単一引張りパルス波によるき裂部材の破壊条件と 動的応力拡大係数について*

尾田 十八**, 柴原 正雄**, 大久保 正***

On Dynamic Fracture Criterion and Stress Intensity Factors of Cracked Plate Subjected to a Tensile Pulse Wave

by Juhachi ODA, Masao SHIBAHARA, and Tadashi OHKUBO

This paper is concerned with the dynamic fracture criterion of cracked plate which is made of epoxy resin. A tensile pulse wave is generated by an impact apparatus and travels through the cracked plate away. The behavior of stress wave in the plate and the crack propagation phenomenon are analysed by the photoelastic technique using the high speed camera. The dynamic finite element method is also used to find the fracture criterion from these results and moreover the formula on the dynamic stress-intensity factor of this model is proposed.

Key Words : Strength, Fracture, Dynamic Photoelasticity, Dynamic Finite Element Method, Fracture Criterion

1. 緒 言

ここ数十年の間に、き裂を有する構造部材の破壊を論ずる上で、きわめて有効な理論として、線形破壊力学が発達してきた。この線形破壊力学は、静的な負荷状態におけるき裂部材の破壊抵抗やき裂の進展条件を推定する上で大変有効な手法である。そして、負荷速度がある程度速い場合であっても、き裂先端の塑性域が、き裂長さにくらべ十分小さければ、その適用が可能となる。しかし、その負荷速度が非常に速い場合、たとえば、持続時間が数十～数百 μs のパルス状の応力波がき裂に作用する場合は、静的な破壊力学から推定される破壊応力値と実験のそれとの間に大きな相違を生じてしまう。このため、このような動的負荷応力に対する破壊挙動の解明とその破壊条件の確立が重要な問題となる。

しかし、このような動的問題においては、慣性の効果や応力波の透過・反射の影響などもあり、複雑であることから、これまで数少ない研究しか報告されてい

ない。これらの中で、Sih⁽¹⁾⁽²⁾ と Achenbach⁽³⁾⁽⁴⁾ らは、き裂先端の応力拡大係数が、ある限界値に達した瞬間に破壊が起こるとの考え方 (maximum stress intensity criterion) を提案しているのに対して、Kalthoff-Shocky ら⁽⁵⁾ は、き裂先端の応力拡大係数が、ある限界値に達した瞬間に破壊が起こるのではなく、ある最小時間越え続けた後、破壊が起こるもの (minimum time criterion) としている。そして、本間・中沢ら^{(6)~(8)} の研究によれば、動的破壊条件として、minimum time criterion を適用することによって、パルス状の応力波の持続時間によらない、一定の破壊じん性値が存在するとしている。また、Steverding-Lehnigk ら⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾ は、外部仕事、運動エネルギー、それとひずみエネルギーを新しいき裂面を形成するのに必要なエネルギーに関連づけることによって、破壊条件式を算出している (least action criterion)。しかしこれらの研究においては、き裂部材の関係からそれに発生する応力拡大係数の値やその時間的変化を直接測定せずにそれらの破壊応力値の結果を準理論的根拠から推定して各種条件を導き出している。さらに、それらの条件におけるその動的破壊じん性値や最小時間の意味するところが、必ずしも明らかではない。

そこで、本研究においては、以上の観点を考慮して

* 昭和 59 年 11 月 30 日 第 929 回講演会において講演、原稿受付 昭和 59 年 4 月 23 日。

** 正員、金沢大学工学部 (〒920 金沢市小立野 2-40-20)。

*** 准員、ユーザック電子工業(株) (〒929-11 石川県河北郡宇ノ気町ヌ 98-2)。

き裂を有するエポキシ樹脂材料に、単一引張りパルス波を入射させることにし、その破壊挙動を超高速度カメラを用いた動光弾性実験を併用することによって、特に、き裂先端の応力拡大係数を直接求めた。また、それらの結果について、動的な有限要素法をも用いることによって、定量的にも解明しようとした。すなわち、単一引張りパルス波を受けるき裂部材の動的破壊条件や入射応力波との関連で発生する応力拡大係数について吟味、検討し、さらに、その簡単な推定式を提案し、その有効性について検討を加えた。

2. 供試片と破壊実験装置

2.1 供試片とその特性 本研究においては、次のような点から、供試片材料としてエポキシ樹脂を用いた。まず、材料が透明であることから、き裂進展の有無の確認が容易であり、破壊実験とともに、動光弾性実験も同時に行えること、および、専用カッタを用いることにより、き裂の加工が容易かつ精度よく行えることなどである。

さて、表1には、実験で用いたエポキシ樹脂の成分を示し、表2には、この特性を示す。次に、実験で用いた試験片形状は、図1に示すような片側き裂付き平板であり、このき裂は試験片の焼なまし中に試片が軟化した状態で専用カッタにより加工した。

2.2 破壊実験の原理と装置 図2に実験装置の原理図を示す。まず、試験片上端面を衝撃することにより、試験片に圧縮のパルス波を発生させる。この圧縮波は、試験片中を下方へ伝ばするが、き裂とは干渉せず、下端の自由端で反射した引張りの応力波が、き裂に入射しき裂と干渉する。ここで、応力パルス波の

レベルの制御は、衝撃する衝撃子の速度を、また、持続時間については、その衝撃子の長さを変化させることにより行った。

図3には、実験装置の概略図を示す。まず、ストライカに取付けたばねを、ある所定量だけ縮めてストッパに固定し、そのストッパをはずすことにより、衝撃子に衝突させる。この時、衝撃子はある初速度を持って落下し、試験片上端面を衝撃する。そして、先に述べたような原理によって、単一引張りパルス波が、き裂に入射することになる。また、衝撃子の速度の制御は、ばねの縮み量 δ を可変することによって行った。

一方、入射応力については、き裂位置の下方5 cmに接着したひずみゲージの出力を直流アンプで増幅し、トランジェントコンバータに入力し、内部トリガを作動させ記憶した。この時、応力波の波頭をはっきりさせるために、プレトリガを使用した。その後、記憶した応力波形は、X-Yレコーダに出力し記録した。

図4にき裂の無い供試片で記録した応力波形の一例

図2 実験装置原理図

表1 供試片成分と重量比

EPOXY RESIN (EPIKOTE 828)	POLYSULFIDE (THIOKOL LP-3)	HARDENER (DIETHYLENTRIAMINE)
100	15	8

表2 供試片材料特性

YOUNG'S MODULUS E (GPa)	POISSON'S RATIO ν	STATIC FRACTURE TOUGHNESS K _{SC} (MPa $\sqrt{m}$)	STRESS SENSITIVITY α (m/N)	DENSITY ρ (kg/m ³)
3.188	0.395	0.863	7.68×10^{-5}	1.26×10^3

$$1 \text{ GPa} = 102 \text{ kgf/mm}^2 \quad 1 \text{ MPa}\sqrt{m} = 3.23 \text{ kgf/mm}^{3/2}$$

図1 試験片形状

図3 実験装置概略図

を示す。ここで、最初の波は圧縮波であり、次に現れる波が、自由端で反射した引張りの応力波である。実験では、持続時間として、30, 40, 80, 120 μs の4種類に変化する衝撃子長さを用いた。ここで、持続時間とは、図示のような応力パルス波のレベルの1/2における時間幅を用いている。

3. 破壊実験と結果

2章で述べた装置を用いて、次の破壊実験を行った。ガイドに取付けた本試験片に、最初は、十分小さな応力パルスを入射させ、き裂が進展しないことを確認した後、ばねの縮み量 δ を徐々に大きくしてゆきき裂が進展するまでこの操作を繰り返す。き裂が進展を開始する限界のパルスの大きさを求めた。実験条件としては、き裂長さ a/W が、0.2, 0.4, 0.6, 0.8 の4種類で、それぞれの a/W に対して、持続時間 T_0 としては、30, 40, 80, 120 μs の4種類の計16種類について行った。ここで、

図4 応力波形

図5 き裂長さとき裂進展開始応力 σ_c

W とは試験片幅のことである。

図5に破壊実験の結果を示す。図には、き裂長さ a/W が0.2, 0.4, 0.6, 0.8 に対して、持続時間を種々変化させた場合のき裂進展開始応力 σ_c の値をとった。また、図中の実線は、静的な破壊実験の結果得られた破壊じん性値 K_{Isc} と、片側き裂に対する応力拡大係数の計算式を使って求めた破壊応力の予測値を示している。

これより、き裂進展開始応力 σ_c は、き裂長さの増加とともに単調に減少する。しかし、その変化は、一様ではなく、き裂長さ a/W が小さい場合には、静的な破壊応力とほぼ同様な変化をするのに対して、 a/W が大きくなると、その減少割合がふくなり、動的なものが静的なものを上回るようになる。また、持続時間の影響としては、持続時間が長くなる程、き裂進展開始応力は、静的な破壊応力値に近づくようである。これらの傾向は、材料は相違するが、すでに間・中沢ら^{(6)~(8)}によって試みられた同様な実験の結果とはほぼ類似している。そして、これらの研究においては、この特異な現象の説明として、材料の動的破壊じん性値がき裂長さの増加とともに増加するのではなく、動的に発生する応力拡大係数が静的に予測される値よりも、低い値であることによるものであると述べている。

そこで、次に動光弾性実験を行うことにより、き裂先端における、動的応力拡大係数の変化を直接求め、このような考え方が妥当なものであるかどうかを吟味することにする。

4. 実験結果の考察

4.1 動光弾性実験による考察 さて、図6に動光弾性実験装置の概略図を示す。まず、衝撃子が試験片に衝突することによって発生した圧縮パルス波が試験片上部に接着されたひずみゲージによって検出されることにより、トリガ信号が出力される。このトリガ信号は、ディレイゼネレータに入力され、応力波がき裂に入射するまで遅延させられた後、フラッシュと超高

図6 動光弾性実験装置概略図

速度カメラ (IMACON-790, S20 型, イギリスハドランドフォトニクス社製) を作動させる。この超高速度カメラには、数種類のこま間隔ユニットが用意されており、撮影する現象の時間に応じ、適切なこま間隔ユニットが選択できる。また、本実験では、こま数は、解析の都合上すべて 8 こまとした。

そして、動光弾性実験は、次の二つの場合について行った。一つは、非破壊実験によって、入射応力波と動的な応力拡大係数 K_d 値の関係を求めるものであり、二つめは、動的な破壊実験によって、動的破壊じん性値を求めるものである。さらに、以上の実験結果から、3 章の破壊実験における特異な現象の説明を試みた。

まず、非破壊実験について述べる。図 7 は、き裂が進展しない場合の光弾性しま写真の一例を示している。これより、そのしまループは上下対称であり、静的な一軸引張りのものとほぼ同様であることがわかる。そして、このしまループから本研究室で開発されたマイコンによる光弾性しまパターン処理システムを利用して、 K_d 値の変化を求めた (付録 1 参照)。

$\sigma_0 = 0.9 \text{ MPa}$, $a/W = 0.8$, $T_0 = 40 \mu\text{s}$, interframe $10 \mu\text{s}$

図 7 動光弾性しま写真 (非破壊)

図 8 K_d 値変化図

図 8 にその結果を示す。これは、き裂長さ a/W が 0.2 と小さく、持続時間 T_0 が $40 \mu\text{s}$ の場合のもので、比較のため、その入射応力波の変化と共に示してある。

K_d 値の変化は、入射応力波のピーク値までは、ほぼ $\sqrt{t}$ に比例して増加してゆき、入射応力波とはほぼ同じ位置でピーク値を取った後は、急激に減少する。

この挙動は、次のように説明できる。つまり、 a/W が 0.2 と小さい場合には、このき裂は、無限体中に存在するき裂に近い性質を持つものと考えられるので、このようなモデルがステップ状の応力波を受ける場合の数値解析⁽¹¹⁾の結果より、 K_d 値の変化を模式的に表せば、図 9 の左のように表される。つまり、このような場合、理論的には、 K_d 値は $\sqrt{t}$ に比例して増加してゆき、静的な値 K_s を 20% 程度飛び越えた後、 K_s 値のまわりを、振動しながら減衰する。

図 9 無限体中に存在するき裂のパルス状の応力波に対する K_d 値変化 (T_0 が短い場合)

図 10 K_d - σ 線図

このことより、パルス状の応力波が入射した場合の K_d 値変化は、重ね合わせの原理を用いることにより、簡単に求められ、持続時間が短い場合には、図の右のようになり、図 8 の変化とよく一致している。また、持続時間が長い場合にも同様な考え方でその挙動が推定でき、その妥当性は実験の結果で確認されている。しかし、 a/W が大きい場合には、もはや、このような考え方をとることはできない。そこで、本研究においては、 a/W が大きい場合の K_d 値の挙動を動的な有限要素法を用いることにより、より詳細に検討することにしたが、その取扱いについては、次章で説明する。

一方、以上のような K_d 値の変化から、入射応力のピーク値と発生する K_d 値のそれとの関係を求めてみたのが図 10 である。図中には、一点鎖線でそれぞれの a/W に対する静的な K 値と荷重応力との関係を示してある。この図より、実際に発生している K_d 値は、静的に予測されるそれより、はるかに低い値となっていることがわかる。しかもその傾向は、 a/W が大きくなるほど、はげしいものとなる。

次に、光弾性実験を併用した破壊実験について述べた。図 11 に、き裂が進展、破断した場合の光弾性しま

写真の一例を示す。このような写真から、動的破壊じん性値を求めた。その結果を表 3 に示す。これより、動的破壊じん性値は、多少のばらつきはみられるが、き裂長さや持続時間によらずほぼ一定で、材料に固有のものと思われる。そして、その値は、対応する静的破壊じん性値 $K_{sc}=0.863\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$ よりも若干低い(約 80%)。この傾向は、すでに発表されている研究報告⁽¹²⁾⁽¹³⁾のそれらとも類似しており、その理由も材料の荷重速度依存性によるものと思われる。

以上の非破壊実験、破壊実験の結果より、3章で述べた破壊実験の特異な現象は、次のように説明される。すなわち、材料の動的破壊じん性値は、き裂長さ a/W や持続時間 T_0 によって変化するものではなく、材料に固有のものであって、実際には、動的に発生する K_d 値が、き裂長さ a/W が大きくなるに従って、静的な $K-\sigma$ 関係から予測される値よりは、低い値になるためである。したがって、破壊にはその静的に予測される値よりも大きな応力ベクトル、または、より長い持続時間が必要になるわけである。

4.2 有限要素法による考察 前節でも述べたように、ここでは特に、 a/W が大きい場合の K_d 値変化

表 3 動的破壊じん性値

a/W	30	40	80	120
0.2	—	0.526	0.650	0.563
0.4	0.597	0.730	0.616	0.856
0.6	0.751	0.488	0.850	0.860
0.8	0.750	0.810	—	0.700

 (unit, $\text{MPa}\sqrt{\text{m}}$)

 K_{dc}

MEAN VALUE 0.694

STANDARD DEVIATION 0.138

 $\sigma_0 = 1.8 \text{ MPa}$, $a/W = 0.6$, $T_0 = 120 \mu\text{s}$, interframe $20 \mu\text{s}$

図 11 動光弾性しま写真 (破壊)

図 12 要素分割図

 図 13 K_d-t 線図

を明らかにする目的から、本実験に対応するモデルの動的有限要素解析を試みる。

本報で用いた方法は、既存の静的有限要素法プログラムを若干修正することにより、動的問題への適用も容易であり、その精度もかなり良好と言われている和田らの方法⁽¹⁴⁾である(付録2参照)。

図12は、解析時の要素分割図を示し、図13にその結果を示す。この図において、横軸には、時間 t (これは、応力波が試験片上端面に作用した瞬間からの時間)を取ってある。また、図中の記号Dは、き裂先端から発生した散乱レーレー波がき裂のある境界(試験片の側面境界)から反射して、もとのき裂先端にもどってくるまでの時間($D=2a/v_R$)を示しており、その添字1, 2, ...は、 $a/W=0.2, 0.4, \dots$ に対応している。

この図より、 a/W が小さい場合の K_d 値変化は、すでに4.1節に述べたように、無限体中のき裂の解析解とほぼ一致するのに対して、 a/W が0.4以上になると、もはやそのような考え方は成立しなくなる。しかも、このような、有限帯板境界からの反射波の影響が無視できない場合の K_d 値変化は、二つの異なった曲線から構成されると考えてよいようである。その曲線とは、反射波の影響がない時間領域においては、無限体中に存在するき裂と同様となるものと考えられ、その変化は、 $\sqrt{t}$ に比例することになる。次に、散乱レーレー波の影響を受けた時間領域では、その増加割合が急激に減少し、大変ゆるやかな増加曲線となる。しかし、この場合でも、十分な時間が経過すれば、静的な K 値に到達するものと考えられる。図14はこのような挙動を模式的に示したものである。

次に以上の有限要素法による解析結果を用いて、本実験の破壊応力を推定してみよう。まず、動的破壊条件として、maximum stress intensity criterionを適用し、動的破壊じん性値としては、動光弾性実験で得

図14 反射波の影響を受ける K_d 値変化

られた表3の値 $0.694 \text{ MPa}\sqrt{m}$ を用いた。また、 K_d 値の変化は、応力波の持続時間 T_0 を経過後は、急激に減少するものとし、それまでの最大値 $(K_d)_{\max}$ が、動的破壊じん性値に達すれば破壊するとして計算を行った。この結果を図15に実線で示した。また、図中には、先の破壊実験の結果も記載した。

さて、動的有限要素法による推定結果と破壊応力値の結果を比較してみると、持続時間 T_0 が30, 40 μs と短い場合には、推定値の方が実験値よりも低いのにに対して、 T_0 が80, 120 μs と長い場合には、推定値と実験値は、ほぼ一致する。これは、入射応力波を完全なパルス波と仮定したために、持続時間が短い場合の K_d 値を、実際の値よりも高く評価したためと思われる。しかし、全体的傾向として、動的有限要素法を用いればパルス状の応力波を受けき裂部材の破壊挙動を、定性的のみならず、定量的にも十分推定できるものと考えられる。

5. 動的応力拡大係数の定式化

前章までの結果より、有限帯板中に存在するき裂の破壊を論ずる場合には、動的破壊じん性値 K_{dc} と動的応力拡大係数 K_d 値の変化がわかればよいことになる。しかし、前者はともかくとして、後者の K_d 値を求めるのに、それに対応した動的有限要素解析をいちいち行うことはきわめて大変な仕事である。そこで、ここでは、有限帯板中のき裂がパルス状の応力波を受ける場合の簡易推定式を提案し、その有効性について検

図15 実験値との比較

討を行った。

まず、有限帯板中のき裂がパルス状の応力波を受ける場合の K_d 値の時間的变化は、すでに述べたように、図 14 に模式的に示すような、三つの領域から構成される。第 1 の領域は、反射波の影響を受けない初期の段階で $\sqrt{t}$ の依存性を有する領域であり、第 2 の領域は、散乱レーレー波の影響を受けた領域であるが、特に、この領域における現象は、大変複雑であることから、解析的に取扱った研究は、ほとんど見あたらない。そこで、本研究においては、この反射波の影響を明らかにするため、先の図 13 の有限要素法解析の結果から、図 14 に定義された ΔK_d の変化を求めてみた。図 16 はそれを示すものである。この図より、反射波の影響は、 $\sqrt{t}$ ではなく、ほぼ t の依存性を持つものと予測される。一方、第 3 の領域とは、応力波の通過後、急激に減少する領域である。

以上のことを考慮して K_d の式を表すと次のようになる。

(a) $t_R \leq T_0$ の場合

$$\left. \begin{aligned} K_d &= A\sigma_0\sqrt{t} & (t \leq t_R) \\ K_d &= A\sigma_0\sqrt{t} - B\sigma_0(t - t_R) & (t_R < t \leq T_0) \\ K_d &= A\sigma_0\sqrt{t} - B\sigma_0(t - t_R) \\ &\quad - A\sigma_0\sqrt{t - T_0} & (T_0 < t) \end{aligned} \right\} \dots\dots(1)$$

(b) $T_0 < t_R$ の場合

$$\left. \begin{aligned} K_d &= A\sigma_0\sqrt{t} & (t \leq T_0) \\ K_d &= A\sigma_0\sqrt{t} - A\sigma_0\sqrt{t - T_0} & (T_0 < t) \end{aligned} \right\} \dots\dots(2)$$

ここで

$$t_R = \frac{2a}{v_R} \dots\dots\dots(3)$$

σ_0 : 負荷応力

t : 応力波がき裂に入射してから時間

A, B : 比例定数

v_R : 散乱レーレー波の速度

図 16 境界からの反射波の影響

以上の式で、 A, B は対象とするモデルの形状や材料が指定されれば、決まる定数と考えられるが、それを規定することは、現状では難しい。ただ、本式の有効性を一応確認するため、これら A, B を先の有限要素解析結果を利用して求め、破壊条件として、maximum stress intensity criterion を用いて σ_c の推定を試みた。図 15 中の点線がそれを示す。その結果は当然ながら、先程の有限要素法の結果とほぼ一致しており、したがって、推定式 (1)~(3) を用いれば、パルス状の応力波を受けるき裂の動的な応力拡大係数の変化をパラメータ $a/W, T_0$ のより広い範囲にわたり求めることが可能となる。そして、今後はさらに、比例定数 A, B のより理論的な推定が重要な課題となるものと言える。

6. 結 言

単一パルス波を受けるき裂部材の破壊挙動を実験的に把握し、その特異な現象を解明するために、動光弾性実験や有限要素法解析を行い、次のような結論を得た。

(1) 単一パルス波を受けるエポキシ樹脂からなるき裂部材の破壊挙動は、き裂長さ a/W が大きくなると、一見、強くなるような挙動を示し、静的な理論からは説明できない。

(2) 動光弾性実験の結果より、(1) の特異な挙動は、 K_d 値の変化が静的な理論から求められる値と異なるためであることが明らかとなった。また、動的破壊じん性値は、本モデルの場合、静的な破壊じん性値の約 80% の値となった。

(3) 動的破壊条件としては、maximum stress intensity criterion の考え方が、本実験の範囲で、ほぼ妥当であることがわかった。

(4) 動的有限要素法解析により、 K_d 値の時間的变化が詳細に把握され、それによって本実験の結果を定量的に説明することができた。

(5) 有限帯板中に存在するき裂が単一パルス波を受ける場合の動的応力拡大係数の推定式を、反射波の影響のない時間領域と、散乱レーレー波の影響を受けた時間領域に対して提案し、その有効性を確認した。

付 録

(1) マイコンによる光弾性しまパターン処理システム このシステムにおいては、従来のように、光弾性しまループの最遠点のみから K 値を求めるのではなく、それぞれのループから数点を入力し、それぞれの点における K 値を計算し、それらのデータを最小

図 17 出力例

$$K_I = 0.9079 \sigma_{yF} \sqrt{\pi l}$$

図 18 座標系

二乗法によって直線近似し、き裂先端の K 値を計算するものである。以下にその計算法について述べる。

本実験では、モード I のみの応力場と考えられるので、以下の計算もモード I のみの場合についてだけ行う。まず、光弾性しま次数 N と応力拡大係数 K_I の間には、次の関係が成り立つ。

$$K_I = \sqrt{2\pi r} \frac{N}{a t \sin \theta} \quad (4)$$

ここで、 a は応力感度、 t は板厚である。上式より K_I は $\sqrt{r}$ の依存性を有することがわかる。

そこで、 n 個のデータ (r_i, K_{Ii}) ($i=1, 2, \dots, n$) に対して、近似式と残差を次式のようにおく。

$$F(r) = a + b\sqrt{r} \quad (5)$$

$$R_i = F(r_i) - K_{Ii} \quad (6)$$

そのとき残差の二乗和は

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n R_i^2 &= \sum_{i=1}^n \{F(r_i) - K_{Ii}\}^2 = \sum_{i=1}^n \{a + b\sqrt{r_i} - K_{Ii}\}^2 \\ &= g(a, b) \end{aligned} \quad (7)$$

$g(a, b)$ を最小にするためには、次式が成り立てばよいことになる。

$$\begin{cases} \partial g / \partial a = 0 \\ \partial g / \partial b = 0 \end{cases} \quad (8)$$

上式を a, b について解き、そして、き裂先端では、 $r=0$ より、 $K_I = a$ が求める値となる。図 17 には、入力データから計算した K_{Ii} 値とその近似直線がプロットしており、 y 軸の切片が求めるき裂先端の K 値となる。

(2) 動的有限要素理論 ここでは、解析に用いた簡略法である、和田らの方法について簡単に述べる。

まずき裂先端の座標系を図 18 のように取れば、 x 軸上のき裂近傍での応力分布は次式となる。

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (9)$$

この時、き裂先端要素の応力 σ_{yF} がその特異性を十分表しうるものと考え、き裂先端の K 値と σ_{yF} の間に一義的な関係が存在することになる。すなわち、き裂先端要素の領域 l における y 方向合力 T_y と、有限要素法における同様の合力 T_{yF} の比 α_1 が次のように計算される。

$$\alpha_1 = \frac{T_y}{T_{yF}} = \frac{\int_0^l \sigma_y l dx}{\sigma_{yF} l} = \frac{K_I \sqrt{2}}{\sigma_{yF} \sqrt{\pi l}} \quad (10)$$

そして、この α_1 を、解析解の得られている内部き裂を有する帯板について、き裂長さを種々変化させて求めた。その結果 $\alpha_1 = 1.2839$ となり、 K 値計算式は次式となった。

$$K_I = 0.9079 \sigma_{yF} \sqrt{\pi l} \quad (11)$$

さらに、上式中の σ_{yF} を、d'Alembert の原理を用いた運動方程式を考慮して、動的に求めることによって、 K_d 値が計算される。

文 献

- (1) Sih, G. C., *Int. J. Fracture Mech.*, 4(1968), 51.
- (2) Sih, G. C., *Handbook of Stress Intensity Factors, Institute of Fracture and Solid Mechanics*, (1973), Lehigh University, Bethlehem, PA.
- (3) Achenbach, J. D., *Int. J. Eng. Sci.*, 8(1970), 947.
- (4) Achenbach, J. D. (Nemat Nasser, S. 編), *Mechanics Today 1*, (1972), Pergamon Press.
- (5) Kalthoff, J.F. and Shockey, D. A., *J. Appl. Phys.*, 48-3 (1977), 986.
- (6) 本間・ほか 2 名, 機講論, No. 760-13(昭 51-10), 86.
- (7) 本間・ほか 2 名, 機講論, No. 800-9(昭 55-7), 237.
- (8) 本間・ほか 3 名, 機講論, No. 820-2 (昭 57-3), 33.
- (9) Steverding, B. and Lehnigh, S.H., *J. Appl. Phys.*, 41-5 (1970), 2096.
- (10) Steverding, B. and Lehnigh, S.H., *J. Appl. Phys.*, 42-8 (1970), 3231.
- (11) Sih, G.C., ほか 2 名, *Int. J. Solids. Struct.* 8-7(1972), 977.
- (12) Shoemaker, A.K. and Rolfe, S.T., *Trans. ASME, Ser. D.*, 91-3 (1969), 512.
- (13) Shoemaker, A.K., and Rolfe, S.T., *Eng. Fract. Mech.*, 2 (1971), 319.
- (14) 和田・ほか 2 名, 機論, 47-417, A (昭 56), 501.