応力緩和と繰返し負荷時のアセテート材光塑性特性*

石 川 博 将**, 但 野 茂***

Photoplastic Properties of Cellulose Acetate under Stress
Relaxation and Repeated Loading

by Hiromasa ISHIKAWA and Shigeru TADANO

To confirm the usability of Cellulose Acetate as model material for studying photoplasticity, the various mechanical and optical behaviour of Cellulose Acetate must be examined. In this paper, two essential tests for photoplasticity is represented. One is the relaxation test to investigate the viscosity of the material, and the other is the repeated loading test to understand the effect of the history of prestraining. As results of these tests, it was obtained that the relaxations of stress and fringe order are expressed by Maxwell models, and the rapid relaxations of stress and fringe order, especially in early stage of deformation, set limits to the usability of Cellulose Acetate. The repeated loading test shows that the relation between stress and strain, and the relation between stress and fringe order do not depend on residual strain and fringe order, and then cumulated plastic fringe order is represented by cumulated plastic strain in the linear equation.

Key Words: Plasticity, Experimental Stress Analysis, Photoplasticity, Cellulose Acetate, Relaxation, Repeated Loading, Stress-Strain-Optic Laws

1. 結 言

金属構造物の弾塑性問題を解析するのに、金属材料と相似な弾塑性挙動を示すモデル材料を用いた光塑性実験法の研究がなされてきた。光塑性法では高分子モデル材料の選定が重要となる。その選定条件は、弾塑性挙動が金属のそれと類似であり、しかも機械的・光学的特性である応力-ひずみ-しま次数の関係が明白なことである。今までの報告では、モデル材料としてセルロイドやポリカーボネイトを選択していることが多い。しかしながら、いずれのモデル材料も高分子材料であるかぎり大きく粘性の影響を受ける。そのため光塑性実験のモデル材料を選択する場合、粘性による挙動を把握しなければならない。著者ら⁽¹⁾は粘性効果を考慮し、セルロイドの応力-ひずみ、応力-しま次数、および降伏応力、降伏しま次数における温度とひずみ速度の影響を調べ、それらに影響されない無次元式で表せることを示して、光塑性モデル材料として使用し得る可能性を再評価した。しかしセルロイドは光弾性

感度が低く Post⁽²⁾ の提案したフリンジマルチプリケーションを援用するためパーシャルミラーを装着しなければならず、実験操作が面倒であり、また粘性も大きい。そのため、より高感度でかつ粘性の影響が小さいと思われるアセテートについて、雰囲気温度とひずみ速度の影響を考慮して、応力-ひずみ-しま次数の各無次元関係式を明らかにし、光塑性モデル材料としての有用性を見い出した⁽³⁾。

本論文では、アセテートを応力解析に用いる場合の粘性に対する使用限度を明確にするため、弾塑性域でひずみを一定に保持し、応力減少およびしま次数減少と時間との関係を実験しその結果を検討した。またひずみ履歴のある場合の挙動を把握するため、一度塑性変形したアセテートの応力-ひずみ-しま次数の各関係式について、弾塑性域で単軸引張繰返し負荷試験を行った。この実験により、塑性ひずみと塑性しま次数間の関係を Javornicky⁽⁴⁾ の応力・光則に適用させて検討した。

2. 実験方法および試験片

本実験で用いた実験装置および試験片は、単軸引張試験の場合⁽³⁾と同一である。

アセテートの単軸引張試験において応力とひずみの

* 昭和 59 年 11 月 30 日 第 929 回講演会において講演，原稿受付 昭和 59 年 5 月 31 日。

** 正員，北海道大学工学部 (〒060 札幌市北区北 13 条西 8 丁目)。

*** 准員，北海道大学工学部。

関係は、降伏点以降の応力が一定となる弾完全塑性体に近い挙動を示した⁽³⁾ことを考慮して、緩和試験および繰返し負荷試験でのひずみ実験値は、図1のように4点設定した。すなわち、降伏点を越えた完全塑性域上にA点を取り、降伏点、降伏点前の弾・塑性遷移域、比例限度にそれぞれB, C, D点を定めた。各点での設定ひずみ値をそれぞれ6, 4, 2, 1%とした。

緩和試験では、A～D点の設定したひずみまで単軸引張負荷を行い、そのひずみで一定に保ち、応力の変化、しま次数の変化を検出し記録することによって、アセテートの緩和挙動を明らかにした。なお緩和試験においては、ひずみ速度 $\dot{\epsilon}=0.066\text{ h}^{-1}$ で引張負荷を行い、雰囲気温度は20℃と27℃の2条件とり、雰囲気温度の影響も確認した。

繰返し負荷試験では、一定ひずみ速度で図1のひずみ条件(A～Dの各点)まで単軸引張負荷を行い、緩和しないよう即同一ひずみ速度で応力が零になるまで除荷するサイクルを繰返した。二サイクル以降では増加したひずみが設定ひずみ値と等しくなると除荷した。繰返し負荷試験においては、雰囲気温度(10, 15, 20, 25℃)の4条件、ひずみ速度を 0.066 h^{-1} , 0.427 h^{-1} の2条件にて実験を行った。

3. 実験結果および考察

3.1 緩和の影響 一般的に、応力の緩和現象がマクスウェルモデルで表示できることはよく知られている⁽⁵⁾。本実験のアセテートの応力緩和挙動についても、図2のごとく、最小限5要素モデルで近似できることがわかった。つまり、アセテートの応力緩和は次式で表示できる。

$$\sigma(t) = \epsilon_0(E_1 e^{-t/T_{r1}} + E_2 e^{-t/T_{r2}} + E_e) \quad \dots\dots(1)$$

図1 実験ひずみ値の設定

式(1)で ϵ_0 は初期ひずみ、 E_1 , E_2 , E_e , T_{r1} , T_{r2} はそれぞれ各要素の弾性率および緩和時間である。

式(1)で緩和開始時間 $t=0$ のとき

$$\sigma_0 = \epsilon_0(E_1 + E_2 + E_e) \quad \dots\dots(2)$$

となる。また弾性ひずみ ϵ_e は応力 σ_0 とヤング係数 E とで表示できる。

$$\epsilon_e = \frac{\sigma_0}{E} \quad \dots\dots(3)$$

式(2)と式(3)より、

$$E_e = \frac{\epsilon_e}{\epsilon_0} E - (E_1 + E_2) \quad \dots\dots(4)$$

この式(4)がアセテートの緩和モデルにおける各弾性率間の関係を示している。式(3), (4)を式(1)に代入し、初期応力 σ_0 で無次元化すると式(5)となる。

$$\frac{\sigma(t)}{\sigma_0} = \frac{\epsilon_0}{\sigma_0} [E_1(e^{-t/T_{r1}} - 1) + E_2(e^{-t/T_{r2}} - 1)] + 1 \quad \dots\dots(5)$$

式(5)の未知量 E_1 , E_2 , T_{r1} , T_{r2} を数値計算で近似的に決定した緩和曲線と、応力緩和の測定点を示したのが図3, 4である。それぞれ雰囲気温度が20, 27℃での応力緩和を示した。実験値が式(5)でよく表されていることがわかる。また図3, 4より、アセテートは緩和初期の短時間で急激に応力減少し、その後ほぼ一定となり、初期ひずみが大きいほど、定常状態での応力緩和率も大きくなる。比例限度でのD点の挙動は、他の3点と比べて、緩和初期を含め相対的に応力緩和率が小さくなっている。また図3, 4を比較して明らかに、雰囲気温度に大きく影響される。すなわち、温度が高くなれば応力緩和は促進されるが、緩和開始後約200 minで応力が温度に関係なくほぼ一定となった。その一定応力は、20℃で初期応力の約50～60%、27℃で約40～50%となった。

図5, 6にしま次数の緩和挙動を示す。しま次数緩和挙動も図2の5要素マクスウェルモデルで近似できる。その関係式は式(1)において、応力値をしま次数値に置き換えた形となる。

$$N(t) = \epsilon_0(I_1 e^{-t/T_{r1}} + I_2 e^{-t/T_{r2}} + I_e) \quad \dots\dots(6)$$

上式の I_1 , I_2 , I_e は、図2で示したアセテートの応力緩和モデルにおける弾性率 E_1 , E_2 , E_e に相当する材料

図2 アセテートの緩和モデル

定数である。 $t=0$ のとき式(6)より式(7)となる。

$$N_0 = \varepsilon_0(I_1 + I_2 + I_e) \quad \text{.....(7)}$$

アセテートの弾性域におけるしま次数は弾性ひずみに比例し⁽³⁾、その比例定数を I とすれば式(8)が成立する。

$$\varepsilon_e = \frac{N_0}{I} \quad \text{.....(8)}$$

式(7), (8)より,

$$I_e = \frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_0} I - (I_1 + I_2) \quad \text{.....(9)}$$

式(8), (9)を式(6)に代入し、初期しま次数 N_0 で無次元化すれば、次式を得る。

$$\frac{N(t)}{N_0} = \frac{\varepsilon_0}{N_0} [I_1(e^{-t/Tr_1} - 1) + I_2(e^{-t/Tr_2} - 1)] + 1 \quad \text{.....(10)}$$

図5は温度 20°C の場合、図6に 27°C での測定値と式(10)を示す。式(10)の無次元しま次数緩和曲線は、本実験の初期ひずみおよび温度条件の範囲内では、弾性域を含めて初期ひずみに関係なく一定となり、また温度の影響もほとんど見られないなどの結果は注目に

値する。しま次数緩和は、緩和初期に急激なしま次数減少が見られ、200 min でほぼ一定となり初期しま次数の約 70% に減少した。

以上の緩和試験の結果、緩和初期に著しい応力およびしま次数の減少が見られたため、アセテートを用いて光塑性実験を行う場合、緩和初期の負荷静止時間による応力およびしま次数減少率を式(5), (10)より算出して表1に示した。室温 (23°C 前後)でのモデル解析において、応力またはしま次数の検出誤差を 5% 以内に押さえるためには、表1より弾性変形内の実験においてはほぼ 5 min 以内、塑性域までの変形に対してはほぼ 30 s 以内に、モデルのしま次数および応力を測定しなければならない。

3.2 繰返し負荷による挙動 雰囲気温度 20°C 、ひずみ速度 0.066 h^{-1} での繰返し負荷による応力-ひずみ曲線を図7に、応力-しま次数曲線を図8に示す。また図中の点線は単軸引張試験での挙動である。図7より、弾性域の曲線Dでは同一線上で繰返され、ひずみの蓄積は見られないが、比例限度を超えた曲線A~Cにおいては塑性ひずみが蓄積し、その全塑性ひずみはサイクル数に比例している。また、アセテートに

図3 応力緩和曲線 (20°C)

図5 しま次数緩和曲線 (20°C)

図4 応力緩和曲線 (27°C)

図6 しま次数緩和曲線 (27°C)

において繰返し負荷での応力-ひずみ曲線の各サイクルごとのループは、ほぼ等しく、塑性ひずみが残留している場合での挙動は、その残留塑性ひずみには依存しないことがわかった。

図8に繰返し負荷による応力としま次数の関係を示す。応力とひずみの関係の場合と同様、比例限度以上では、しま次数がサイクル数に比例して蓄積されている。各サイクルごとのループは、ほぼ同一の挙動を示した。したがってしま次数が蓄積された状態でのアセテートの応力としま次数の関係も、残留したしま次数には依存しない。

以上の繰返し負荷試験は温度 10, 15, 20, 25℃, ひずみ速度 0.066, 0.427 h⁻¹ の計 8 条件について行ったが、繰返し負荷による応力-ひずみ-しま次数の各関係は図 7, 8 の場合と同様な挙動を示した。

Javornicky⁽⁴⁾ は、単軸引張状態で次式を提案している。

$$N = [C_1\sigma + C_2(\varepsilon - \varepsilon_e)]d \quad \text{.....(11)}$$

C₁, C₂ は材料定数, d は試料の厚みである。式 (11) で比例限度以上のひずみまで負荷し, σ=0 となるまで除荷した場合の残留したしま次数を、塑性しま次数 N_p とすれば次式を得る。

$$N_p = C_2(\varepsilon - \varepsilon_e)d = C_2\varepsilon_p d \quad \text{.....(12)}$$

繰返し負荷試験では、式 (12) の N_p, ε_p が蓄積され、その全塑性ひずみ ε_p^T, 全塑性しま次数 N_p^T は、本実験の結果より、ε_p, N_p のサイクル数倍となるので、ε_p^T と N_p^T の関係は次式で表される。

$$N_p^T = C_2\varepsilon_p^T d \quad \text{.....(13)}$$

本実験の曲線 A の場合を式 (11)~(13) に適用して塑性ひずみと塑性しま次数の関係を検討する。

アセテートの応力とひずみの関係および応力としま

次数の関係は、塑性域の開始点を降伏点と定義し、降伏点における応力 σ₁, ひずみ ε₁, しま次数 N₁ によって無次元化することで、ひずみ速度 (0.081~0.295 h⁻¹) と雰囲気温度 (15~30℃) の条件範囲内で、それらに無関係な式 (14), (15) で表示できた⁽³⁾。

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} = 0.35 \frac{\sigma}{\sigma_1} + 0.65 \left(\frac{\sigma}{\sigma_1} \right)^{100} \quad \text{.....(14)}$$

$$\frac{N}{N_1} = 0.77 \frac{\sigma}{\sigma_1} + 0.23 \left(\frac{\sigma}{\sigma_1} \right)^{100} \quad \text{.....(15)}$$

式 (14), (15) より (σ/σ₁)¹⁰⁰ の高次項を消去すると、次式を得る。

$$\frac{N}{N_1} = 0.65 \frac{\sigma}{\sigma_1} + 0.35 \frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} \quad \text{.....(16)}$$

ここで、ひずみは次式に変形できる。

$$\frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} = \frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_1} + \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_1} = \frac{\sigma_1}{E\varepsilon_1} \frac{\sigma}{\sigma_1} + \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_1}$$

実験結果より σ₁/Eε₁=0.35 を得⁽³⁾, これを式 (16) に代

図 7 繰返し負荷による応力-ひずみ曲線

図 8 繰返し負荷による応力-しま次数曲線

表 1 緩和減少率

Stress Relaxation Ratio %						
		(min.)				
°C		0.5	1	5	10	30
20	A	1.4	2.6	10.5	16.9	31.7
	B	5.3	9.0	18.6	21.4	28.8
	C	3.8	6.6	14.4	17.5	26.0
	D	0.9	1.6	5.6	8.0	13.1
27	A	6.8	11.8	25.1	27.7	33.5
	B	2.5	4.8	18.9	29.2	41.1
	C	2.0	3.8	14.0	20.7	31.3
	D	0.6	1.2	5.5	10.0	21.9
Fringe Order Relaxation Ratio %						
		1.5	2.7	7.6	10.2	14.8

図9 繰返し負荷によるしま次数-ひずみ曲線

入し, ε^p で表示すると,

$$\frac{N}{N_1} = 0.77 \frac{\sigma}{\sigma_1} + 0.35 \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_1} \quad (17)$$

となる。上式(17)が, Javornicky の式(11)と定数 C_1, C_2 が以下の値をとるとき同値である。

$$C_1 = \frac{0.77 N_1}{\sigma_1 d}, \quad C_2 = \frac{0.35 N_1}{\varepsilon_1 d}$$

曲線 A の降伏点以降におけるしま次数とひずみの関係は, 実験結果より, 数値 ($N_1=6.83, \varepsilon_1=4\%, \sigma=\sigma_1$) を式(16)に代入することによって, 式(18)となる。

$$N = 4.44 + 0.60\varepsilon \quad (18)$$

式(18)のしま次数-ひずみ曲線を図9に破線で示す。また ε_p^T と N_p^T の関係は, 式(13)より式(11)と式(17)が同一であることを注意して,

$$N_p^T = C_2 \varepsilon_p^T d = 0.35 \frac{N_1}{\varepsilon_1} \varepsilon_p^T = 0.60 \varepsilon_p^T \quad (19)$$

となる。この式(19)を図9に一点鎖線で示している。また図9中に本実験の結果を実線で示してあるが, 式(18), (19)は実験結果を包絡していることがわかる。

4. 結 論

以上の実験結果より, 次の結論が得られた。

(1) アセテートの緩和現象は, マクスウェル5要素モデルで簡単に近似でき応力緩和およびしま次数緩和の挙動を明らかにすることができた。

(2) 緩和初期に急激な応力およびしま次数の減少が見られるため, 光塑性実験はできるだけすみやかに行わなければならない。

(3) ひずみ履歴を受けて塑性ひずみ, 塑性しま次数が残留した状態での, アセテートの応力とひずみの関係, 応力としま次数の関係は, 残留している塑性ひずみ, 塑性しま次数には依存しない。

(4) アセテートの塑性しま次数は塑性ひずみによってのみ表示できる。なお, これは圧縮変形をともしなわない引張りと除荷の変形についてのみ適用される。圧縮挙動に関する研究は, 今後の課題である。

最後に, 実験に協力していただいた本学部学生 高松剛君〔現在ブリジストン(株)〕に深謝する。

文 献

- (1) Ishikawa, H. and Hata, K., *Int. J. Mech. Sci.*, 24-11 (1982), 669.
- (2) Post, D., *Proc. Soc. Exp. Stress Anal.*, 12 (1955), 143.
- (3) 石川・ほか2名, 機論, 51-464, A (昭60-4), 掲載予定.
- (4) Javornicky, J., *Photoplasticity*, (1974), 151, Elsevier, Amsterdam.
- (5) 横堀・成沢, 高分子材料強度学, (昭57), 28, オーム社.