母線に沿って支持された横置円筒貯そうの変形と応力*

平 野 俊 雄**, 溝 口 孝 喜***
Toshio HIRANO, Koki MIZOGUCHI**Key Words:** Structural Analysis, Thin Shell Theory, Deformation, Stress, Horizontal Reservoir, Supports along Generators

1. 緒 言

両端にて支持された横置円筒貯そうが、液体にいっぱい満たされた場合⁽¹⁾、および一部に液体が満たされている場合⁽²⁾について、その応力と変形は著者らによってすでに解析されている。また、胴部分の 2 箇所部分的に支持された場合についても報告されている⁽³⁾。

母線に沿って支持された横置円筒貯そうの研究は、円孔を有する場合について Naghdi⁽⁴⁾によって近似的な方法で行われているが、母線支持のない場合は文献(2)のように満水時より低水位の方がたわみが大きくなるなどの特異な現象について考慮されてなく、母線支持の最適な位置等についても検討されてない。また、母線支持反力を一様分布と仮定しているため、支持台付近の応力状態を正確に評価できない。

本研究においては、両端で支持され同時に母線に沿って支持された横置円筒貯そうの変形と応力状態を、母線支持反力の分布について仮定を設けずに解析した。解析には、著者の一人によってすでに導かれている薄肉円筒かくの基礎式を用いた。母線支持のない場合は低水位でたわみが大きくなることを考慮し、水位

と母線支持の位置と貯そうに生ずる応力の関係を調べて、貯そうを有利な応力状態にする時の母線支持の位置を求めた。同時に、この場合の変形と応力も調べた。

解析の結果、貯そう円筒が長い場合は母線支持の位置を $\beta=15^\circ$ (図 1 参照) にすると、応力・変形ともに小さくすることができるが、短い場合には母線支持をすることによって応力は大きくなることなどがわかった。

2. 解 法

貯そうは図 1 に示すように角度 α まで液体で満たされており、問題を簡単にするため、次のような仮定をおく。

(1) 両端の板は、板面内変形に対しては十分抵抗し得るが、曲げに対する抵抗は全くない薄板とする。

(2) 貯そう円筒は β の位置で母線支持されており、この支持台の幅は十分小さい。

(3) 円筒と支持台の間には摩擦はない。

(3) の仮定より、円筒には垂直力 p のみ作用し、この場合の薄肉円筒かくの基礎式は次のように書かれる⁽⁵⁾。

$$A \frac{\partial^8 w}{\partial x^8} + \frac{4B}{a^2} \frac{\partial^8 w}{\partial x^6 \partial \theta^2} + \frac{6C}{a^4} \frac{\partial^8 w}{\partial x^4 \partial \theta^4} + \frac{8-2\nu^2}{a^4} \frac{\partial^6 w}{\partial x^4 \partial \theta^2} + \frac{6L}{a^4} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \left(\frac{4}{a^6} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{1}{a^8} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} \right) \left[\frac{\partial^6 w}{\partial \theta^6} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^4} + \frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} \right] = \frac{1}{D} \left[A \frac{\partial^4 p}{\partial x^4} + \frac{2U}{a^2} \frac{\partial^4 p}{\partial x^2 \partial \theta^2} + \frac{B}{a^4} \frac{\partial^4 p}{\partial \theta^4} \right] \dots (1)$$

ここに、 w は半径方向変位、 a は半径、 h は厚さ、 ν はポアソン比、 D は板の曲げ剛性、 $\epsilon = h/a$
 $\times [A, B, C, U] = 1 + \epsilon^2 [1/3, 1/12, (1-\nu^2)/72, (2-2\nu+\nu^2)/12(1-\nu)]$, $L = 2(1-\nu^2)A/\epsilon^2$ 。

図 1, 2 を参照し、仮定(1)を考慮し、液体の比重量を γ とすると、境界条件は次のようになる⁽²⁾。

$x = \pm l$ で、

* 昭和 58 年 11 月 12 日 関西支部秋期大会講演会において講演、原稿受付 昭和 58 年 12 月 27 日。

** 正員、高松工業高等専門学校 (〒761 高松市勅使町 355)。

*** 正員 (〒588 神戸市垂水区塩屋北町 2 丁目 11-10)。

図 1 母線に沿って支持された横置円筒貯そう

図 2 表面力, 変位, 内力, モーメント

$$w=0, v=0, M_x=0 \quad (2)$$

$$\int_0^\pi T_x d\theta = \pi \gamma a^2 f_t(\alpha)/2, \quad \int_0^\pi T_x \cos \theta d\theta = -\pi \gamma a^2 f_m(\alpha)/8, \quad \int_0^\pi T_x \cos n\theta d\theta = 0 \quad (n \geq 2) \quad (3)$$

$$\theta = \pm(\pi - \beta) \text{ で, } w=0 \quad (4)$$

ここに,

$$\left. \begin{aligned} f_t(\alpha) &= [(\pi - \alpha) \cos \alpha + \sin \alpha/2 + \sin 2\alpha \cos \alpha/2 - \sin 3\alpha/6]/\pi \\ f_m(\alpha) &= [(\pi - \alpha) + \sin 2\alpha - 2 \sin 3\alpha \cos \alpha/3 + \sin 4\alpha/4]/\pi \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

式(2), (3)は両端支持, 式(4)が母線支持の境界条件を表す。両端が支持され, 母線方向に支持のない場合の解析は, 文献(2)で述べてあるので簡単に記す。水圧 p_w を θ の方向に対して Fourier 級数に展開すれば次式となる。

$$p_w = p_1 + p_2 + p_3, \quad p_1 = \gamma a f_1(\alpha), \quad p_2 = -\gamma a \cos \theta f_2(\alpha)$$

$$p_3 = -(\gamma a/\pi) \sum_{n=2}^{\infty} f(\alpha, n) \cos n\theta \quad (n=2, 3, 4, \dots)$$

$$\text{ここに, } f_1(\alpha) = [(\pi - \alpha) \cos \alpha + \sin \alpha]/\pi, \quad f_2(\alpha) = [(\pi - \alpha) + \sin 2\alpha/2]/\pi$$

$$f(\alpha, n) = 2 \cos \alpha \sin n\alpha/n - \sin(n+1)\alpha/(n+1) - \sin(n-1)\alpha/(n-1) \quad (6)$$

式(6)に対する式(1)の解 w は次のように得られる。

$$\left. \begin{aligned} w &= w_1 + w_2 + w_3, \quad w_1 = c + \operatorname{Re} c_0 A \mu_0^4 \cos(\mu_0 x') \\ w_2 &= [-kx'^4 + A_1 x'^2 + B_1 + \operatorname{Re} c_1 \xi(\mu_1, 1) \cos(\mu_1 x')] \cos \theta \\ w_3 &= -(a^5 \gamma B/\pi D) \sum_{n=2}^{\infty} f(\alpha, n) \cos n\theta / (n^2 - 1)^2 + \operatorname{Re} \sum_{n=2}^{\infty} c_{ni} \xi(\mu_i, n) \cos(\mu_i x') \cos n\theta \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$$\text{ただし, } k = k' f_2(\alpha), \quad k' = \gamma a^5 \varepsilon^2 / 288(1 - \nu^2) BD, \quad x' = x/a, \quad \xi(\mu_i, n) = A \mu_i^4 + 2 U \mu_i^2 n^2 + B n^4$$

ここで, $c, c_0, A_1, B_1, c_1, c_{ni}$ ($i=1, 2$) は境界条件によって定まる未定定数であり, μ_0, μ_1, μ_i は次式によって求められる特性根である⁽⁶⁾。

$$n=0 \text{ の時, } \mu_0^4 + 12(1 - \nu^2)/\varepsilon^2 = 0 \quad (8)$$

$$n=1 \text{ の時, } A \mu_1^4 + 4 B \mu_1^2 + 12(1 - \nu^2) B^2/\varepsilon^2 = 0 \quad (9)$$

$$n \geq 2 \text{ の時, } A \mu_i^8 + 4 B n^2 \mu_i^6 + \{6 C n^4 - (8 - 2\nu^2) n^2 + 6 L\} \mu_i^4 + n^2 (4 \mu_i^2 + n^2) (n^2 - 1)^2 = 0 \quad (10)$$

式(10)は, 実用上十分な精度で次式の根として求める⁽⁷⁾。

$$\left. \begin{aligned} &[(1 + i_0/G_0) \mu_i^4 + 2(n^2 - 1 + i_0 G_0) \mu_i^2 + n^2(n^2 - 1)] \\ &\times [(1 - i_0/G_0) \mu_i^4 + 2(n^2 - 1 - i_0 G_0) \mu_i^2 + n^2(n^2 - 1)] = 0 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$\text{ここに, } G_0 = \sqrt{3L/2 + (1 + \nu^2)n^2/2 - 1}, \quad i_0 = \sqrt{-1}$$

μ_i は式(11)の根で共役でない2種類の根 μ_i ($i=1, 2$) をとるものとし, 式(7)の w_3 の第2項はこれら2種類の根に対する式を加え合わせることを意味する。 w に対する他の変位, および各内力, モーメント等は前報⁽²⁾と同様に求められ, その中の主なものは次のようになる。

$$v_1 = 0, \quad T_{x1} = [\gamma a^2 f_1(\alpha) - 12(1 - \nu^2) c D / a h^2] / \nu$$

$$M_{x1} = -(D/a^2) \operatorname{Re} c_0 A \mu_0^6 \cos(\mu_0 x')$$

$$v_2 = [k\{x'^4 - 12\nu x'^2 - G/B\} - A_1\{x'^2 - 2\nu\} - B_1 - \operatorname{Re} c_1 \eta(\mu_1, 1) \cos(\mu_1 x')] \sin \theta$$

$$T_{x2} = (12D/a h^2) [12k\{(1 - \nu^2)x'^2 + 2(2 + \nu) - \nu G/12B\} - 2A_1(1 - \nu^2)$$

$$+ \operatorname{Re} c_1 \xi(\mu_1, 1) \cos(\mu_1 x')] \cos \theta$$

$$\begin{aligned}
M_{x2} &= (D/a^2)[-12k(1-\nu^2)x'^2 + 2A_1(1-\nu^2) + \nu Gk/B - \operatorname{Re} c_1 Z(\mu_1, 1) \cos(\mu_1 x')] \cos \theta \\
v_3 &= (a^5 \gamma / \pi D) \sum_{n=2}^{\infty} f(\alpha, n) (1 + \varepsilon^2 n^2 / 12) \sin n\theta / (n^2 - 1)^2 - \operatorname{Re} \sum_{n=2}^{\infty} c_{ni} \eta(\mu_i, n) \cos(\mu_i x') \sin n\theta \\
T_{x3} &= (\nu a^2 \gamma / \pi) \sum_{n=2}^{\infty} f(\alpha, n) \cos n\theta / (n^2 - 1) + (12D/ah^2) \operatorname{Re} \sum_{n=2}^{\infty} c_{ni} \zeta(\mu_i, n) \cos(\mu_i x') \cos n\theta \\
M_{x3} &= (\nu a^3 \gamma / \pi) \sum_{n=2}^{\infty} f(\alpha, n) \cos n\theta / (n^2 - 1) - (D/a^2) \operatorname{Re} \sum_{n=2}^{\infty} c_{ni} Z(\mu_i, n) \cos(\mu_i x') \cos n\theta
\end{aligned} \dots\dots\dots (12)$$

ここに,

$$\begin{aligned}
G &= 4\{6(1+2\nu) + \nu(1-\nu)\varepsilon^2\} \\
\eta(\mu_i, n) &= n[(2-\nu)\varepsilon^2 \mu_i^4 / 6(1-\nu) + (4-3\nu+\nu^2)\varepsilon^2 \mu_i^2 n^2 / 12(1-\nu) + (2+\nu)\mu_i^2 + \varepsilon^2 n^4 / 12 + n^2] \\
\zeta(\mu_i, n) &= (2-\nu)\varepsilon^2 \mu_i^4 n^2 / 12 + (1-\nu^2)I\mu_i^2 n^2 + (1-\nu)^2 \varepsilon^2 \mu_i^2 n^4 / 12 - \nu \varepsilon^2 n^4 (n^2 - 1) / 12 \\
Z(\mu_i, n) &= A\mu_i^6 + (2U + \nu V)\mu_i^4 n^2 + \{(1+2\nu) + (1-\nu^2)\varepsilon^2 / 12\}\mu_i^2 n^4 - \nu(2+\nu)\mu_i^2 n^2 + \nu n^4 (n^2 - 1) \\
I &= 1 + \nu \varepsilon^2 / 6(1+\nu), \quad V = 1 - \nu \varepsilon^2 / 6(1-\nu)
\end{aligned} \dots\dots\dots (13)$$

式(7), (12)を境界条件式(2), (3)に代入して, 未定定数を求めると, 次のようになる.

$n=0$ の時,

$$c = \frac{\gamma a^3 h^2}{12(1-\nu^2)D} \left\{ f_1(\alpha) - \frac{\nu}{2} f_2(\alpha) \right\}, \quad c_0 = -\frac{2c\bar{\mu}_0^2}{A\mu_0^4(\bar{\mu}_0^2 - \mu_0^2) \cos(\mu_0 l')} \dots\dots\dots (14)$$

$n=1$ の時,

$$\left. \begin{aligned} c_1 &= 2(g_a \bar{\omega} - g_b \bar{\lambda}) / (\lambda \bar{\omega} - \bar{\lambda} \omega) \cos(\mu_1 l') \\ A_1 &= k(6l'^2 + G/2\nu B) - \operatorname{Re} c_1 \varphi \cos(\mu_1 l') / 2\nu \\ B_1 &= kl'^4 - A_1 l'^2 - \operatorname{Re} c_1 \xi(\mu_1, 1) \cos(\mu_1 l') \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

$n \geq 2$ の時,

$$\left. \begin{aligned} \operatorname{Re} c'_{ni} \xi(\mu_i, n) \cos(\mu_i l') &= f_a, \quad \operatorname{Re} c'_{ni} \eta(\mu_i, n) \cos(\mu_i l') = f_b \\ \operatorname{Re} c'_{ni} \zeta(\mu_i, n) \cos(\mu_i l') &= f_c, \quad \operatorname{Re} c'_{ni} Z(\mu_i, n) \cos(\mu_i l') = f_d \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (16)$$

ここに,

$$\left. \begin{aligned} l' &= l/a, \quad \lambda = \zeta(\mu_1, 1) - Z(\mu_1, 1), \quad \varphi = \xi(\mu_1, 1) - \eta(\mu_1, 1) \\ \omega &= (1-\nu^2)\varphi + \nu Z(\mu_1, 1), \quad c_{ni} = (\gamma a^5 / \pi D) c'_{ni} \\ g_a &= -\gamma a^3 h^2 f_m(\alpha) / 48D - 24k(2+\nu), \quad g_b = Gk/B \\ f_a &= Bf(\alpha, n) / (n^2 - 1)^2, \quad f_b = (1 + \varepsilon^2 n^2 / 12) f(\alpha, n) / n(n^2 - 1)^2 \\ f_c &= -\nu \varepsilon^2 f(\alpha, n) / 12(n^2 - 1), \quad f_d = \nu f(\alpha, n) / (n^2 - 1) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

式(16)の左辺は, $i=1, 2$ の特性根に対する値を加え合わせることを意味し, c'_{ni} はこの連立方程式の解⁽⁸⁾として求めることができる.

次に, 母線に沿って支持されたところの支持反力 p_r を線荷重と考え, この線荷重の軸方向の値を適当に選ぶことにより, 境界条件式(4)を満たすようにできる. 半径方向線荷重 p_r を次のようにおく.

$$\left. \begin{aligned} p_r &= \sum_j p_j(x, \theta), \quad p_j = P_j(\theta) \cos(jx') \\ x' &= x/a, \quad j = m\pi a / 2l \quad (m=1, 3, 5, \dots) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

式(18)に対する式(1)の解 w_p を次のようにおく.

$$w_p = \sum_j w_{pj}(x, \theta), \quad w_{pj} = W_{pj}(\theta) \cos(jx') \dots\dots\dots (19)$$

式(18), (19)の p_j, w_{pj} を式(1)に代入して,

$$\begin{aligned} \frac{d^8 W_{pj}}{d\theta^8} - (4j^2 - 2) \frac{d^6 W_{pj}}{d\theta^6} + (6Cj^4 - 8j^2 + 1) \frac{d^4 W_{pj}}{d\theta^4} - \{4Bj^6 - (8 - 2\nu^2)j^4 + 4j^2\} \frac{d^2 W_{pj}}{d\theta^2} \\ + j^4 (Aj^4 + 6L) W_{pj} = \frac{a^4}{D} \left[B \frac{d^4 P_j}{d\theta^4} - 2Uj^2 \frac{d^2 P_j}{d\theta^2} + Aj^4 P_j \right] \end{aligned} \dots\dots\dots (20)$$

式(20)の両辺に Fourier 変換を適用する. すなわち,

$$\bar{W}_{pj} = \int_{-\pi}^{\pi} W_{pj}(\theta) \cos n\theta d\theta \dots\dots\dots (21)$$

$P_j(\theta)$ は, θ について δ 関数と考えられるから

$$\int_{-\pi}^{\pi} P_j(\theta) \cos n\theta d\theta = -2(-1)^n \cos n\beta \bar{P}_j \quad (n=0, 1, 2, \dots) \dots\dots\dots (22)$$

式(21), (22)を式(20)に適用し, その逆変換を行えば, $W_{pj}(\theta)$ として次式を得る.

$$W_{pj}(\theta) = a\alpha_j [\xi_{j0}/2 + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos n\beta \xi_{jn} \cos n\theta] \dots\dots\dots (23)$$

ここに, $j = m\pi a/2l$, $m=1, 3, 5, \dots$

$$\left. \begin{aligned} \xi_{jn} &= \xi(j, n)/H(j, n) \\ H(j, n) &= n^8 + 2(2j^2 - 1)n^6 + (6Cj^4 - 8j^2 + 1)n^4 \\ &\quad + 2j^2\{2Bj^4 - (4 - \nu^2)j^2 + 2\}n^2 + j^4(Aj^4 + 6L) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (24)$$

ゆえに線荷重 p_r によるたわみ w_p は次のように求められる.

$$w_p = a \sum_j \alpha_j [\xi_{j0}/2 + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos n\beta \xi_{jn} \cos n\theta] \cos(jx') \dots\dots\dots (25)$$

ここで, α_j は境界条件によって決定される任意定数である.

式(25)に対する他の変位, および各内力, モーメント等は, 前論文⁽⁹⁾と同様にして求められ, その中で主なものは次のようになる.

$$\left. \begin{aligned} v_p &= -a \sum_j \alpha_j \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos n\beta \eta_{jn} \sin n\theta \cos(jx') \\ T_{xp} &= (12D/h^2) \sum_j \alpha_j [\zeta_{j0}/2 + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos n\beta \zeta_{jn} \cos n\theta] \cos(jx') \\ M_{xp} &= -(D/a) \sum_j \alpha_j [Z_{j0}/2 + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cos n\beta Z_{jn} \cos n\theta] \cos(jx') \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (26)$$

ただし,

$$\left. \begin{aligned} \eta_{jn} &= \eta(j, n)/H(j, n) \\ \zeta_{jn} &= \zeta(j, n)/H(j, n) \\ Z_{jn} &= Z(j, n)/H(j, n) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (27)$$

式(7), (25)を境界条件式(4)に代入すると,

$\theta = \pm(\pi - \beta)$ において,

$$w = w_1 + w_2 + w_3 + w_p = 0 \dots\dots\dots (28)$$

式(28)より α_j を求めるには, $\theta = \pm(\pi - \beta)$ の母線上の K 個の点 $x = x_k$ ($k=1, 2, \dots, K$) において, 式(28)を満足するように α_j ($j=1, 2, \dots, J$) を決定する. な

図3 中央最下面のたわみの水位による変化 (母線支持のない場合)

図4 最大応力 $\sigma'_{\max}$ の水位による変化

お、 $K=J=30$ として数値計算を行った。

以上で未知数がすべて求められるので、変位、応力等が計算できる。

3. 結 果

数値計算は、 $a/h=50$, $\nu=0.3$ で $l/a=2, 3, 4, 5$ と変え、また、 α, β をいろいろ変えて行った。結果は、前報⁽²⁾と同様に次のような無次元化をして図示してある。

$$w' = w/w_0, \quad p'_r = p_r/\gamma a^2$$

$$t_x = T_x/2\gamma a^2, \quad t_\theta = T_\theta/2\gamma a^2$$

$$m_x = 3M_x/a^2 h \gamma, \quad m_\theta = 3M_\theta/a^2 h \gamma$$

$$\sigma'_{x \text{ in}} = t_x \pm m_x, \quad \sigma'_{\theta \text{ in}} = t_\theta \pm m_\theta$$

..... (29)

ここに、 $w_0 = 5k'(l/a)^4$ は、満水時のタンクを両端単純支持されたはりとみなした時の中央のたわみを表す。

まず、母線支持のない場合について述べる。 $l/a=2$ の場合についての端板が剛体としての解析例が、前報⁽¹⁾⁽²⁾で詳しく述べられている。すなわち、中央断面での最下面におけるたわみは、満水の時よりも低水位の時のほうが大きくなり、 $\alpha=120^\circ$ 付近で最大となる。図3に示すように、端板が薄板になるとこの傾向はさらに顕著になる。貯そう円筒が長くなるにつれて、最

図5 最大応力 $\sigma'_{\max}$ の母線支持の位置による変化

図6 たわみ w'

図7 軸方向応力 t_x, m_x

大となる水位が、 $\alpha=120^\circ \rightarrow 90^\circ$ 付近において起こってくる。次に、図4の点線は、中央断面での最下面における最大応力 σ'_{xout} の水位 α による変化を示しているが、たわみと同様に低水位 ($\alpha=75^\circ \sim 105^\circ$ 付近) において最大となっている。

母線支持をした場合の数値計算は、水位 $\alpha=0^\circ \sim 180^\circ$ 、および母線支持の位置 $\beta=0^\circ \sim 25^\circ$ の範囲で、 α, β をいろいろ変えて行った。その結果、母線支持をした場合の最大応力 σ'_{max} は、母線支持のない場合の応力が最大となる水位とほぼ同水位にて起こることがわかった。貯そう円筒の長さが $l/a=2, 3, 4, 5$ の各場合の応力が最大となる水位において、母線支持の位置 β を $0^\circ \sim 25^\circ$ に変化した時の各応力の最大値をプロットしたものが図5である。これより、母線支持のない場合の最大応力 σ'_{xout} ($x'=0, \theta=\pi$) と母線支持をした場合の $\sigma'_x, \sigma'_\theta$ の各応力の最大値を比較すると、貯そう円筒が長い場合 ($l/a=4, 5$) は、母線支持することによって、図5の(A)の範囲で最大応力を小さくすることができ、 $\beta=15^\circ$ の時最小となることがわかる。しかし、貯そう円筒が短い場合には、母線支持をすることによって応力が大きくなり、逆に弱めることになる。

図8 周方向応力 t_θ, m_θ

母線支持の位置を $\beta=15^\circ$ または $\beta=10^\circ$ にした時の水位 (α) の変化による最大応力の変化を図4の実線 (σ'_{xin})、一点鎖線および二点鎖線 ($\sigma'_{\theta in}$) で示す。貯そう円筒が長い場合 ($l/a=4, 5$)、 $\beta=15^\circ$ で母線支持すると支持点での最大表皮応力は、水位が高い場合 σ'_{xin}

図9 表皮応力 $\sigma'_x, \sigma'_\theta$ 図10 母線支持反力 p'_r の分布

図11 母線支持台

で、水位が低くなると $\sigma'_{\theta in}$ となり、母線支持のない場合よりも応力を小さくできることがわかる。

$l/a=4, 5$ の各場合について、母線支持 ($\beta=15^\circ$) をした時の最大応力が最も大きくなるのは水位が $\alpha=75^\circ$ の時であり、この場合の変形と各応力の分布を、図 6～9 に示す。これらの図より次のようなことがわかる。母線支持をすることによって、円筒下面でのたわみおよび膜応力 t_x, t_θ は支持のない場合よりも小さくすることができる。また、同時に支持点付近で大きな曲げ応力 m_x, m_θ を引き起こすことになるが、表皮応力 $\sigma'_x, \sigma'_\theta$ としては母線支持をすることによって小さくすることができる。

母線支持反力 p_r の分布を図 10 に示す。 p_r の分布は、Naghdi⁽⁴⁾ の仮定したように一定とはならないで、最大値は中央で起こり、端へいくにつれて小さくなっていくが、端に近いところで波状を呈する。全母線支持反力は液体重量の約 20% 程度受け持っており、あとの重量は両端での支持によっている。したがって、母線支持の両端が貯そうの端板よりわずかに内側の胴部までしかない場合〔図 11(a)〕には、母線支持端に集中荷重が作用することになり危険である。図 11(b) のように、端板まで届くように母線支持すべきである。

4. 結 論

母線方向に沿って支持された横置円筒貯そうの変形と応力を、薄肉円筒かくの基礎式を用いて厳密に解析し、次の結論を得た。

(1) 貯そう円筒が長い場合は $\beta=15^\circ$ で母線支持

することによって、たわみ、応力ともに小さくすることができる。しかし、短い場合には、母線支持によって逆に応力は大きくなる。

(2) 母線支持によって膜応力は小さくできるが、曲げ応力は大きくなる。

(3) 応力が最大となるのは、母線支持をした場合でも満水の場合よりも低水位 ($\alpha=75^\circ \sim 105^\circ$ 付近) の場合において起こる。

(4) 最大応力は、母線支持のない場合円筒中央下面での σ'_{xout} であるが、母線支持した時の最大応力は円筒中央の母線支持箇所での $\sigma'_{\theta in}$ となる。しかし、円筒が長くて満水に近い場合だけ、最大応力は σ'_{xin} となる。

最後に、本研究に協力された高松工業高等専門学校高木聡技官に謝意を表する。また、数値計算には、大阪大学大形計算機センターを利用したことを付記する。

文 献

- (1) 溝口・井上, 機論, 25-159 (昭 34), 1172.
- (2) 溝口・井上, 機論, 29-203 (昭 38), 1226.
- (3) 溝口・初田, 機論, 41-341 (昭 50), 63.
- (4) Naghdi A. K., *Trans. ASME, Ser. B*, 94-1 (1972), 346.
- (5) 溝口, 機論, 20-95 (昭 29), 485.
- (6) 文献(5)の 486 ページ: 溝口, 機論, 26-164 (昭 35), 546.
- (7) Mizoguchi K., *Bull. of Univ. of Osaka Pref., Ser. A*, 8-2 (1960), 11.
- (8) 文献(6)の 548 ページ.
- (9) 溝口・塩田, 機論, 30-215 (昭 39), 856; 溝口・平野, 機論, 47-422, A (昭 56), 1039.