7 (昭56-7), 119.
- (16) 平野・ほか3名, 機講論, No.820-2 (昭57-4), 4.
- (17) 岩館・ほか5名, 機講論, No.810-11 (昭56-10), 21.