多 孔 板 の ク リ ー プ 解 析 法*

猪 狩 敏 秀**, 瀬 戸 口 克 哉**, 野 村 眞 一***

A Study on the Method of Creep Analysis of the Perforated Plate

by Toshihide IGARI, Katsuya SETOGUCHI, and Shinichi NOMURA

A study was made on the method of creep analysis of the perforated plate based on the equivalent solid plate concept.

A series of creep analysis by FEM for various materials, ligament efficiencies and loading conditions was performed on the perforated plate with triangular penetration pattern of circular holes. Using the results of this analysis, prediction methods for both creep properties of the equivalent solid plate and local stress-strain concentration were examined. Obtained results are as follows.

- ① A prediction method for creep properties of the equivalent solid plate was proposed, which is applicable to wider range of material compared with the conventional method.
- ② A practical prediction method for the local stress-strain concentration was proposed, which is basically based on the Neuber's rule together with the Hoff's analogy.

Key Words : Structural analysis, FEM, Creep, Perforated Plate, Equivalent Solid Plate, Stress-Strain Concentration

1. は じ め に

高温ガス炉中間熱交換器高温管板のような、多孔板部を有する構造物の高温設計にあたっては、多孔板のクリープ解析法の確立が強く要求されている。多孔板部の構造は一般に複雑な三次元構造であり、その詳細な応力解析は非常に繁雑で事実上不可能に近い。このため、多孔板部を有する構造物の応力解析にあたっては、多孔板部を剛性が等価な中実板に置換して解析する簡易手法が実用的によく用いられる⁽¹⁾。この場合

① 等価中実板特性の推定法

② 得られた等価中実板変形挙動から真の応力ひずみ挙動を求めるための孔まわり応力ひずみ集中推定法が重要となる。弾性解析に対するこれらの推定法は ASME B&PV Code Sec. III A-8000⁽²⁾ (以下 A-8000 と呼ぶ)に示されている。一方、クリープ解析に関しては確立された推定法はなく、浦上らによる①および②についての提案⁽³⁾や O'Donnell らによる②についての

提案⁽⁴⁾がなされている段階であるが、温度および材料に関する適用範囲あるいは実用性の点で必ずしも十分なものではなく、検討の余地があるように思われる。

ここではクリープ状態にある正三角形孔配列の多孔板について、クリープ特性、リガメント効率および負荷条件を変えた一連の有限要素法によるクリープ解析を実施し、上記①および②について従来手法より適用範囲が広くかつ実用的な手法の検討を行う。まず、①については浦上らの手法を拡張し、Hoff の類似⁽⁵⁾を用いて A-8000 の等価中実板弾性特性と整合性を持つ等価中実板クリープ特性推定式を示す。また、②については Neuber 則⁽⁶⁾および Hoff の類似を用いて A-8000 のピーク応力乗数と整合性を持つ孔まわり応力ひずみ集中推定式を示す。

2. 主 な 記 号

η : リガメント効率 (最小リガメント幅 h / 孔ピッチ p , 図 1 参照)

σ, ε : 応力およびひずみ

ε_c : クリープひずみ

$\bar{\sigma}$: von Mises の相当応力

$\bar{\varepsilon}_c$: 相当クリープひずみ

E, ν : 縦弾性係数およびポアソン比

* 昭和 59 年 11 月 29 日 第 929 回講演会において講演、原稿受付 昭和 59 年 5 月 28 日。

** 正員、三菱重工業(株)長崎研究所 (〒850-91 長崎市飽の浦町 1 番 1 号)。

*** 正員、三菱重工業(株)長崎造船所 (〒850-91 長崎市飽の浦町 1 番 1 号)。

A, n : クリープ定数

$\gamma_{\max}$: $A-8000$ のピーク応力乗数 $\{\sigma_{\phi\max}/(\sigma^*/\eta)\}$

*: 等価中実板の特性を示す添字

・: 時間微分を示す添字

ϕ : 孔縁接線方向を示す添字

$\phi_{\max}$: 孔縁接線方向成分の最大値を示す添字

3. 多孔板単位領域の二次元弾性クリープ解析

3.1 解析手法 規則的な正三角形配列の円孔を有し、一定の面内荷重を受ける多孔平板を考える。図1に示す3種類の負荷条件について有限要素法による弾性クリープ解析を実施した。リガメント効率 η は 0.3, 0.5 および 0.7 の3種類とした。平面応力状態を仮定し、クリープ則としては次式の Norton 則を用いた。

$$\dot{\epsilon}_c = A \sigma^n \quad \dots\dots\dots (1)$$

解析に用いた材料特性を表1に示す。

解析に用いた多孔板単位領域の要素分割図の一例を図2に示す。使用したプログラムは MARC であり、要素は二次元 8 節点アイソパラメトリック要素 (MARC ELEMENT No. 26) である。境界条件は変形の対称性を考えたものとし、浦上らのものと同じ条件を用いた。

解析は構造全体が定常的な応力状態となるまで時間ステップを進めることにより行った。この定常応力状態が得られた時点で等価中実板クリープ特性を評価すると同時に、孔まわり要素の積分点における応力ひずみ値を外そうすることにより孔まわり応力ひずみ集中を評価した。

3.2 解析結果 解析の結果得られた等価中実板

表 1 解析に用いた材料特性

Material No.	Elastic E (MPa)	ν	Creep A ($1/\text{hr} (\text{MPa})^n$)	n	Note
I	1.329×10^5	0.3	1.678×10^{-10}	4.45	Hastelloy X, 930°C, $\sigma \geq 9.8 \text{ MPa}$
II	1.329×10^5	0.3	1.539×10^{-8}	2.47	Hastelloy X, 930°C, $\sigma < 9.8 \text{ MPa}$
III	1.329×10^5	0.3	1.201×10^{-18}	6.13	Hastelloy X, 650°C (Only for creep)
IV	1.546×10^5	0.3	7.796×10^{-26}	9.00	SUS 304, 550°C

図 1 負荷条件

のクリープひずみ速度 $\dot{\epsilon}_c^*$ および孔縁接線方向最大応力 $\sigma_{\phi\max}$ の時間変化の例を図3に示す。初期の構造的遷移クリープ状態を経て定常応力状態となっていく様子がわかる。

等価中実板の変形挙動に及ぼす応力、リガメント効率および負荷条件の影響の例を、相当応力 $\bar{\sigma}^*$ と相当クリープひずみ速度 $\dot{\epsilon}_c^*$ の関係で図4に示す。リガメント効率が小さいほどクリープひずみ速度が速くなる傾向が見られる。 x 方向と y 方向の負荷で変形に差がある、いわゆる異方性が見られるが、リガメント効率が大きいほどその程度は小さいようである。 $\bar{\sigma}^*$ と $\dot{\epsilon}_c^*$ の関係は両対数グラフ上で平行な直線群で表され、その傾きは母材のクリープ定数 n と等しい。多軸負荷の例として xy 純せん断に対する結果も示しているが、 y 方向負荷の場合に近い結果となっている。

孔まわりの応力およびひずみ分布の例を図5に示す。定常応力状態においてはひずみの中に占める弾性ひずみ成分 (全ひずみ ϵ_ϕ とクリープひずみ $\epsilon_{\phi c}$ の差) の割合は小さい。なお、弾性解析の結果得られた等価中実板と母材の縦弾性係数の比 E^*/E 、等価中実板のポアソン比 ν^* および弾性ピーク応力乗数 $\gamma_{\max}$ は $A-8000$ の値とほぼ対応していた。

4. 等価中実板クリープ特性推定法

浦上らは $\eta=0.1 \sim 0.5$, $n=5.6 \sim 9.0$ を適用範囲として以下のような推定法を示している。

まず、等価中実板クリープ特性が母材同様の次式で表せるとしている。

$$\dot{\epsilon}_c^* = A^* \sigma^{*n} \quad \dots\dots\dots (2)$$

図 2 要素分割図の一例

図 3 等価中実板のクリープひずみ速度および孔縁接線方向最大応力の時間変化の一例

本報および浦上らの推定式による値と FEM 計算値との対応を図 7 に示す。図からわかるように、本報による推定値は広範囲の n に対して、すなわち、FEM 計算値および A-8000 からの値とよい対応が見られ、また、浦上らの推定式による値ともよく対応している。

高温側では低温側に比べて n の値が小さくなるという実際の材料の傾向を考えると、本報で示した手法は浦上らの方法を拡張し、より高温側への適用も可能にした実用的なものと考えられる。

5. 孔まわり応力ひずみ集中推定法

5.1 Neuber 則に基づく方法の検討 浦上らは孔まわりの弾性ひずみ集中をベースとしてクリープ状態での応力ひずみ集中を推定する方法を示しているが、温度および材料等の適用範囲が限られている。一方、O'Donnell らは $n=1$ についてはポアソン比を 0.5 とした弾性解析を、 $n=\infty$ については剛塑性体に対する解析を行い、中間の n についてはピンホールに対する Nadai の解析解から傾向を推定することによりクリープ状態での孔まわり応力ひずみ集中を推定する方法を提案している。温度および材料に対する適用範囲は広いが、 $n=1$ および ∞ について FEM 解析を必要とする。

ここでは、クリープ状態での孔まわり応力ひずみ集中を推定するための基本的な考え方として Neuber 則を用いた方法の検討を試みる。

図 8 に示すような多孔板およびそれと剛性が等価な中実板が同一の力で引張られる場合を考える。まず、母材および等価中実板について弾性ひずみを無視して、それぞれの応力ひずみ関係を次のように仮定す

る。

$$\dot{\epsilon} = A \sigma^n \quad (\text{母材}) \quad \dots\dots\dots (11)$$

$$\dot{\epsilon}^* = A^* \sigma^{*n} \quad (\text{等価中実板}) \quad \dots\dots\dots (12)$$

式(11)の左辺から「 $\cdot$ 」を取った次式

$$\epsilon = A \sigma^n \quad \dots\dots\dots (13)$$

の特性を持つ材料からなる図 8 同様の多孔板について次式の Neuber 則が成り立つと仮定する。

$$\sigma_{\phi\max} \epsilon_{\phi\max} = k_t^2 \sigma_{\text{nom}} \epsilon_{\text{nom}} \quad \dots\dots\dots (14)$$

ここで ϵ_{nom} は多孔板の荷重負荷方向の平均ひずみ、 σ_{nom} は ϵ_{nom} と式(13)の関係で結ばれる応力であり、 $\sigma_{\phi\max}$ と $\epsilon_{\phi\max}$ も式(13)の関係を満たしている。また、 k_t は次式で表される応力集中係数であり^{*1}、A-8000 のデータから求めることができる。

$$k_t = \left(\frac{\sigma_{\phi\max}}{\sigma_{\text{nom}}} \right)_{n=1} = \frac{E^* Y_{\max}}{E \eta} \quad \dots\dots\dots (15)$$

Hoff の類似を考えると式(11)の特性を持つ材料に対して次式の Neuber 則が成り立つと考えられる。

$$\sigma_{\phi\max} \dot{\epsilon}_{\phi\max} = k_t^2 \sigma_{\text{nom}} \dot{\epsilon}_{\text{nom}} \quad \dots\dots\dots (16)$$

ここで $\sigma_{\phi\max}$ と $\dot{\epsilon}_{\phi\max}$ 、および σ_{nom} と $\dot{\epsilon}_{\text{nom}}$ はそれぞれ式(11)を満たすものである。

多孔板と等価中実板のひずみ速度は等しいから

$$\dot{\epsilon}_{\text{nom}} = \dot{\epsilon}^* \quad \dots\dots\dots (17)$$

式(11)および式(12)を代入することにより σ_{nom} と σ^* の関係式が次のように求まる。

$$\sigma_{\text{nom}} = \left(\frac{A^*}{A} \right)^{1/n} \sigma^* \quad \dots\dots\dots (18)$$

クリープ状態での孔まわり応力集中係数は式(16)に式(17)および式(18)を代入し、式(11)および式(12)の関係をを用いることにより次のように求められる。

$$\frac{\sigma_{\phi\max}}{\sigma^*/\eta} = \eta k_t^{2/(n+1)} \left(\frac{A^*}{A} \right)^{1/n} \quad \dots\dots\dots (19)$$

ここで A^*/A としては式(10)を用いる。式(19)は $n=1$ の場合、式(8)を考えると A-8000 のピーク応力乗数定義式と一致する。

孔まわりのクリープひずみ集中係数は式(19)に式(11)および式(12)を用いることにより次のように表せる。

図 7 等価中実板クリープ特性の推定

(a) Perforated plate (b) Equivalent solid plate

図 8 多孔板の等価中実板への置換

$$\frac{\dot{\epsilon}_{\phi\max}}{\dot{\epsilon}^*} = k_t^{2n/(n+1)} \dots\dots\dots (20)$$

時間で積分することにより孔縁接線方向最大クリープひずみ $\epsilon_{\phi\max}$ が得られる。

式(19)および式(20)による推定値と FEM クリープ解析結果の対応を検討したところ、応力集中係数に関しては n が大きくなるほど減少し、クリープひずみ集中係数に関しては n が大きくなるほど増加するという FEM 解析結果の傾向を定性的にはよく表すものの、定量的には差が見られた。特にクリープひずみ集中係数に関して $\eta=0.7$ の場合小さめの、また、 $\eta=0.3$ の場合大きめの推定となっており、実用的な面で推定法の修正が必要となった。

5.2 Neuber 則の修正 ここでは次式に示すように式(16)に修正係数を導入した次式を考える。

$$\sigma_{\phi\max} \dot{\epsilon}_{\phi\max} = (Ck_t)^2 \sigma_{nom} \dot{\epsilon}_{nom} \dots\dots\dots (21)$$

ここで修正係数 C は

$$C = C(\eta, n) \dots\dots\dots (22)$$

と考える。この場合式(19)および式(20)は次のように表せる。

$$\frac{\sigma_{\phi\max}}{\sigma^*/\eta} = \eta (Ck_t)^{2/(n+1)} \left(\frac{A^*}{A} \right)^{1/n} \dots\dots\dots (23)$$

$$\frac{\dot{\epsilon}_{\phi\max}}{\dot{\epsilon}^*} = (Ck_t)^{2n/(n+1)} \dots\dots\dots (24)$$

クリープひずみ集中係数に関し、推定値と FEM クリープ解析結果が等しくなる条件から C を求めると次のようになる。

$$C = \frac{\left[\left(\frac{\epsilon_{\phi\max}}{\epsilon_c^*} \right)_{FEM} \right]^{(n+1)/(2n)}}{k_t} \dots\dots\dots (25)$$

なお、ここでは構造的な定常状態を対象としているため、FEM クリープ解析結果得られる定常状態での

図 9 Neuber 則修正のための C 値

1 $\sigma = E\epsilon$ の特性を持つ母材からなる多孔板と $\sigma^ = E^*\epsilon^*$ の特性を持つ等価中実板で $\epsilon_{nom} = \epsilon^*$ および A-8000 の関係式 $\sigma_{\phi\max} = Y_{\max} \sigma^*/\eta$ の条件を用いることにより得られる。

$\epsilon_{\phi\max}/\epsilon_c^*$ を式(24)の $\dot{\epsilon}_{\phi\max}/\dot{\epsilon}^*$ と等価とみなしている。

一連の FEM クリープ解析結果について式(25)により C 値を求めた結果をリガメント効率 η およびクリープ特性 n の逆数の関係で整理し、図 9 に示す。図より C の近似式として次式を設定し、式(26)による結果を実線で図中に併記した。

$$C = (-1.359 \log_{10} \eta - 0.551) \left(\frac{1}{n} - 1 \right) + 1 \dots\dots\dots (26)$$

なお、図 9 の xy せん断の場合、式(25)の ϵ_c^* の代わりに相当クリープひずみ ϵ_c^* を用いるとともに、 $Y_{\max}$ についても相当応力 σ^* に対するピーク応力乗数を用いている。

式(26)の C を用いた場合の式(23)および式(24)による応力ひずみ集中推定結果と FEM クリープ解析結果の対比の一例を図 10 および図 11 に示す。推定値と FEM クリープ解析結果はよく対応している。図中には浦上らの推定式による値も $\eta=0.3$ および 0.5 について $n=5.6 \sim 9.0$ の範囲で併記している。応力集中係数は本報の推定値の方が若干高めとなっている。クリープひずみ集中係数については、彼らが主として検討している $\eta=0.3$ の場合についてはよく一致している。

本報の応力集中推定法と O'Donnell らの解析結果の対比を行ったのが図 12 である。彼らは正三角形孔配列の多孔板については $\eta=0.5$ で xy 二軸引張り ($\sigma_x^* = \sigma_y^*$) の場合についてのみ結果を示しているため、その場合についての推定を行った。O'Donnell らの結果と本報の推定値の間にはよい対応が見られた。なお、クリープひずみ集中係数については彼らは $(\epsilon_{\phi\max})_n / (\epsilon_{\phi\max})_{n=1}$ の形で示しているため直接の比較はできなかったが、 n に対する依存性の傾向は一致していた。

本報の推定手法は $n=1$ に対しては A-8000 の諸デ

図 10 孔まわり応力集中係数

図 11 孔まわりクリープひずみ集中係数

ータを用い、任意の n に対しては修正係数を導入した Neuber 則を用いて推定を行うものである。O'Donnell らの手法のように $n=1$ および ∞ に対する FEM 解析を必要としないため、実用性があると思われる。

6. ま と め

剛性を合わせた等価中実板の概念を用いた多孔板のクリープ解析法に関し、等価中実板のクリープ特性推定法および孔まわり応力ひずみ集中推定法を示した。

まず、等価中実板クリープ特性推定法については浦上らの手法の温度および材料面での適用範囲拡張を図り、特殊な場合として A-8000 の等価中実板弾性特性と整合性を有する推定式を示した。

また、クリープ状態での孔まわり応力ひずみ集中推定法については、基本的には Neuber 則に基づき、特

図 12 応力集中係数に関する O'Donnell らの結果との比較

殊な場合として A-8000 の弾性ピーク応力乗数と整合性を有する実用的な推定式を示した。

なお、FEM 解析実施にあたっては三菱総合研究所の秋月清氏の協力を得た。記して感謝する。

文 献

- (1) O'Donnell, W. J. and Porowski, J. S. (Zamrik, S. Y. and Dietrich, D. 編), *Pressure Vessels and Piping Design Technology-1982-A Decade of Progress*, (1982), 359, ASME.
- (2) ASME B & PV Code Sec. III, Division 1, Appendix A, ASME, (1980), 463.
- (3) 浦上・ほか 3 名, 圧力技術, 90 (昭 56), 57.
- (4) Porowski, J. S., ほか 3 名, *Trans. ASME, J. Press. Vessel Technol.*, 102-4 (1980), 419.
- (5) Odqvist, F. K. G. and Hult, J., (村上訳), クリープ強さの理論, (昭 42), 48, 培風館.
- (6) Neuber, H., *Trans. ASME, Ser. E*, 28-4 (1961), 544.

討 論

〔質問〕 井上達雄〔京都大学工学部〕

クリープを受ける多孔板について Hoff の類似（アナロジー）を用いて、手際よく近似解析をされたことに敬伏する。以下についてご教示下されれば幸いである。

(1) 有限要素解析を行うにあたって、図 2 の部分 1 個のみの計算をされたと思うが、この時の境界条件はすべて変位で与えたと考えてよいのか。また、この結果から、等価応力 σ^* や等価ひずみ ϵ^* をどのようにして求められたか。

(2) Hoff のアナロジーを適用するに際して、 A が定数ならそれが可能だが、本論文の場合 A は η や n の関数である。この場合にこのアナロジーを適用する理論的根拠についてお教え願いたい。

(3) ひずみ集中係数を修正するための定数 C を式(26)のように与えられたわけだが、その適用範囲などについてのお考えを伺いたい。

〔回答〕 (1) 解析に用いた境界条件は文献(3)のもとと同様であり、付図 1 に示すようにすべて変位で与えた。すなわち、辺 BC 上では u_x を一様とし、辺 CD 上では CD の中点 M から等距離の二点 P, Q について $u_x^M = (1/2)(u_x^P + u_x^Q)$, $u_y^M = (1/2)(u_y^P + u_y^Q)$ とした。

付図 1

等価中実板の応力 σ^* およびひずみ ϵ^* は孔の存在を無視した形状に対するものとした。すなわち、孔ピッチを p 、荷重を F とする時 x 方向負荷については $\sigma_x^* = F_x / \{(\sqrt{3}/4)p\}$, $\epsilon_x^* = u_x^{BC} / (p/2)$, y 方向負荷については $\sigma_y^* = F_y / (p/2)$, $\epsilon_y^* = u_y^M / \{(\sqrt{3}/4)p\}$ とした。

(2) 本論文では式(8)および式(6)の導出の2箇所 Hoff の類似を用いている。前者は $n=1$ において、巨視的な力学的挙動の等しい多孔板と等価中実板

を想定し、後者は η が等しく、式(11)および式(13)のように同形の構成式を有する二つの多孔板を考えている。異なる構造(η で代表される)や形の異なる構成式を考えているわけではないので Hoff の類似は成立していると考ええる。

(3) 式(26)は数値計算に基づく一種の実験式であり、 C の導出に用いた条件の範囲が適用範囲と考える。すなわち、 η については $0.3 \sim 0.7$, n については $1.0 \sim 9.0$ が適用範囲と考える。