高周波焼入れされる炭素鋼の熱弾塑性応力解析*

菅原 幸夫**, 石川 博将**, 秦 謹一**
Yukio SUGAWARA, Hiromasa ISHIKAWA, Kin-ichi HATA**Key Words:** Stress Analysis, Thermoelastoplasticity, Carbon Steel, High Frequency Induction Hardening, Phase Transformation

1. 緒 言

近年、鋼の熱処理応力の数値解析が注目されているが、例えば井上ら⁽¹⁾は、高温に加熱されている鋼を基準として、焼入れされる過程における応力解析の結果および残留応力について報告している。筆者らは先⁽²⁾に、鋼の熱処理における加熱過程についても着目し、 A_3 変態温度以上に加熱され定常な温度分布に達した鋼の丸棒が、急冷される場合および徐冷される場合について熱弾塑性応力解析を行った。その報告では、丸棒全体がマルテンサイト変態する場合と、同じく丸棒全体がパーライト変態する場合の二とおりを考えている。

一般に鋼の焼入れにおいては、材料全体を A_3 変態温度以上に加熱したのち急冷する場合のほかに、表面のみ焼入れし、材料表面の硬さを上昇せしめ耐摩耗性を得る作業も多く行われる。熱処理応力の解析はこのような表面焼入れについても行われるべきと考えるが、そのような報告は著者の知る限り見当たらないようである。

本論文においては S 45 C の中炭素鋼の丸棒が表面焼入れされる場合の熱弾塑性応力について報告する。数値計算においては、加熱および冷却される丸棒表面の温度を知る必要があるため、高周波焼入れを行い、温度を測定した。ここで加熱時の A_1 および A_3 変態に伴い現れる体積変化を、前報⁽²⁾同様、見かけ上の線膨張係数の変動に基づく体積変化とみなすことにより相変態を考慮する。冷却の際⁽³⁾のマルテンサイト変態、パーライト変態等は、CCT 線図を用いることにより材料物性値の温度および時間依存性として考慮してい

る。解析の手法は、前報⁽²⁾同様、Mendelson の逐近似法 (The method of successive elastic solutions) による。

2. 温度測定

市販の S 45 C 材を、 $\phi 30 \times l 100$ に機械加工し、その表面に CA 熱電対を溶接して高周波焼入れ時の加熱および冷却の際の温度を測定した。横田ら⁽⁴⁾によると、熱電対の各素線を、円柱の表面に对称位置に溶接する方法が最良とあるが、本実験においては一点に取付けたほうが、加熱開始後の温度測定にて時間遅れが最も小さく、また最高温度も得られたのでこの方法を採用した。

高周波焼入れは、発振周波数 30 kHz、プレート電圧 10 kV、加熱時間 9 秒であり、被焼入れ材の丸棒および誘導子ともに固定する定置焼入れ装置にて行った。焼入れの冷却は噴水による。

図 1 丸棒表面温度

* 昭和 58 年 6 月 19 日 北陸信越支部北陸地方講演会において論文講演として講演，原稿受付 昭和 58 年 2 月 28 日。

** 正員，北海道大学工学部 (〒060 札幌市北区北 13 条西 8 丁目)。

図1に、加熱の際の丸棒表面の温度と、加熱開始後の時間の関係を示す。図中実線は実験結果を示し、 A_1 、 A_3 と付した細線はそれぞれ A_1 および A_3 変態温度を示す。1点鎖線はこの結果を次の式(1)のように近似したものであり、数値計算に用いる。

$$\bar{\theta}_0 = a_1(1 - e^{-a_2 s}) \dots\dots\dots (1)$$

ただし $\bar{\theta} = T/T_0$, $s = (h/a^2)t$ であり、それぞれ無次元温度、無次元時間である。なお温度 $\bar{\theta}$ に添字 0 を付し、表面温度を意味する。また T は温度、 h は熱拡散率、 a は丸棒の半径、 t は時間である。この温度測定において最高温度は 935°C だったので、 $T_0 = 935^\circ\text{C}$ とする。以上のほかに $h = 9 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}^{(5)}$ とし、 $a = 15 \times 10^{-3} \text{ m}$ より、式(1)の定数は、

$$a_1 = 1.001, \quad a_2 = 20.4 \dots\dots\dots (2)$$

とした。なお加熱に要した時間は $s_0 = 0.36 (t = 9 \text{ s})$ である。冷却は噴水による急冷のため、冷却開始と同時に丸棒表面温度は水温の 18°C になったことが確認された。このことから、数値計算においては、丸棒表面がステップ状⁽²⁾に急冷されたとする。

3. 解 析

3.1 温度分布 初期温度零度で、半径 a なる無限に長い丸棒が、その表面で式(1)にて表されるような条件で T_0 度まで加熱され、 $s = s_0$ 時間経過した後には表面がステップ状に零度に冷却されるとする。丸棒内の熱の発生および吸収は考えない。熱伝導率 K が温度に依存する時の丸棒内の温度分布 ($\bar{\theta}$) は式(3)を用いて、文献⁽⁵⁾⁽⁶⁾に示される手法により計算する。なお ψ は加熱の際には式(4)、冷却の際には式(5)となる。ここで、温度分布の数値計算は加熱過程および冷却過程の二つに分割して行い、式(4)および式(5)の時間 s は、それぞれ加熱開始後の時間、および冷却開始後の時間とする。

$$\psi = \int_0^{\bar{\theta}} K^*(\mu) d\mu \dots\dots\dots (3)$$

$$\begin{aligned} \psi &= \psi_s(s) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n} \frac{J_0(a_n \rho)}{J_1(a_n)} \\ &\times \left\{ \frac{a_2 \psi_1}{a_n^2 - a_2} (e^{-a_2 s} - e^{-a_n^2 s}) \right. \\ &+ \frac{2a_2 \psi_2}{a_n^2 - 2a_2} (e^{-2a_2 s} - e^{-a_n^2 s}) \\ &+ \left. \frac{3a_2 \psi_3}{a_n^2 - 3a_2} (e^{-3a_2 s} - e^{-a_n^2 s}) \right\} \dots\dots\dots (4) \\ \psi &= 2\psi_s(s_0) \sum_{n=1}^{\infty} e^{-a_n^2 s} \frac{1}{a_n} \frac{J_0(a_n \rho)}{J_1(a_n)} \\ &+ 2a_2 \sum_{n=1}^{\infty} e^{-a_n^2 s} \frac{J_0(a_n \rho)}{[J_1(a_n)]^2} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{a_n} \varphi J_1(a_n) \right\} \\ &\dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

ただし式(4)、(5)において ρ は半径 r に関する無次元量であり

$$\rho = r/a \dots\dots\dots (6)$$

と表す。 $J_0(x)$ 、 $J_1(x)$ はそれぞれ零次、一次の第一種ベッセル関数であり、 $a_n (n=1, 2, 3, \dots)$ は $J_0(a_n) = 0$ の正根である。

また式(3)において熱伝導率 K は、温度に依存しない次元を持つ定数 K_0 と、温度に依存する無次元の変数 $K^*(\bar{\theta})$ の積で表され⁽⁷⁾⁽⁸⁾次式のようなのである。

$$K = K_0 K^*(\bar{\theta}), \quad K(\bar{\theta}) = 1 + K_1 \bar{\theta} + K_2 \bar{\theta}^2 \dots (7)$$

また式(4)において、 $\psi_s(s)$ は、式(1)と式(7)より

$$\psi_s(s) = \int_0^{\bar{\theta}_0} K^*(\mu) d\mu \dots\dots\dots (8)$$

と表す。また式(5)においては、

$$\begin{aligned} \varphi &= \frac{\psi_1}{a_n^2 - a_2} (e^{-a_2 s_0} - e^{-a_n^2 s_0}) \\ &+ \frac{2\psi_2}{a_n^2 - 2a_2} (e^{-2a_2 s_0} - e^{-a_n^2 s_0}) \\ &+ \frac{3\psi_3}{a_n^2 - 3a_2} (e^{-3a_2 s_0} - e^{-a_n^2 s_0}) \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

であり、 $\psi_s(s_0)$ は、式(8)において $s = s_0$ として求められる。なお

$$\psi_1 = -a_1(1 + K_1 a_1 + K_2 a_1^2) \dots\dots\dots (10)$$

$$\psi_2 = a_1^2 \{ (K_1/2) + K_2 a_1 \} \dots\dots\dots (11)$$

$$\psi_3 = -(K_2/3) a_1^3 \dots\dots\dots (12)$$

3.2 応力およびひずみ 初期応力のない、半径 a なる無限に長い丸棒が、初期温度を零度とし加熱あるいは冷却される時の応力およびひずみの算定式⁽²⁾を以下に示す。例えば半径方向応力成分 σ_r^* は、

$$\sigma_r^* = \frac{1-\nu}{1+2\nu} E^* \int a^* d\bar{\theta} + \frac{E^*}{(1+\nu)(1-2\nu)} \{ (1-\nu) \epsilon_r^* + \nu (\epsilon_\theta^* + \epsilon_z^*) \} - \frac{E^*}{1+\nu} \epsilon_r^{*p} \dots\dots\dots (13)$$

である。ここで本論文では温度 T 、時間 t 、半径 r 、熱伝導率 K のほかに、縦弾性係数 E 、線膨張係数 α 、降伏応力 σ_1 について K と同様に以下の無次元表示を用いている。

$$E = E_0 E^*(\bar{\theta}), \quad \alpha = \alpha_0 \alpha^*(\bar{\theta}), \quad \sigma_1 = \sigma_{10} \sigma_1^*(\bar{\theta}) \dots\dots\dots (14)$$

ただし温度依存変数については、 $\alpha^*(\bar{\theta})$ のみ後述するとして、

$$E^*(\bar{\theta}) = 1 - E_1 \bar{\theta}^2, \quad \sigma_1^*(\bar{\theta}) = 1 + \sigma_{11} \bar{\theta} + \sigma_{12} \bar{\theta}^2 + \sigma_{13} \bar{\theta}^3 \dots\dots\dots (15)$$

とする。またポアソン比を ν として、 $\sigma_r^* = (1-\nu)\sigma_r / (E_0\alpha_0 T_0)$ であり、 $\varepsilon_r^* = (1-\nu)\varepsilon_r / (\alpha_0 T_0)$, ..., $\varepsilon_\theta^* = (1-\nu)\varepsilon_\theta / (\alpha_0 T_0)$ である。次にひずみの各成分は以下の式⁽²⁾で表される。

$$E^*\varepsilon_\theta^* = \frac{1-\nu}{2(1-2\nu)} \int \varepsilon_\theta^* \frac{\partial E^*}{\partial \rho} d\rho + \frac{1}{2(1-\nu)} \frac{1}{\rho^2} \int \rho^2 \varepsilon_\theta^* \frac{\partial E^*}{\partial \rho} d\rho + (1+\nu) \frac{1}{\rho^2} \int E^* \left(\int \alpha^* d\bar{\theta} \right) \rho d\rho \\ + \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \int \frac{E^*}{\rho} (\varepsilon_r^{*p} - \varepsilon_\theta^{*p}) d\rho + \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \frac{1}{\rho^2} \int \rho E^* (\varepsilon_r^{*p} + \varepsilon_\theta^{*p}) d\rho \\ - \frac{\nu}{1-\nu} \frac{1}{\rho^2} \int \rho E^* \varepsilon_z^* d\rho + B_0 + \frac{B_1}{\rho^2} \dots\dots\dots (16)$$

$$E^*\varepsilon_r^* = \frac{1-2\nu}{1-\nu} \int \varepsilon_\theta^* \frac{\partial E^*}{\partial \rho} d\rho - E^*\varepsilon_\theta^* + (1+\nu)E^* \int \alpha^* d\bar{\theta} + \frac{1-2\nu}{1-\nu} E^*\varepsilon_r^{*p} \\ + \frac{1-2\nu}{1-\nu} \int \frac{E^*}{\rho} (\varepsilon_r^{*p} - \varepsilon_\theta^{*p}) d\rho - \frac{\nu}{1-\nu} E^*\varepsilon_z^* + 2B_0 \dots\dots\dots (17)$$

$$\varepsilon_z^* = \left\{ (1-\nu) \int_0^1 E^* \left(\int \alpha^* d\bar{\theta} \right) \rho d\rho - \int_0^1 \rho E^* (\varepsilon_r^{*p} + \varepsilon_\theta^{*p}) d\rho \right\} / \int_0^1 E^* \rho d\rho \dots\dots\dots (18)$$

ここで、積分定数 B_0, B_1 は境界条件 ($\rho=1$ で $\sigma_r^*=0$, $\rho=0$ で $\sigma_r^* \neq \infty$) より決定され、式(19)に示すとおりである。また式(18)の ε_z^* は、軸力に関する条件 ($2\pi \int_0^a \sigma_z r dr = 0$) より定められたものである。

$$B_0 = \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \left\{ 2(1-\nu) \int_0^1 E^* \left(\int \alpha^* d\bar{\theta} \right) \rho d\rho + \int_0^1 \rho E^* (\varepsilon_r^{*p} + \varepsilon_\theta^{*p}) d\rho - \int_0^1 \varepsilon_\theta^* \frac{\partial E^*}{\partial \rho} d\rho \right. \\ \left. + \int_0^1 \rho^2 \varepsilon_\theta^* \frac{\partial E^*}{\partial \rho} d\rho - \int_0^1 \frac{E^*}{\rho} (\varepsilon_r^{*p} - \varepsilon_\theta^{*p}) d\rho \right\}, \quad B_1 = 0 \dots\dots\dots (19)$$

4. 数値計算および結果

4.1 数値計算 数値計算は、加熱過程と冷却過程の二つに分割して行う。加熱開始後時間 $s = s_0$ 経過した時の塑性ひずみを、冷却過程における初期ひずみ⁽²⁾として式(16)などを用いている。数値計算において、丸棒の半径を80等分し、各時間段階におけるひずみおよび応力を算出する。手法は前報⁽³⁾同様なので詳細な記述は省略する。なお加熱過程は165の、冷却過程は219の時間段階に分割した。

式(14)で用いた線膨張係数は⁽³⁾、定数 α_0 について

$$\alpha_0 = 14 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{K}^{-1} \dots\dots\dots (20)$$

とし、 A_1 変態温度 A_1 , A_3 変態温度 A_3 , マルテンサイト変態開始温度 M_s , およびマルテンサイト変態終了温度 M_f ⁽¹⁰⁾ についてそれぞれ

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= 727^\circ\text{C}, \quad A_3 = 793^\circ\text{C} \\ M_s &= 391^\circ\text{C}, \quad M_f = 326^\circ\text{C} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

として、 $\bar{\theta} = T/T_0$ を用い表1のように表す。材料の応力-ひずみ関係は、Ramberg-Osgood 則⁽⁹⁾⁽¹¹⁾を用いて表し、その加工硬化指数 m は、温度および組織に依存するものとする。したがって、

$$m \equiv m(\bar{\theta}) \dots\dots\dots (22)$$

表1 材料物性値

	Structure Temperature	$\alpha^*(\bar{\theta})$	$m(\bar{\theta})$	$\sigma^*(\bar{\theta}) = 1 + \sigma_{11}\bar{\theta} + \sigma_{12}\bar{\theta}^2 + \sigma_{13}\bar{\theta}^3$		
				σ_{11}	σ_{12}	σ_{13}
heat	$0 \leq \bar{\theta} < (A_1/T_0)$	1	5	1	$-9.525 \times 10^{-2} \lambda$	$2.478 \times 10^{-3} \lambda^2$
	$(A_1/T_0) \leq \bar{\theta} < (A_3/T_0)$	-3.08	6 ~ 7 [*]			
	$(A_3/T_0) \leq \bar{\theta} \leq 1$	1.5	8			
cool	austenite ($M_s/T_0) \leq \bar{\theta} \leq 1$)	1.5	8	0.683	$-4.427 \times 10^{-2} \lambda$	$-5.343 \times 10^{-3} \lambda^2$
	martensite(→austenite)			6.730	$-0.9652 \times \lambda$	0
	$(M_f/T_0) \leq \bar{\theta} < (M_s/T_0)$	-8.30	1 ~ 8 [*]			
	$0 \leq \bar{\theta} < (M_f/T_0)$	0.929	1			
	ferrite+pearlite (→austenite)			1	$-9.525 \times 10^{-2} \lambda$	$2.478 \times 10^{-3} \lambda^2$
	$(A_1/T_0) \leq \bar{\theta} < (A_3/T_0)$	-3.08	6 ~ 7 [*]			
	$0 \leq \bar{\theta} < (A_1/T_0)$	1	5			

※温度に応じて連続的に変化する。

とし、表1のように表す。式(15)に示す降伏応力⁽¹¹⁾についても表1に示す。

ここで、 λ は熱負荷の程度を示す量であり、 $\lambda = E_0\alpha_0 T_0 / (1-\nu)\sigma_{10}$ である。

また、式(7), (14), (15)にて用いた定数は以下に示すとおりである⁽⁸⁾⁽¹¹⁾。

$$\left. \begin{aligned} K_0 &= 51.9 \text{ W/(mK)}, \\ E_0 &= 210.9 \text{ GPa} \\ \sigma_{10} &= 294.3 \text{ MPa} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (23)$$

$$\left. \begin{aligned} K_1 &= -6.177 \times 10^{-2} \lambda \\ K_2 &= 1.847 \times 10^{-3} \lambda^2 \\ E_1 &= 1.73 \times 10^{-3} \lambda^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (24)$$

なお、ポアソン比 $\nu=0.4^{(7)(12)}$ とした。

4・2 結果 図2に、加熱過程における丸棒内の温度分布を示す。図中時間 s は、加熱開始後の時間であり、1点鎖線 A_1, A_3 はそれぞれ A_1 変態温度、 A_3 変態温度を示す。加熱時間 $s=0.36$ の時に、丸棒内において A_3 変態温度以上にあるのは、半径 ρ がおよそ0.7以上の部分であり、この部分は急冷されることにより完全なマルテンサイト変態をする可能性のあることがわかる。またおよそ $\rho=0.5$ の位置は A_1 変態温度付近にある。

図3に、加熱後時間 $s=0.36$ の時の丸棒内の応力分布を示す。図2で示したような丸棒内において A_1 および A_3 変態温度の間に加熱されている部分の $\sigma_r^*, \sigma_\theta^*, \sigma_z^*$ は、 A_1 変態温度以下あるいは A_3 変態温度以上の温度にある位置に比較し、著しく変動することがわかる。

図2 丸棒内温度分布 (加熱)

図3 $s=0.36$ における丸棒内応力分布 (加熱)

図4に、加熱開始後 $s=0.36$ の時における $\epsilon_r^*, \epsilon_\theta^*, \epsilon_z^*$ および、下式(25)で定義する等方膨張 $^{(2)(6)}$ ϵ^* の分布を示す。

$$\epsilon^* = (1-\nu) \int_0^\theta \alpha^*(\delta) d\delta \dots\dots\dots (25)$$

なお ϵ_z^* は式(18)に示すように半径 ρ によらず一定であり、 $\epsilon_z^*=0.4308$ であった。およそ $0.5 < \rho < 0.7$ の半径位置は、図2に示すように、 A_1 および A_3 変態温度間に加熱されており、 ϵ^* は A_1 変態による体積収縮、および A_3 変態による体積膨張に対応した分布を示す。したがって図3に示す応力分布の著しい変動は、 A_1 および A_3 変態に原因があると考えられる。

図5に、冷却開始時を $s=0$ とした、冷却開始後の時間 s における丸棒内の温度分布を示す。冷却開始後、

図4 $s=0.36$ におけるひずみ分布 (加熱)

図5 丸棒内温度分布 (冷却)

丸棒中心部の温度はわずかに上昇するが(図2も参照), 時間の経過とともに低下し, $s=3$ の時に丸棒は $\bar{\theta}=0$ の定常状態に達する. なお表面より冷却を開始した後も, 丸棒内部の温度は上昇するため, 冷却開始時には A_3 変態温度以下であった半径位置でも, 冷却中に A_3 変態温度以上になり, 完全なマルテンサイト変態をする可能性もあるが, 本論文では簡単化のため, 加熱時に A_3 変態温度以上に加熱される部分のみが完全なマルテンサイト変態の可能性を持つとした. なお

図6 CCT線図および冷却速度

図7 応力分布 (冷却, $\bar{\theta}=0$)

CCT線図は, その求め方にもよるが⁽¹³⁾, 完全なオーステナイト組織から生成する組織が冷却速度の違いにより異なることを示すものであって, 本論文で示す時間的遅れを考慮していないことを考えると, このような取扱いは現在のところ妥当と考える. なお他の相変態についても同様な取扱いをしている.

図6に, CCT線図⁽¹⁰⁾を細線により示し, 丸棒内の各半径位置 ρ について冷却開始後の時間 s と温度 $\bar{\theta}$ の関係を示す. 図中のCCT線図において領域 F はフェライト, P はパーライト, および Z_w は中間相(ベーナイト)を示す. また直線をもって示される M_s , M_f はそれぞれマルテンサイト変態の開始および終了の温度を表す. 半径位置 $\rho \geq 0.7$ においては, 完全なマルテンサイト変態をすることがわかる. なお $\rho=0$ の丸棒中心は, 加熱において A_1 変態温度以上に達せず, したがって何の相変態も生じない.

図7に, 冷却後丸棒の温度が $\bar{\theta}=0$ の定常状態に達した時の応力, つまり残留応力の分布を実線により示す. 完全なマルテンサイト変態をするおよそ $\rho \geq 0.7$ の位置において σ_r^* , σ_z^* は負の応力値となるが, 表面において σ_r^* は正の値となる. また σ_r^* は丸棒全体にわたって正の値となる. なお同図に表面の加熱, 冷却をステップ状とした前報⁽³⁾の結果の一例(式(1)で $a_1=1$, $a_2 \rightarrow \infty$ に相当. 加熱時間 $s_0=0.365$)を1点鎖線により示す. 当然ではあるが応力分布の傾向は本報の結果と類似している. このように表面焼入れの場合は, 焼きの入った部分とそうでない部分に著しい応力差の生ずることがわかる. 表面焼入れにおいては相変態により表面に焼割れの生ずることも考えられるが, 表面を除き表面近傍は圧縮の応力値を持つので, 割れが内部にまで進行しないと予想される.

図8 ひずみ分布 (冷却, $\bar{\theta}=0$)

図8に、冷却において $\bar{\theta}=0$ の定常状態に達した時のひずみ分布を示す。 ϵ_z^* は半径位置によらず $\epsilon_z^*=0.4217$ であった。完全なマルテンサイト変態をしているおよそ $\rho \geq 0.7$ の部分において、他の位置に比較して大きな値の圧縮ひずみが生じているのがわかる。

5. 結 言

S45C材の丸棒を高周波焼入れし、実測した温度と加熱時間の関係を用い高周波焼入れされる炭素鋼の熱弾塑性応力解析を行い、以下の結論を得た。ただし丸棒表面の温度は、加熱過程においてはexponential関数を用いて近似し、冷却過程においてはステップ冷却とした。加熱過程において A_3 変態温度以上に加熱される部分が、CCT線図により与えられる適切な冷却速度のもとでは完全なマルテンサイト変態をするとしている。なお冷却過程に、時間的な遅れを生じて A_3 変態温度以上に加熱される部分の、完全なマルテンサイト変態の可能性は考慮していない。加熱過程における A_1 および A_3 変態、冷却過程におけるマルテンサイト変態、パーライト変態等に伴う体積変化を、線膨張係数の変化に伴う体積変化として相変態を考慮した。また冷却過程においては丸棒内に生ずる種々の冷却速度とCCT線図を用いて、生ずる相変態を決定し、それらの組織に対応した材料物性値を用いている。なお著者らは表面焼入れについて、ステップ状の加熱およびステップ状の冷却の仮定を用いて応力解析を試みており⁽³⁾、加熱の際の丸棒の表面温度の与え方の相違による結果の差についても比較した。数値計算は、Mendelsonの方法であり、塑性ひずみ増分論を用いた逐次近似法によった。

(1) 加熱過程において、 A_1 および A_3 変態の温度間に加熱される部分と、 A_1 変態温度以下および A_3 変態温度以上に加熱される部分との間に、著しい応力およびひずみのこう配が生ずる。 A_3 変態温度以上に加熱される部分は、表面から半径比にして0.3ほど内部までである。

(2) A_3 変態温度以上に加熱された表面近傍は、水冷により完全なマルテンサイト変態を生じ、マルテ

ンサイトにならない部分とは著しく異なった応力およびひずみを生ずる。この表面近傍においては、半径方向および円周方向の応力およびひずみの値は圧縮となった。丸棒中心部のひずみは表面近傍より小さな値の圧縮であり、応力は引張りとなる。

(3) 丸棒表面において引張りの残留応力を生ずるが、完全にマルテンサイト変態する表面近傍においては、表面のごく近傍を除き、応力、ひずみともに圧縮であり、いわゆる焼割れが生じたとしても丸棒内部にまで進行することはないと考えられる。

(4) 丸棒表面がステップ状に加熱および冷却されたとした解析結果⁽³⁾と、本結果を比較すると、丸棒全体にわたり残留応力分布の傾向は似ている。しかるにステップ状の加熱の場合は、完全なマルテンサイト変態をする部分、つまり焼入れ深さの推定には適用できない。

なお本研究の数値計算には北海道大学大型計算機センターのHITAC M200-Hを用いた。

終わりに、温度の測定および試験片の作成にご協力いただいた平賀正秋氏(北海道大学工学部)、ならびに面倒な試験片の高周波焼入れにご協力下さった清水秀一氏〔(株)池田熱処理工業所〕に謝意を表する。

文 献

- (1) 井上・ほか2名, 材料, 25-273 (昭51), 521.
- (2) 菅原・ほか2名, 機論, 48-433, A (昭57), 1209.
- (3) 菅原・ほか2名, 機講論, No. 820-11 (昭57-10), 106.
- (4) 横田・ほか2名, 機講論, No. 177 (昭42-10), 135.
- (5) Carslaw, H. S. and Jaeger, J. C., *Conduction of Heat in Solids*, (2nd ed.), (1959), Clarendon Press.
- (6) 石川・奏, 機論, 45-392, A (昭54), 371.
- (7) Gohsh Dastidar, D. and Gohsh, P., *Int. J. Mech. Sci.*, 16-6 (1974), 359.
- (8) 石川, 機論, 43-375 (昭52), 4019.
- (9) Ramberg, W. and Osgood, W. R., *NACA Tech. Note*, 902 (1943).
- (10) 日本金属学会, 金属データブック, (昭49), 丸善.
- (11) 利岡, 鉄と鋼, 13 (昭51), 1756.
- (12) Everett, F. L. and Millowitz, J., *J. Appl. Phys.*, 15 (1944), Aug, 592.
- (13) 例えば, 日本鉄鋼協会編, 鋼の熱処理 (改訂第5版), (昭51), 丸善.

討 論

〔質問〕 米 谷 茂〔金沢大学工学部〕

熱処理応力について数値解析を行われた著者らの貴重な研究に対し敬意を表す。物性的な取扱いについてお尋ねしたい。

(1) 高周波加熱の場合は、加熱は渦電流によるもので、温度分布を考える時キュリー点温度の影響も含めて考えるべきではないか。

(2) 冷却の際の応力の計算において、相変態を行った部分の体積変化を α^* の変化に置き換え計算が行われている。実際には、マルテンサイト変態を終了した部分は剛性化しこれによる変態応力の影響も加わる。CTT 曲線と冷却曲線との相互関係にもよるが、この影響はどのように考えたらよいか。

〔回答〕 (1) ご指摘のようにキュリー点温度の考慮はするべきと考えるが、丸棒表面において実測された温度はこのキュリー点の影響をも含めていると考えて、表面温度から温度分布を推定する方法を採用した。もちろんさらに正確な温度分布の算定は、キュリー点などの影響を考慮することにより行われると考えており、今後の研究課題の一つと考えている。

(2) マルテンサイト変態による材料の剛性化は、表 1 に示すように、材料の応力-ひずみ関係を表すパラメータのうち、加工硬化指数 m に置き換えて考慮している。つまり CCT 線図と冷却曲線から、例えばマルテンサイトは 1 であり、パーライトは 5~7 となる。ここで m の値が小さい時は剛い性質を示し、大きい時は柔い性質を示す。

〔質問〕 山 崎 光 悦〔金沢大学工学部〕

実際の処理条件に近い複雑な熱弾塑性問題の解析を実施されたことに敬意を表する。

(1) 式(4)の $\phi(\rho, s_0)$ と式(5)の $\phi(\rho, 0)$ は一致しないように思うが、もしそうだとすればどのように理解すればよいのか。

(2) 表 1 の加工硬化指数 m は、本論文では温度変化に対して具体的にどのように与えられたのか。

(3) 表面焼入れに関する実験的研究(残留応力の測定など)は数多く行われていると理解しているが、それらの結果と本論文の解析結果を対比して示して頂ければありがたい。

〔回答〕 (1) 式(4)の $\phi(\rho, s_0)$ と式(5)の

$\phi(\rho, 0)$ とは一致する。

(2) 表 1 は無次元温度を用いて表示しておりわかりにくいと思うので、実際の温度 T について示す。加工硬化指数 m は、温度および組織に対応して与える。加熱の場合は、温度と組織は一対一に対応するとし、以下のように m を与える。

$$0^{\circ}\text{C} \leq T < 727^{\circ}\text{C} : m = 5$$

$$727^{\circ}\text{C} \leq T < 760^{\circ}\text{C} : m = 6$$

$$760^{\circ}\text{C} \leq T < 793^{\circ}\text{C} : m = 7$$

$$793^{\circ}\text{C} \leq T \leq 935^{\circ}\text{C} : m = 8$$

次に冷却の場合は、1232 ページ左欄 6 行めに示した仮定に従い、図 6 に示す CCT 線図を用いて、組織および温度に従って以下のように m を与える。

$$\text{オーステナイト} ; 391^{\circ}\text{C} \leq T \leq 935^{\circ}\text{C} : m = 8$$

$$\text{オーステナイト} + \text{マルテンサイト} ;$$

$$386^{\circ}\text{C} \leq T < 391^{\circ}\text{C} : m = 8$$

$$377^{\circ}\text{C} \leq T < 386^{\circ}\text{C} : m = 7$$

$$368^{\circ}\text{C} \leq T < 377^{\circ}\text{C} : m = 6$$

$$359^{\circ}\text{C} \leq T < 368^{\circ}\text{C} : m = 5$$

$$350^{\circ}\text{C} \leq T < 359^{\circ}\text{C} : m = 4$$

$$341^{\circ}\text{C} \leq T < 350^{\circ}\text{C} : m = 3$$

$$332^{\circ}\text{C} \leq T < 341^{\circ}\text{C} : m = 2$$

$$326^{\circ}\text{C} \leq T < 332^{\circ}\text{C} : m = 1$$

$$\text{パーライト} ; 760^{\circ}\text{C} \leq T < 793^{\circ}\text{C} : m = 7$$

$$727^{\circ}\text{C} \leq T < 760^{\circ}\text{C} : m = 6$$

$$0^{\circ}\text{C} \leq T < 727^{\circ}\text{C} : m = 5$$

(3) 高周波焼入れの残留応力は X 線により測定(付 1)~(付 3)されているが、試料および焼入れの条件の違いから、直接本解析結果と比較することはできない。しかし上述の文献によれば、硬化表面近傍では圧縮の残留応力であり、中心部では引張りの残留応力であると報告されており、この傾向は本解析結果と一致する。

〔質問〕 鎌 本 誠 一〔(株)神戸製鋼所〕

高周波焼入れは、表面硬度を必要とする機械部品に対する高度な熱処理法であり、この課題に取組まれたことに敬意を表す。

丸棒内の熱の発生は考えないとの仮定を置かれているが、この加熱法は原理的に、被加熱体内に誘起される渦電流によるジュール熱を加熱源としており、したがって現実にはそぐわないように思われる。特に鋼は、

(付 1) 岩本・ほか 3 名, 材料, 16-171 (昭 42), 962.

(付 2) 白岩・阪本, 材料, 16-171 (昭 42), 943.

(付 3) 黒田, 残留応力, (昭 39), 85, 共立出版.

(付 4) 石田, 高周波熱処理, (昭 32), 日刊工業新聞社.

加熱途中磁気変態点を通過して透磁率は二けた程度減少し、強磁性体から常磁性体に変化する。当然、丸棒表層部の温度分布はこれらの変化に無関係とは考えられず、また応力もその影響を強く受けると思われる。

〔回答〕 高周波誘導加熱において、全発熱量^(付4)は、渦流損とヒステリシス損（鉄損）および Thomson 熱に負う。最大電流密度の位置は加熱開始後 A_2 点まではごく表面にあると考えられるが、 A_2 点以降は内部に移動し、表面の温度上昇は逐次緩やかとなる。そして A_3 温度に達しオーステナイトの生成が完了すると以後この固容体が過熱される。図 1 の実線はこの傾向をよく表していると考えられる。すなわち表面温度は、磁気変態などによる発熱量の変化に伴う温度上昇の傾向の変化を反映していると考え、本解析にこの表面温度を近似して採用している。しかし A_2 点以降については上述のように最大電流密度の位置が内部に移動するため、より正確な温度分布の算定は、この移動を考慮した形で得られると考えられるが、移動量の測定は困難であり、これを考慮した解析は今後の研究課題の一つと考えている。

〔質問〕 井上達雄〔京都大学工学部〕

これまでの著者のご研究の方法を高周波焼入れに適

用し、興味深い成果を挙げられたことに敬服する。

(1) 高周波加熱をすると、その周波数にもよるが、表面から少し内部に入った場所で発熱があるといわれている。加熱過程の温度分布にその影響はないと考えてよいか。

(2) 応力解析に際して逐次近似法では、式(16)～(18)のように陽な形の表現ができることが必要と思う。さらに複雑な形状の場合本方法はどこまで適用できるとお考えか。

(3) 図 7, 8 で応力やひずみがステップ状に近い分布が得られているが、実際に生じる分布との対応はどのようにお考えか。

〔回答〕 (1) 鎌本氏への回答を参照されたい。

(2) 本研究で用いている手法では、軸対称、あるいは球対称な物体の解析が可能となる。一般の三次元問題への適用は難しいと考える。

(3) 本研究では、見かけ上の線膨張係数を表 1 に示すような不連続な値をもって与えており、その影響が不連続な応力、ひずみの分布となって表れていると考えられる。実際に生ずる応力、ひずみは不連続な分布になるとは考えられず、急激な変化ではあるが、連続な曲線で示される分布になると考える。