アンカーのない円筒タンクのロッキングに対する耐震解析法*

(第 2 報, 底板浮上りを考慮した動的応答)

石 田 和 雄**, 小 林 信 之**

Nonlinear Rocking Analysis of Unanchored Cylindrical Tanks
(2nd Report, Dynamic Response with Consideration of Uplift of Bottom Plates)

by Kazuo ISHIDA and Nobuyuki KOBAYASHI

An effective method for calculating the nonlinear rocking response of ground-supported unanchored cylindrical tanks to earthquakes was developed. In this method, tank wall and liquid content are replaced with a mass-spring system, and the nonlinearity associated with the partial uplift of bottom plates due to overturning moments is considered as the rotational spring of bi-linear type which is determined by a static uplift analysis of tank bottom. The reliability of the dynamic analysis was illustrated by computing resonance frequencies, response accelerations and rotation angles of tank models and by comparing them with the results of vibration tests.

A seismic design procedure for nonlinear rocking of tanks is proposed, in which the uplift height of bottom plates is calculated by dynamic rocking analysis and the corresponding radial stress of them is obtained by static analysis. And a rocking analysis of a full-sized tank was tried, too.

Key Words: Vibration, Structural Analysis, Cylindrical Tank, Seismic Design, Rocking, Bottom Plate Uplift, Vibration Test, Mass-spring Model

1. 緒 言

アンカーのない地上式平底円筒液体タンク(以下、タンクと略称する)の底板の一部が、地震時の転倒モーメントにより浮上ることが知られている。最近、この底板の浮上り挙動を調べるために、模型振動実験が行われている^{(1)~(3)}。しかし、これらは実験による現象の定性的な解明にとどまり、タンク底板の浮上りを考慮したロッキング挙動は、設計に应用されるまでに十分解明されたとは言えない。

この問題を解明するために、第 1 報⁽⁴⁾では、底板の浮上りを考慮した静的力学モデルによるタンクのロッキング変形解析を行い、実験結果とかなりよく一致することを示した。本報では、タンク底板の浮上りを非線形の回転復元力特性として考慮した質点系ロッキング振動計算モデルを作り、振動実験結果と比較し、解析法の妥当性を検討した。その結果を用いてタンクのロッキングに対する耐震設計法を提案するとともに、実機タンクのロッキング応答について試算し、浮上りを伴うロッキング振動の特性を調べた。

2. 浮上りを考慮したロッキング応答解析

2.1 前提条件 弾性基礎上に置かれたアンカーのないタンクが水平力 F_h を受けると、図 1 (b) に示すように側壁直下の局部変形主体のロッキングがおこる⁽⁵⁾。このようなタンク底板の浮上りと側壁直下の局部的沈み込みを考慮した非線形ロッキングの解析のために、以下に示す仮定(1)~(3)を設けて、図 1 (c) に示す、ばね質点系振動モデルを考える。

(1) ロッキングにより浮上る底板は周辺部に限定され、底板の大部分は水平面内に保持される。

(2) タンク側壁の円筒断面は平面を保持する。

(3) 地震動は水平一方向のみに作用する。

2.2 振動有効質量 内容液を地震動の短周期成分に応答する付加水質量 m_f と、やや長周期成分に応答するスロッシング自由水質量 m_2 に置換する。剛な基礎スラブ上のタンクのロッキングで通常考慮される底板全体の回転運動による速度ポテンシャルは、仮定(1)により無視するものとし、タンク基部固定の場合の側壁の水平並進運動に対する速度ポテンシャルから求まる質量 m_f 、 m_2 やその重心高さ h_f 、 h_2 を用いる^{(6)~(9)}。図 1 に示す質量やその重心高さは式(1)で与えられる。

* 昭和 58 年 11 月 29 日 第 923 回講演会において講演、原稿受付 昭和 58 年 5 月 25 日。

** 正員、石川島播磨重工業(株) (〒135 東京都江東区豊洲 3-2-16)。

$$\left. \begin{aligned} m_1 &= m_f + m_t \\ m_0 &= m_r - m_f + m_b \\ I_0 &= I_t + m_f h_f^2 + m_t h_t^2 - m_1 h_1^2 \\ h_1 &= \frac{m_f h_f + m_t h_t}{m_f + m_t} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 m_f はタンクの弾性変形に伴う連成水質量を、 m_r はタンクの剛体的水平運動に伴う固定水質量を表す。また、 m_t 、 m_b はそれぞれ側壁部質量および底部質量を、 m_0 は底部仮想質量を、 I_0 は回転慣性質量を、 I_t は側壁部の重心回りの回転慣性質量を表す。さらに、 h_f 、 h_t はそれぞれ m_f 、 m_t の重心高さを表す。

2・3 復元力特性 タンク自重や転倒モーメント M_0 による側壁下端の基礎への沈み込みに対する基礎のばね k_t ⁽⁴⁾ と底板の浮上がりによる抵抗力を考慮して、回転ばね k_θ を bi-linear 形にモデル化し、式(2)で表す。

$$k_\theta = \begin{cases} k_{\theta 1} = \pi a^3 k_t & (|\theta_t| \leq \theta_{t1}) \\ k_{\theta 2} & (|\theta_t| > \theta_{t1}) \end{cases} \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 $k_{\theta 1}$ は底板の浮上がりなしの場合の回転ばね定数を、 $k_{\theta 2}$ は底板浮上がり時の回転ばね定数を、 a は側壁半径をそれぞれ表す。また、 θ_t はロッキング回転角を、 θ_{t1} は回転ばね定数の変化する点の回転角をそれぞれ表す。 $k_{\theta 2}$ と θ_{t1} は第1報に示す静的力学モデルにより得られる M_0 - θ_t 曲線から決定される。

底部の水平ばね k_0 の値として実機タンクの地盤を半無限弾性体とみなした円形基礎（接地圧放物線分布の場合）の水平方向ばね定数⁽¹⁰⁾を適用し、式(3)で与える。

$$k_0 = \frac{3\pi a G_\theta}{2(2-\nu_\theta)} \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 G_θ は地盤のせん断弾性係数を、 ν_θ は地盤のポアソン比を表す。

側壁部のばね定数 k_1 および自由水質量に対応するばね定数 k_2 は式(4)で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} k_1 &= (2\pi f_1)^2 m_1 \\ k_2 &= (2\pi f_s)^2 m_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

ここに、 f_1 、 f_s はそれぞれ側壁と内容液との連成振動の一次固有振動数およびスロッシング一次固有振動数を表す。

2・4 運動方程式 図1の3質点系モデルについて水平および回転方向の釣り合いから、式(5)が導かれる。

$$[M]\{\ddot{X}\} + [C]\{\dot{X}\} + [K]\{X\} = -[M]\{\ddot{X}_g\} \dots\dots\dots (5)$$

ここに $\{X\}$ は変位ベクトルを、 $\{\ddot{X}_g\}$ は入力加速度

ベクトルを表し、式(6)で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \{X\} &= \{x_0, x_1, x_2, \theta_t h_1\}^T \\ \{\ddot{X}_g\} &= \{\ddot{x}_g, \ddot{x}_g, \ddot{x}_g, 0\}^T \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

ただし、 $\ddot{}$ などは時間微分を表す。

また $[M]$ 、 $[C]$ 、 $[K]$ はそれぞれ質量マトリックス、減衰マトリックス、剛性マトリックスを表し、式(7)～(9)で与えられる。

$$[M] = \begin{bmatrix} m_0 & & & \\ & m_1 & & 0 \\ & 0 & m_2 & \\ & & & I_0/h_1^2 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (7)$$

$$[C] = \begin{bmatrix} C_0 + C_1 & -C_1 & 0 & C_1 \\ & C_1 + C_2 & -C_2 & C_2 h^* - C_1 \\ & & C_2 & -C_2 h^* \\ \text{Sym.} & & & C_1 + \frac{C_\theta}{h_1^2} + C_2 h^{*2} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (8)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} k_0 + k_1 & -k_1 & 0 & k_1 \\ & k_1 + k_2 & -k_2 & k_2 h^* - k_1 \\ & & k_2 & -k_2 h^* \\ \text{Sym.} & & & k_1 + \frac{k_\theta}{h_1^2} + k_2 h^{*2} \end{bmatrix} \dots\dots\dots (9)$$

ここに、 C_0 、 C_1 、 C_2 、 C_θ は減衰係数を表し、 $h^* = (h_2 - h_1)/h_1$ とする。

k_θ の非線形性を考慮して接線剛性を用いて増分形式に直し、数値積分を行い、任意の地震入力加速度 $\ddot{x}_g$ に対する応答を求める。

図1 ロッキング振動解析モデル

3. 振 動 実 験

3・1 実験方法 実験に用いたモデルは第1報に示した直径970 mm、高さ1080 mmのステンレス製タンクであり、底板板厚 $t_b=0.2$ mm、側壁板厚 $t_s=0.8$ mmである。タンク支持条件として弾性基礎を模擬するため、厚さ $t_f=13$ mmおよび25 mmのゴムマットを振動台上に固定し、その上にタンクを載せ加振した。ゴムマットのばね定数は、 $t_f=13$ mmでは $74 \text{ MN/m}^3 \{7.5 \text{ kgf/cm}^3\}$ 、25 mmでは $54 \text{ MN/m}^3 \{5.5 \text{ kgf/cm}^3\}$ であった。実験は、定加速度正弦波掃引実験(掃引速度 0.05 Hz/s)により側壁の加速度や変位を計測して共振点を見だし、正弦波定常加振により共振点におけるモード(側壁の加速度、変位、液圧および底板のひずみなど)を計測し、ロッキング振動の特徴を調べた。実験条件を表1に示す。表中、 h_l は水位を表す。

3・2 実験結果 図2に掃引実験より得られた $t_f=13$ mm、 $h_l=800$ mmの場合のロッキング回転角の応答曲線を示す。最大の応答を示す5.9 Hzの共振点の振動モードを図3に示す。周方向モードは、高さ500 mmの断面の加速度モードで、周方向調和次数 $n=1$ であり、 $\phi=90^\circ$ の側壁接線方向加速度モードは直線的である。鉛直変位モードは、側壁下端で直線的であるが、破線で示される 0° - 180° を通る縦断面内の底

表1 振動掃引実験加振加速度

h_l \ t_f	13mm	25mm
800mm	25gal	25gal
	50gal	—
500mm	30gal	30gal
	50gal	50gal
	75gal	75gal

図2 ロッキング回転角の応答曲線

板変位については、周辺部のみの浮上がりが顕著である。これらのことから、タンク側壁の変形は剛体的で、円筒断面が平面を保持しながらロッキング振動をしていることがわかり、前述の解析モデルの前提条件は満足されている。ここでは、このモードをはり形モードと呼ぶ。

図2の10.0 Hzの共振点モードは $n=2$ であり、花びら形モードであった。5.2 Hzの共振点は、モデルタンク底部の初期不整により振動主軸が加振方向からずれているために生じたものであり、はり形モードの一種とみなされる。以降は最大の応答値を示すはり形モードのロッキングについて検討を進める。

図4に掃引実験で得られた共振振動数と加振加速度

図3 ロッキング振動のモード

図4 共振振動数と加振加速度

表 2 正弦波掃入力に対する共振振動数と応答値

Condition				Resonance freq.			Rotat angle θ_i			Response factor of accel.		
h_i (mm)	t_i (mm)	Excit. accel. (gal)										
				f_{exp} (Hz)	f_{cal} (Hz)	$\frac{f_{cal}}{f_{exp}}$	θ_{exp} $\times 10^{-3}$ (rad.)	θ_{cal} $\times 10^{-3}$ (rad.)	$\frac{\theta_{cal}}{\theta_{exp}}$	M_{exp}	M_{cal}	$\frac{M_{cal}}{M_{exp}}$
800	13	25	up	7.7	7.94	1.03	1.08	0.98	0.91	4.13	5.11	1.23
			down	5.2	4.17	0.80	2.33	2.52	1.08	5.92	6.93	1.17
		50	up	5.9	5.85	0.99	2.78	2.56	0.92	3.66	3.10	0.85
			down	4.2	4.05	0.96	5.50	6.38	1.16	3.35	3.70	1.10
	25	25	up	7.2	7.12	0.99	1.16	1.18	1.02	4.23	5.62	1.33
			down	5.1	4.00	0.78	3.03	2.67	0.88	6.08	6.43	1.08
500	13	30 up		12.4	12.8	1.03	0.56	0.51	0.91	3.86	5.83	1.51
		50 up		10.5	10.8	1.03	1.06	0.86	0.83	2.85	2.95	1.04
		75 up		8.3	7.71	0.93	2.75	2.49	0.91	2.62	2.77	1.06

Note ; up : sweep up, down : sweep down

図 5 転倒モーメントと回転角

との関係を示す。また、表 2 に共振振動数、ロッキング回転角および加速度応答倍率を示す。これらの結果から次のことがわかる。

- (1) 加振加速度が大きくなるほど、共振振動数は低下する。
- (2) Softening Spring 形の非線形性が強い。
- (3) 水位が高いほど、また基礎ばね定数が小さいほど、共振振動数は低下する。

4. 検 討

4.1 解析と実験の比較 図 2 および表 2 には、前述の 3 質点系振動モデルを用いて Newmark- β 法 ($\beta=1/6$) により計算した結果を合わせて示す。計算に用いた諸定数の例を表 3 に示す。また $t_r=13$ mm, $h_i=800$ mm の場合の k_θ の bi-linear 近似モデルを図 5 に実線にて示す。図 2 および表 2 の計算値と実験値の

表 3 解析タンクの主仕様と諸定数

Item	Kind of tank	Experiment
Tank	Radius a (m)	0.485
	Height h_i (m)	1.08
	Shell thickness t_r (m)	0.0008
	Bottom plate thick t_b (m)	0.0002
	Material	SUS304
Liquid	Density (kg/m^3)	1,000
	Height h_r (m)	0.80
	Material	Rubber
	Shear modulus (N/m^2)	1.27×10^6
Foundation	Poisson's ratio	0.5
	Spring constant k_r (N/m/m)	6.76×10^5
Mass	m_0 (kg)	49
	m_1 (kg)	397
	m_2 (kg)	164
	I_0 ($\text{kg} \cdot \text{m}^2$)	14.3
Height Of mass	h_1 (m)	0.37
	h_2 (m)	0.56
Spring constant	k_0 (N/m)	3.76×10^7
	k_1 (N/m)	2.10×10^8
	k_2 (N/m)	6.06×10^3
	$k_{\theta 1}$ ($\text{N} \cdot \text{m/rad}$)	2.42×10^5
	$k_{\theta 2}$ ($\text{N} \cdot \text{m/rad}$)	4.59×10^4
	θ_1 (radian)	0.50×10^{-3}
Damping ratio	Rocking and swaying mode	0.06
	Sloshing mode	0.005

1 N=0.102kgf

比較から、計算値は実用的精度で実験値とおおよそ一致すると考えられる。

振動実験および静的傾斜実験⁽⁴⁾の側壁下端部における転倒モーメント M_θ と回転角 θ_i の関係を図 5 に示す。この比較から、両者の特性はほぼ同一と考えられる。なお、振動実験の転倒モーメントは、90° 方向側壁の接線方向加速度の実測値を用い、振動モードを考慮して速度ポテンシャル理論により得られる動液圧を積分した値である。また、底板のひずみと底板浮上がり高さの関係についても、振動実験結果と静的傾斜実験結果とでおよそ対応していることが確認されている。したがって、転倒モーメントまたは底板浮上がり高さとの関係について、動的加振と静的

傾斜との間に一義的対応があるものと考えられるので、ロッキング振動時の底板の応力算定は、本解析による振動時の転倒、モーメントや応答浮上がり高さをを用いて、第1報の静的手法により行うことができる。

4.2 実機タンクでの応答計算例 前述の応答解析手法を用いて、土基礎上の 30 000 m³ 級のタンクの非線形ロッキング振動応答計算を行い、浮上がりを考えない線形ロッキングの場合と比較する。図6に、タンクの転倒モーメントと回転角の関係を示す。図中、実線は第1報の静的解析手法により得られたものであり、破線はその bi-linear 近似モデルである。

表4にロッキング振動の共振振動数と応答値を示す。また、図7に自然地震波に対する応答波形の例を示す。なお、計算に用いた減衰定数は、現行の耐震設計基準など⁽¹¹⁾を参考にして、スウェイおよびロッキングモードに対し 0.10、スロッシングモードに対し 0.005 である。

表4より、ロッキング共振振動数は入力加速度に依存すること、非線形ロッキングの加速度応答倍率 $\ddot{x}_1/\ddot{x}_g$ および変位応答倍率 x_1/x_g は線形ロッキングの場合のそれらより小さいこと、現実の地震波入力より厳しい正弦波定常加振を仮定するとタンク応答加速度 $\ddot{x}_1=150$ Gal 程度で浮上がりがおこりうることなどがわかる。ただし、浮上がり開始の回転角 θ_{t1} として bi-linear 近似された回転ばね k_θ の変化する点 θ_{t1} を

表4 実機タンクロッキング振動の共振点と応答値

Excit. accel. $\ddot{x}_g$ (gal)	Item	Resonance freq. (Hz)	$\frac{\ddot{x}_1 + \ddot{x}_g}{\ddot{x}_g}$	$\frac{x_1}{x_g}$	θ_1 ($\times 10^{-3}$ rad)
10 (Linear analysis)		1.90	4.99	4.67	0.065
50 (Non linear anal.)		1.63	4.19	2.77	0.907
75 (Non linear anal.)		1.27	3.50	1.44	1.42

図6 転倒モーメントと回転角 (実機タンク)

用いており、微小量の浮上がりはタンクの強度的安全性を直ちに損なうものではない。

図7で、最大 300 Gal に規準化された十勝沖地震 (1964 八戸 EW) に対する非線形解析による回転角 θ_t は、線形解析によるそれよりも大きい。また、線形解析による応答波形は入力波形とかなり似ているが、非線形解析による応答波形は浮上がりの効果により、線形の場合と異なっている。

次に、非線形解析による応答加速度と線形解析による応答加速度の比を3種の地震波 (各々、最大 300 Gal) について計算した結果は、それぞれ、十勝沖地震 (八戸 EW) に対して 0.94, Imperial Valley 地震 (1940 El Centro NS) に対して 0.60, 宮城県沖地震 (1978 塩釜 EW) に対して 1.32 であった。宮城県沖地震の場合のみ 1.0 を越えているのは、入力加速度の増大に伴い、タンクのロッキング共振振動数が低下し、地震波の卓越振動数 (0.91 Hz) に近づき応答が大きくなるためである。

5. ロッキングを考慮した耐震設計の提案

底板の浮上がりなどによる非線形効果を考慮したロッキングに対する耐震設計法の基本的手順を、図8に示す。すなわち、まず第1報で示した静的ロッキングモデルにより、浮上がり抵抗力 q_v 、基礎からの反力 q_r 、底板浮上がり高さ δ_u などの関係を求める。そこ

図7 実機タンク地震波に対する応答波形

図8 円筒タンクのロッキング耐震設計フローチャート

から導かれる転倒モーメント M_θ に対する復元力特性などを用いて、3質点系に置換したタンクの地震応答計算を行い、その応答加速度や浮上がり高さを再び静的モデルに適用して、底板や側壁下部の応力を求めることができる。

6. 結 言

タンク底板の浮上がりを伴うロッキング振動応答に

ついて理論解析および実験を行い、その結果、以下の知見を得た。

(1) 円筒タンク内容液の速度ポテンシャルから導かれる振動有効質量と、第1報の静的力学モデルにより得られた転倒モーメントに対する復元力特性などを用いて得られる。3質点系振動モデルによる非線形ロッキング応答解析結果は、実験結果とおおよそ一致する。

(2) アンカーのない円筒タンクのロッキング応答は Softening Spring 形の非線形性が強く、その応答回転角は、浮上がりを無視する線形解析による回転角より大きくなる可能性が強い。

(3) 第1報と第2報で示した解析手法を用いた、水平地震動に対するタンクのロッキングに対する耐震設計法を示し、一連の計算を可能にした。

終わりに、本研究を遂行するに当たり、懇切なるご指導および適切なお助言を賜った東京大学生産技術研究所 柴田 碧教授に厚くお礼申し上げます。また、石川島播磨重工業(株) 越智義夫氏、北村勝英氏、浅井 修氏には、論文内容についてご助言いただいた、ここに深じんの謝意を表します。

文 献

- (1) Clough, R. W. and Clough, D. P., *Proc. 4th Int. Conf. SMiRT*, No. K5/1 (1977), 1.
- (2) 石田・柴田, 機講論, No. 780-14 (昭53-10), 32.
- (3) 三村・ほか5名, 鹿島建設技術研究所年報, 29 (昭56), 27.
- (4) 小林・石田, 機械前刷 (第923回), (昭58-11).
- (5) 岡本・伊藤, 建築学会学術講演梗概集 (構造系), (昭56), 947.
- (6) 清水・ほか2名, 機論, 48-427, C (昭57), 328.
- (7) 坂井, 圧力技術, 18-4 (昭55), 184.
- (8) 浅井・ほか4名, 圧力技術, 17-3 (昭54), 3.
- (9) 頭井・新家, 圧力技術, 20-3 (昭57), 152.
- (10) 例えば, 山原, 環境保全のための防振設計, (昭49), 116. 彰国社.
- (11) 通産省告示515号, 高压ガス設備等耐震設計基準, 官報号外第93号 (昭56-10), 1.

討 論

〔質問〕 本間 義彦 (秋田大学教育学部)

(1) タンクの寸法 (底板, 側壁厚さなど) によって全体が剛体的ロッキングとみなせる場合, または全体振動するとみなせる場合などがあると考えられるが, 貴論文のように側壁円筒が剛体的ロッキングとみなせるタンクはどの程度の容量のタンクと考えられるか。

(2) 実際のタンクにおいて, 水平方向の地盤上のすべり問題とならないか。

(3) ゴムマットのばね定数 $t_f=13$ で 74 MN/m^3 , $t_f=25$ で 54 MN/m^3 とあるが試験荷重をお教え願いたい。また, この値が k_t となるのか。

〔回答〕 (1) 「剛体的ロッキング」を円筒殻横断面が平面保持するロッキングと解釈するならば, 平面保持に関与する条件は次の因子が組合わされて定まる。すなわち, タンクの高さと直径の比, 直径と板厚の比, スティフナソングまたは固定屋根の有無とそ

の剛性, 基礎の剛性, および浮上がりの時の変位量など。したがって, どの程度の容量タンクが剛体的ロッキングを呈するとみなせるかは一概にいえない。しかし, 本研究で用いた実験模形タンクは側壁部が通常の $4\,000\text{ m}^3$ タンクとほぼ相似であり, 平面保持の条件が満足されている。また, 岡本ら(付1)が $30\,000\text{ m}^3$ タンクについて有限要素法で浮上がり変形を解析した例においても, ほぼ平面保持をしているという報告がある。したがって, 土基礎のような比較的軟らかい基礎上では $30\,000\text{ m}^3$ 程度までは適用できると考えられ

(付1) 岡本・ほか2名, 圧力技術, 20-4 (昭57), 32.

る。

(2) 実際のタンクにおいて, 地震外力が大きくなれば地盤上の横すべりは問題と考えられるが, 本論文のテーマはロッキングであり, すべりは検討対象外である。

(3) ゴムマットのばね定数計測時の試験荷重は $0 \sim 8\,200\text{ N/m}^2$ $\{=836\text{ kgf/m}^2\}$ である。

また, ゴムマットのばね定数は著者らの第1報の地盤反力係数 k_r に相当し, 側壁下端の基礎への沈み込みに対する基礎のばね定数 k_b は第1報の式(13)により与えられる。