不規則障害物説に基づく引張応力-ひずみ曲線の表示*

小幡谷 洋一**, 河 野 信 夫**

A Description of Tensile Stress-Strain Curve Based
on the Random Barriers Theory

by Yoichi OBATAYA and Shinobu KOHNO

A new approach to describe the time-independent tensile stress-strain curve is presented by means of the concept of the field of resisting force against the movement of dislocations. The cyclic plasticity model proposed in the previous paper based on this concept indicates that a stress-strain relation in the steady state can be expressed by three internal state variables concerned with such field and microscopic structures. In this paper, a tensile stress-strain relation with different type of yielding can be described by reflecting the microscopic behaviors such as the catastrophic increase of movable dislocation density at the early stage of plastic deformation in the change of one of these three variables. This description has provided satisfactory agreement with each experimental curve for carbon steel and brass with a wide range of strain.

Key Words: Plasticity, Stress-Strain Curve, Dislocation, Field of Resisting Force, Yielding Point

1. 緒 言

金属材料の引張応力-ひずみ曲線を正確に数式化することは構造物の変形解析など実用面で重要なため種々の表示式が提案され実用に供されている⁽¹⁾。こうした諸関係式に含まれる実験定数には本来それぞれの材料に固有な微視構造が反映されており、多結晶金属の巨視的変形挙動を微視的構造との関連で記述しようとする種々のモデルも提示されている^{(2)~(8)}。しかし、それらの場合は結晶粒間の相互作用の多様さなどのため、必ずしも実用材の変形特性を広いひずみ範囲にわたって単純な形で記述し得るまでには至っていない。

こうした中で、バウシニングひずみの機構を説明するため鶴戸口らが提示した不規則障害物説⁽⁹⁾は微視的挙動の本質をそこなわずに巨視的変形挙動を記述し得る変形モデルの一つとして興味あるものである。

筆者らは、不規則障害物説に若干の仮定を加え、繰返し変形が進んで微視的内部構造が比較的安定したと考えられる定常域での時間に依存しない応力とひずみの関係を記述し得る繰返し塑性変形モデルを先の論

文⁽¹⁰⁾で提示した。そして、すべり系特性の異なる炭素鋼および黄銅のいずれの繰返し変形挙動も、抵抗力場の変化に基づくものとして統一的に示し得ることを実験的に明らかにした。その際、任意の半サイクルでの応力とひずみの関係は三つの内部状態変数、すなわち力場の状態を示す二つの変数と内部構造と関連する一つの変数とによって表示することができた。

本研究では、引張荷重下での変形初期における微視的挙動を上述の変数の一つである内部構造変数に反映させ、降伏点挙動の異なる材料に対しても適用できる時間に依存しない新たな応力とひずみの関係式を提示し、炭素鋼および黄銅の実験曲線と対比検討した。

2. 抵抗力場と応力-ひずみ関係式

先に提示した繰返し塑性変形モデルのうち、本研究に関連した部分を簡単に述べる。

両振り定ひずみ試験(塑性ひずみ幅 ϵ^*)において、図 1(a)に示す安定したヒステリシスループ(応力幅 S^* , 最大応力 $\sigma_{\max}^*$, 最小応力 $\sigma_{\min}^*$)を描くようになった場合を考える。以下では ABC の方向(to-motion)のみを考え、応力の尺度としてピーク点 A を起点とする応力 S を用いる。任意の半サイクル始点 $E(S = S_0)$ での変形に關与する障害物強度の確率密度関数

* 昭和 60 年 3 月 31 日 第 62 期通常総会講演会において講演、原稿受付、昭和 59 年 10 月 1 日。

** 正員、福井大学工学部 (〒910 福井市文京 3-9-1)。

(以下単に密度関数とよぶ) $h_0(\sigma)$ は応力 S を変量とする分布中央値 S_{co} , 形状パラメータ m_0 および位置のパラメータが零であるワイブル分布の確率密度関数で与えられるものとし, これを簡単に $w(S; S_{co}, m_0)$ で表示した, すなわち

$$h_0(\sigma) \equiv w(S; S_{co}, m_0) \\ = \frac{m_0 \ln 2}{S_{co}} \left(\frac{S}{S_{co}} \right)^{m_0-1} 2^{-(S/S_{co})^{m_0}} \quad \dots\dots\dots (1)$$

なお, 応力レベルの変化に伴うこの密度関数の変化特性を次のように仮定した (図 1 (b) 参照).

(1) 応力レベルが S_{co} に達しない限り抵抗力場 (密度関数) は変化しない,

(2) 応力レベルが S_{co} を越えて S_p になった場合, S_p 以下の領域での抵抗力場のみが変化し $h_p(\sigma) \equiv w(S; S_{cp}, m_p)$ となる, すなわち, 応力レベル S_p での密度関数 $h(\sigma)$ は $h_0(\sigma)$ と $h_p(\sigma)$ とからなる次のような複合形ワイブル分布と考える,

$$h(\sigma) \begin{cases} = h_0(\sigma); & S \geq S_p \\ = h_p(\sigma); & S < S_p \end{cases} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ただし

$$\int_{S_p}^{\infty} h_0(\sigma) d\sigma = \int_{S_p}^{\infty} h_p(\sigma) d\sigma \quad \dots\dots\dots (3)$$

なお, 式 (1) と式 (3) より次の関係式を得る,

$$(S_p/S_{co})^{m_0} = (S_p/S_{cp})^{m_p} \quad \dots\dots\dots (4)$$

以上の仮定より, 任意の半サイクルで生ずる塑性ひずみ ε を次式で与えた,

$$\varepsilon = \{2(S/S_{co})^{m_0} - 2(S_0/S_{co})^{m_0}\} / A \quad \dots\dots\dots (5)$$

ただし, ここで A は内部構造変数であり, 可動転位密度 N , すべり方向の障害物線密度 n_0 , せん断ひずみと軸ひずみの換算係数 k およびパーガースペクトルの大きさ b を用い次式で与えられる,

$$A = n_0 / kbN \quad \dots\dots\dots (6)$$

なお, 定常域では A が一定であると仮定し, 式 (5) をもとに繰返し変形挙動を実験的に検討した,

一方, A が変化する場合において, A の変化が上述の密度関数の変化特性に影響を与えないものと仮定すれば, 式 (5) に対応する任意の半サイクルにおける応力とひずみ ε の関係は次式で与えられる,

$$\int_0^{\varepsilon} A d\varepsilon = 2(S/S_{co})^{m_0} - 2(S_0/S_{co})^{m_0} \quad \dots\dots\dots (7)$$

式 (7) が内部構造変数 A の変化を考慮した抵抗力場の概念に基づく応力とひずみの関係を与える新たな基本式であると考え, 以下これを用いて検討する,

3. 静引張応力-ひずみ曲線

応力履歴のない焼なまし材の初期密度関数 $h_s(\sigma)$ を引張側と圧縮側で同一の関数 $w(|\sigma|; \sigma_{ys}, m_s)$ とすれば, 静引張応力 (σ)-塑性ひずみ (ε) 曲線は式 (7) をもとに次式で記述できる,

$$\int_0^{\varepsilon} A d\varepsilon = 2^{(\sigma/\sigma_{ys})^{m_s}} - 1 \quad \dots\dots\dots (8)$$

なお, 定常域に至るまでの変形繰返し過程においても, 先に述べた A の変化と密度関数の変化特性との非依存性を仮定するならば, 定常域での抵抗力場特性をもとに初期の密度関数 $h_s(\sigma)$ は以下のように推定できる,

3.1 初期密度関数 $h_s(\sigma)$ の推定 両振り定ひずみ試験において繰返し硬化が進み, 図 1 (a) に示す安定したヒステリシスループを描いている場合, S^* を越える応力レベルにおいては密度関数の変化特性の仮定 (2) により初期密度関数 $h_s(\sigma)$ が保存されていなければならない, したがって, 点 A における密度関数 $h_0^*(\sigma) \equiv w(S; S_{co}^*, m_0^*)$ が与えられているとすれば, 式 (3) より

$$\int_{\sigma_{\max}^*}^{\infty} h_s(\sigma) d\sigma = \int_{S^*}^{\infty} h_0^*(\sigma) d\sigma$$

となり, 次の関係式が成り立つ,

$$(\sigma_{\max}^*/\sigma_{ys})^{m_s} = (S^*/S_{co}^*)^{m_0^*} \quad \dots\dots\dots (9)$$

一方, 定常域で一定とした A の値を A_{∞} で表し, 式 (5) に $S_0=0$ を代入して応力幅 S^* とひずみ幅 ε^* の関係を求めると

$$(S^*/S_{co}^*)^{m_0^*} = \log_2(A_{\infty}\varepsilon^* + 1) \quad \dots\dots\dots (10)$$

となり, 式 (9) より次の関係式を得る,

$$(\sigma_{\max}^*/\sigma_{ys})^{m_s} = \log_2(A_{\infty}\varepsilon^* + 1) \quad \dots\dots\dots (11)$$

したがって, 一連の両振り定ひずみ試験における定常域での A_{∞} の値および諸実験値を用い, 式 (11) に基づいて σ_{ys} と m_s を求めることができる,

図 2 は炭素鋼および黄銅の繰返し硬化を生じた両振り定ひずみ試験結果⁽¹⁰⁾ をもとに $\sigma_{\max}^*$ と $\log_2(A_{\infty}\varepsilon^*)$

図 1 変形に伴う抵抗力場の変化(模式図)

+1)の関係を両対数方眼紙上に実験点として示したものである。なお、 A_∞ の値は炭素鋼で1000、黄銅では500であった。両材とも実験点にややばらつきはあるものの、ほぼ式(11)の関係を満足しており、 $\{\sigma_{ys}; m_s\}$ の値として炭素鋼で $\{87.5(\text{MPa}); 0.93\}$ 、黄銅で $\{187(\text{MPa}); 2.0\}$ の値が得られた。

以上で得られた初期密度関数 $h_s(\sigma)$ のもとで、仮に $A=A_\infty$ =一定として初期より変形が進むとすれば、その時の応力-ひずみ曲線は式(8)をもとに次式で与えられる。

$$A_\infty \varepsilon = 2(\sigma/\sigma_{ys})^{m_s} - 1 \quad \dots\dots\dots (12)$$

図3(a)および(b)に炭素鋼および黄銅の静引張応力-ひずみ曲線(太実線)と式(12)による曲線(細実線)とをそれぞれ比較して示す。両材とも変形初期では実験曲線のほうが式(12)による曲線より上方にあるが、変形の進展に伴い炭素鋼では両曲線がいったん交差したのちほぼ平行となり、黄銅では両曲線が漸近しながらほぼ一致もしくは平行となっていることがわかる。ひずみの大きい領域での実験曲線と式(12)による曲線の形状が両材ともかなりよく一致していることにより、第1回めの負荷時においてすでに A の値は A_∞ の値にかなり接近していることが予想される。一方、ひずみの小さい領域での両部材における実験曲線と式(12)による曲線との対応における差異は材料固有の微視的変形機構の差異によるものと考えられる。したがって、その差異は内部構造変数 A の変化特性に反映されるものと考え、以下では A の変化特性を想定して式(8)より得られる応力-ひずみ曲線と実験曲線との関係について検討する。

3.2 A が連続的に変化する場合 内部構造変数 A は n_0/N の値に依存するが、以下では議論を単純化するため n_0 を一定とみなし、 A の変化は N の変化に対応するものとする。図3(a)、(b)のそれぞれにおける変形初期での両曲線の対比より、初期での内

図2 $\sigma_{\max}$ と $\log_2(A_\infty \varepsilon + 1)$ の関係(炭素鋼、黄銅)

部構造変数 A_0 は定常域での A_∞ より大きいことが推定される。そこでここでは、 A が図4に示すようなひずみ ε の増加に伴い A_0 から指数関数的に減少し、 A_∞ に漸近するものとし、その関係を次式で与える。

$$A = A_\infty + (A_0 - A_\infty)e^{-\alpha \varepsilon} \quad \dots\dots\dots (13)$$

ここで、 α は材料定数とする。式(8)より静引張応力-ひずみ曲線は次式で与えられる。

$$A_\infty \varepsilon + \frac{A_0 - A_\infty}{\alpha} (1 - e^{-\alpha \varepsilon}) = 2(\sigma/\sigma_{ys})^{m_s} - 1 \quad \dots\dots\dots (14)$$

黄銅に対して図3(b)に示した二曲線の差異は上式の左辺第2項の値に依存すると考えられる。したがって、その差が顕著なひずみの小さい領域における実験曲線と式(12)による曲線との対比により A_0 と α を分離して決定することができる[付録参照]。黄銅に対して $\alpha \approx 741$ 、 $A_0 \approx 3210$ の値が得られた。

図5は上で得た A_0 と α の値を用いた式(14)による曲線(実線)と実験点との良好な対応を示したものである。以上のことより、式(13)の妥当性は別としても少なくとも A が連続的に変化する場合の応力-ひずみ曲線は式(8)によって記述できると考えられる。なお、この場合の瞬間ひずみ硬化率 $H = d\sigma/d\varepsilon$ は

$$H = \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \frac{A m_s \ln 2}{\sigma_{ys}} \left(\frac{\sigma}{\sigma_{ys}} \right)^{m_s - 1} 2(\sigma/\sigma_{ys})^{m_s} \quad \dots\dots\dots (15)$$

図3 実験曲線と式(12)による曲線との対比

図4 内部構造変数 A の変化特性(連続的な変化)

で与えられるので、ひずみ硬化に及ぼす内部構造変数 A の役割は明りょうである。

3.3 A が階段的に変化する場合 炭素鋼の降伏点現象は炭素、窒素などの溶質原子に固着されていた多数の転位がその固着ふん囲気から一時的に抜け出すことによって生ずるものと一般に理解されている。したがって、こうした微視的機構は不規則障害物説に従うなら可動転位密度の一時的な急増に対応し、これを内部構造変数の一時的な急減挙動としてとらえることができる。転位が固着ふん囲気から解放され可動となる条件には応力、ひずみ、時間その他が複雑に関与するものと考えられる。しかし、ここではそうした詳細には立ち入らずに初期密度関数 $h_s(\sigma)$ が与えられ、一定ひずみ速度下で変形が進行する過程において内部構造変数 A が図 6 に示すような階段状の変化をする場合の応力とひずみの関係について検討する。

式(13)に従って A が連続的に変化している過程の途中で A が一時的に急減 ($A_1 \rightarrow A_2$) し、その後 A は一定値 (A_2) のまま式(13)を満足するひずみに至るまで変形が進むものとする。この A の〔急減→一定〕の過程が連続して n 回続くものとし、 $A=A_0$ においてこうした過程は終了し、以降は A は連続的に変化するものとする。いま、任意の i 段めの過程が $\varepsilon=\varepsilon_i$ 、 $A=A_i$ で始まるものとするれば、式(13)より次の関係が成り立つ。

$$A_i = A_\infty + (A_0 - A_\infty)e^{-\alpha\varepsilon_i} \quad \text{.....(16)}$$

したがって、 i 段めで生ずるひずみ $\Delta\varepsilon_i$ は

$$\Delta\varepsilon_i = \frac{\ln\{(A_i - A_\infty)/(A_{i-1} - A_\infty)\}}{\alpha} \quad \text{.....(17)}$$

で与えられる。なお、 A_i に対応する可動転位密度 N_i は式(6)で与えられるが、先に述べたように n_0 を一定と仮定しているので、 A_0 に対応する N を N_0 とおくと一般に次の関係が成り立つ。

$$N_i A_i = N_0 A_0 \quad \text{.....(18)}$$

したがって、 i 段めでの A の減少量 $\Delta A_i (= A_i - A_{i-1})$ に対応する N の増加量 $\Delta N_i (= N_{i+1} - N_i)$ は次式で与えられる。

$$\Delta N_i = \Delta A_i N_i / A_{i+1} \quad \text{.....(19)}$$

なお、 $A=A_1$ となる点は上降伏点 ($\sigma=\sigma_{p0}$, $\varepsilon=\varepsilon_1=\varepsilon_{c1}$ とおく) に対応するが、この点までの変形挙動は式(14)で記述できるので実験曲線をもとに A_0 と α を決定することができる。本論文で引用した炭素鋼に対しては $A_0 \approx 12650$ および $\alpha \approx 1000$ の値が得られた。

一方、上降伏点での抵抗力場すなわち密度関数は力場の変化特性の仮定(2)により応力 σ_{p0} 以下の变化した密度関数 $h_p(\sigma)$ を $w(\sigma; \sigma_{cp}, m_p)$ とすれば以下のよ

うに表される。

$$h(\sigma) \begin{cases} = h_s(\sigma); & \sigma \geq \sigma_{p0} \\ = h_p(\sigma); & \sigma < \sigma_{p0} \end{cases} \quad \text{.....(20)}$$

ただし

$$(\sigma_{p0}/\sigma_{ys})^{m_s} = (\sigma_{p0}/\sigma_{cp})^{m_p} \quad \text{.....(21)}$$

なお、 σ_{cp} を実験的に求めることは当面困難なのでここでは下降伏点がこのに対応するものと仮定する。逆方向負荷 (fro-motion) に対する密度関数も変化しているが、その中央値の応力レベル ($\sigma = -\sigma_{ys}$) には変化がないものと仮定しておく。図 7 に以上述べた密度関数の概略と、以下の議論に用いる抵抗力場の一部を模式的に示す。なお、上降伏点以後の変形過程で履歴する応力が $\sigma_{p0} > \sigma > -\sigma_{ys}$ の範囲ならば上述の抵抗力場には変化がないものとする。

さて、 i 段めの過程は $i-1$ 段めの最終応力 $\sigma_{p, i-1}$ で始まり、変形に関与する転位は N_i より一時的に ΔN_i だけ増加して N_{i+1} となり、外応力も一時的に $\Delta\sigma_i$ だけ低下して σ_i になるものとする。この間の抵抗力場における転位の挙動を以下のように考える (図 7 参照)。これまで変形に関与していた転位 (図中●印で示し、以下転位 p と呼ぶ) は外応力 $\sigma_{p, i-1}$ とつりあつて力場の斜面にあるが、固着ふん囲気から解放される転位 (図中○印で示し、以下転位 q と呼ぶ) は障害物の強度がちょうど $\sigma_{p, i-1}$ である力場の山の頂上に新たに出現し、その後の変形に関与するものとなる。転位 q は力場の谷間に落下するよう振舞うため、外応力は一時的に低下するが、それに伴って転位 p は斜面を下

図 5 式(14)による曲線と実験点との対比 (黄銅)

図 6 内部構造変数 A の変化特性 (階段的な変化)

り負方向のひずみを生じようとする。この間巨視的ひずみに変化がないとすれば、転位 p による負方向のひずみを補うよう転位 q は落下しながらも正方向に移動して応力低下量 $\Delta\sigma_i$ の時に斜面に到達し、外力の低下は停止するものとする。力場の谷間の形状は不規則であるが、ここではその平均的な形状として図7に示すような fro-motion に対する密度関数の中央値の位置 ($\sigma = -\sigma_{ys}$) に深さをもつごぎり歯状の逆三角形を想定する。なお、斜面の傾斜はいずれも θ であると仮定する。転位 p および q の移動によって生ずる負および正方向の巨視的ひずみ量はそれぞれ $N_i\Delta\sigma_i/\theta$ と $\Delta N_i(\sigma_{p,i-1} + \sigma_{ys} - \Delta\sigma_i)/\theta$ に比例すると考えてよいので⁽⁹⁾、両ひずみ量が等しいとおくと応力低下量 $\Delta\sigma_i$ は次式で与えられる。

$$\Delta\sigma_i = \frac{\Delta N_i(\sigma_{p,i-1} + \sigma_{ys})}{N_i + \Delta N_i} \quad \dots\dots\dots (22)$$

したがって、式(19)の関係を用いると σ_i は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \sigma_i &= \sigma_{p,i-1} - \Delta\sigma_i \\ &= \frac{A_{i-1}(\sigma_{p,i-1} + \sigma_{ys})}{A_i} - \sigma_{ys} \quad \dots\dots\dots (23) \end{aligned}$$

応力低下が停止したのちは $A = A_{i-1}$ 一定のもとで変形が進行するので、応力とひずみの関係は i 段め開始時のひずみ ε_i を用い次式で表される。

$$A_{i-1}(\varepsilon - \varepsilon_i) = 2^{(A_i/A_{i-1})^{m_p}} - 2^{(A_i/\sigma_{p,i})^{m_p}} \quad \dots\dots\dots (24)$$

i 段めでのひずみ幅 $\Delta\varepsilon_i$ は式(17)で与えられているので、 i 段め終了時のピーク応力 $\sigma_{p,i}$ は式(24)より求める次式より決定できる。

$$\left(\frac{\sigma_{p,i}}{\sigma_{cp}}\right)^{m_p} = \log_2 \{ A_{i-1}\Delta\varepsilon_i + 2^{(\sigma_i/\sigma_{cp})^{m_p}} \} \quad \dots\dots\dots (25)$$

以上の手順を上降伏点より順次繰返すことにより、 n 段終了時の応力 $\sigma_{p,n}$ およびその時のひずみ ε_{n+1} ($=\varepsilon_n + \Delta\varepsilon_n = \varepsilon_{c2}$ とおく)を求めることができる。ひずみ ε_{c2}

以後の変形は A が連続的に変化する場合に相当するので、応力 σ_{p0} までの変形挙動は

$$\begin{aligned} \int_{\varepsilon_{c2}}^{\varepsilon} A d\varepsilon &= A_{\infty}(\varepsilon - \varepsilon_{c2}) + \frac{A_0 - A_{\infty}}{\alpha} (e^{-\alpha\varepsilon_{c2}} - e^{-\alpha\varepsilon}) \\ &= 2^{(A_0/\sigma_{p0})^{m_p}} - 2^{(A_{\infty}/\sigma_{p0})^{m_p}} \quad \dots\dots\dots (26) \end{aligned}$$

で表される。また、 $\sigma = \sigma_{p0}$ となる時のひずみを上式より求め、これを ε_{c3} とすれば応力 σ_{p0} を越える領域での応力-ひずみ曲線は次式で表される。

$$\begin{aligned} A_{\infty}(\varepsilon - \varepsilon_{c3}) + \frac{A_0 - A_{\infty}}{\alpha} (e^{-\alpha\varepsilon_{c3}} - e^{-\alpha\varepsilon}) \\ = 2^{(A_0/\sigma_{p0})^{m_p}} - 2^{(A_{\infty}/\sigma_{p0})^{m_p}} \quad \dots\dots\dots (27) \end{aligned}$$

以上の諸関係式を用い、 A が階段的に変化する場合は変形挙動を完全に記述することができる。なお、下降伏点領域の実験曲線より A の変化特性を正確に把握することは困難なので、以下では比較的単純な A の変化特性を想定したシミュレート計算結果と実験曲線との関係について検討する。

上降伏点より定常域までの間に減少する A の変化量 ($A_1 - A_{\infty}$) に対する階段状変化によって減少し得る A の変化量 ($A_1 - A_c$) の比を R とする。すなわち、

$$R = (A_1 - A_c) / (A_1 - A_{\infty}) \quad \dots\dots\dots (28)$$

また、 i 段めの開始点での A_i がパラメータ r を用いた次式で与えられるものとする。

$$\frac{A_1 - A_i}{A_1 - A_c} = \left(\frac{i-1}{n}\right)^r \quad \dots\dots\dots (29)$$

各段における A の減少量が順次減少する場合は $r < 1$ 、逆の場合は $r > 1$ 、および $r = 1$ の場合は各段での A の減少量が一定であるものとする。なお、以下のシミュレート計算にはこれまでに示した炭素鋼の材料定数のほかに、実験曲線および関連した式より求められた次の諸値を用いた。 $\sigma_{p0} = 350$ MPa, $\sigma_{cp} = 338$ MPa, $m_p = 35.8$ 。

図8に $R = 1.0$, $r = 0.5$ の場合の $n = 3$ および $n = 10$ としたシミュレート曲線および実験点を示す。いずれの曲線も上降伏点以降の降伏点現象の特徴および加工硬化域での変形挙動の両方をよく表現している。なお、 R , r および n を種々変化させた場合のシミュレート曲線は下降伏点域での脈動挙動と加工硬化開始点のひずみ ε_{c3} に差異を生ずるが、全体として図8に示す変形挙動と類似のものであった。したがって、炭素鋼のように降伏点が明りように表れる材料については、 A が階段的に変化するものとしてここで述べた方法によりその変形挙動を記述することができる。

以下では実験曲線との対応が容易な ε_{c3} の値に対す

図7 A が急減した際の力場における転位の挙動 (模式図)

る R , r および n の値の効果について検討しておく。
 図 9 に $r=1$ の場合の R と n の組合せにより ε_{c3} が変化する様子を示す。同一の n に対し、 R が大きいほど ε_{c3} は大きくなること、および同一の R に対しては ε_{c3} を最大とする n が存在することを示している。図 10 は $R=1.0$ および $R=0.7$ の場合の ε_{c3} に及ぼす r と n の効果を示したものである。同一の R の場合において、それぞれの n に対し ε_{c3} が最大となる r が存在し、かつそれらの最大値はすべて図 9 に示した最大値と等しいことがわかる。以上のことは、 R が既知なら実現し得る ε_{c3} に最大値が存在すること、言い換えるなら実験的に得られる ε_{c3} より R の下限値を推定できることを示す。先に示した実験曲線における ε_{c3} の値は約 1.3% であり、この場合には図 9 より R の値はおおよそ 0.9 以上であることが推定され、階段的变化の終了する時点での A_c はすでに定常域での A_∞ にかなり近づいていることを示す。

以上の結果より、 r と n の条件がさまざまに変化するとともに、加工硬化開始時のひずみ ε_{c3} の大きさを定めるのは主に R の値であるといえる。なお、転位が固着ふん囲気から解放される現象には負荷時間も関与すると思われるので、 n の値は巨視的ひずみ速度に依存するものと考えられる。例えばひずみ速度の大きい場合、固着されていた全転位が一時に解放されるよりは、それらの一部の解放とそれに続く固着に関与しない可動転位の移動とが小刻みに繰返されて進行するほうが大きな変形により追従しやすいものと考えられるので、ひずみ速度の増加とともに n の値は大きくなるものと思われる。一方、ひずみ速度がごく小さい時には、全固着転位が一時に解放されてもその後の巨視的変形に対応する転位の移動は十分可能と思われるので、 $n=1$ と考えられる。しかし、ひずみ速度は固着に関与しない転位の移動に対しても効果をもつものと考えられるので、こうした点の詳細については別途検討

が必要であろう。

3.4 まとめ 一連の両振り定ひずみ試験における繰返し硬化後の実験結果より推定した初期密度関数 $h_s(\sigma)$ をもとに、変形初期での微視的挙動を内部構造変数 A の変化特性に反映させ、降伏点挙動の異なる黄銅および炭素鋼の引張応力-ひずみ曲線をひずみの大きい領域をも含めて統一的に記述し得ることを示した。しかし、ここでの記述法を各種材料に適用するには

(1) 初期密度関数 $h_s(\sigma)$ の決定

(2) 内部構造変数 A の変化特性の決定

が必要である。(2)については、 $h_s(\sigma)$ が既知ならば本文中に示したように実験曲線より容易に決定できる。一方、(1)については繰返し硬化を示す材料では2.1節で示した手法により決定できるものの、例えば繰返し軟化を示すような材料についてはその手法を適用できない。そこで以下では、延性材料の引張試験における不安定変形開始時の応力 σ_{us} とひずみ ε_{us} をもとに $h_s(\sigma)$ が近似的に評価できることを示す。

ひずみの大きい領域での応力-ひずみ曲線は式(14)および式(27)をもとに次式で近似して表示できる。

$$\left(\frac{\sigma}{\sigma_{ys}}\right)^{m_s} = \log_2 \{A_\infty(\varepsilon + \varepsilon_a)\} \quad \cdots \cdots \cdots (30)$$

ただし、ここで ε_a は A が連続的に変化する場合に

図 9 R と n の組合せによる ε_{c3} の変化 ($r=1.0$)

図 8 シミュレート曲線と実験点との対比

図 10 ε_{c3} に及ぼす r と n の効果 ($R=1.0, 0.7$)

$$\varepsilon_a = \left(1 + \frac{A_0 - A_\infty}{\alpha}\right) / A_\infty \quad (31)$$

で、また A が階段的に変化する場合には

$$\varepsilon_a = -\varepsilon_{c3} + \left\{ 2^{(\sigma_{ys}/\sigma_{ys})^{m_s}} + \frac{A_0 - A_\infty}{\alpha} \right\} / A_\infty \quad (32)$$

で与えられるものであり、 A_∞ と $h_s(\sigma)$ が既知の時には変形初期の実験曲線をもとに求められる。

一方、不安定変形開始条件は $d\sigma/d\varepsilon = \sigma$ で与えられるので、式(30)および σ_{us} , ε_{us} を用いると次の二つの関係式を得る。

$$\frac{1}{m_s} = (\varepsilon_{us} + \varepsilon_a) \ln \{A_\infty(\varepsilon_{us} + \varepsilon_a)\} \quad (33)$$

$$\left(\frac{\sigma_{us}}{\sigma_{ys}}\right)^{m_s} = \log_2 \{A_\infty(\varepsilon_{us} + \varepsilon_a)\} \quad (34)$$

A_∞ の値は両振り定ひずみ試験での安定したヒステリシスループにおける降伏ひずみの逆数に対応するので⁽¹⁰⁾、基準とする降伏ひずみを設定することによって定めることができる。もし ε_a が ε_{us} に比べ十分小さい場合には、式(33)よりただちに m_s が求まり、ついで式(34)より σ_{ys} を決定できる。 ε_a を無視できない場合には、 $\varepsilon_a = 0$ として求まる m_s と σ_{ys} の近似値をもとに付録に示す方法で実験曲線より A_0 と α を定め、式(33)あるいは式(34)より ε_a を算定し、以下これらの式を順次適用しながら適切な m_s と σ_{ys} を求めることが可能である。

なお、ここでは A が減少する場合のみを取扱ったが、時間とともに溶質原子による固着ふん困気の形成が進むような条件下では N が減少し、それに応じて A が増加すると考えることができる。そうした場合の変形挙動もここで示した記述法によって評価でき、例えばひずみ時効現象はそうしたものの一つと考えられる。

4. 結 言

引張荷重下での変形初期における微視的挙動を内部構造変数に反映させ、抵抗力場の概念に基づく時間に依存しない新たな応力とひずみの関係式を提示し、降伏点挙動の異なる炭素鋼および黄銅による実験曲線と対比検討した。

その結果、変形初期における炭素鋼と黄銅の降伏点挙動の差異は内部構造変数 A の変化特性の差異に基づくものとして評価できることがわかった。すなわち、黄銅の初期変形挙動は A がひずみ増加に伴って連続的に減少するものとして、また炭素鋼のそれは A が階段的に減少していくものとしていずれも初期密度関

数 $h_s(\sigma)$ を用いて定式化することができた。そして、これら定式化した曲線はひずみの大きい領域においても実験曲線とそれぞれよく一致することがわかった。

したがって、多結晶金属の引張応力-ひずみ曲線は特に変形初期で顕著に変化する微視的構造を内部構造変数 A に適切に反映させることにより、抵抗力場の概念を用いて統一的に表示できると考えられる。

なお、初期密度関数 $h_s(\sigma)$ が繰返し硬化を示す材料の両振り定ひずみ試験結果より決定できたことは、逆に定常域に至るまでのさまざまな繰返し変形挙動に $h_s(\sigma)$ が深く関与していることを示すものである。このことに関しては、次の機会に報告する。

〔付 録〕

変形初期の応力-ひずみ曲線をもとに内部構造変数の変化特性を示す A_0 と α を分離して決定する方法について述べる。同一応力レベルにおける式(12)および実験曲線に対応する式(14)でのひずみをそれぞれ ε_∞ および ε_0 とすると、これら両式より次の関係式を得る。

$$\frac{\varepsilon_\infty - \varepsilon_0}{\varepsilon_0} = \left(\frac{A_0}{A_\infty} - 1\right) \left(\frac{1 - e^{-\alpha\varepsilon_0}}{\alpha\varepsilon_0}\right) \quad (35)$$

ここで、 $\alpha\varepsilon_0 = X$, $(1 - e^{-\alpha\varepsilon_0})/\alpha\varepsilon_0 = Y$ とおいて両対数方眼紙上に X と Y の関係を図示すると図11に示すような一つの曲線が得られ、これをマスター曲線とする。一方、実験曲線をもとに計算される $(\varepsilon_\infty - \varepsilon_0)/\varepsilon_0$ と ε_0 の関係を両対数方眼紙上に実験点としてプロットすると、やはり一つの曲線が得られる(図11では黄銅の場合を示す)。この曲線をマスター曲線と合致するよう適当に移動させ、その移動量より A_0 と α を分離して求めることができる(図11参照)。すなわち、次の関係式が成り立っているためである。

$$\ln\left(\frac{\varepsilon_\infty - \varepsilon_0}{\varepsilon_0}\right) - \ln Y = \ln\left(\frac{A_0}{A_\infty} - 1\right) \quad (36)$$

$$\ln \alpha = \ln X - \ln \varepsilon_0 \quad (37)$$

図11 マスター曲線と実験曲線との対応

文 献

- (1) Rao, K. P., ほか 2 名, *J. Mech. Work. Technol.*, 6-1 (1982), 63.
- (2) 阿部, 材料, 28-305 (昭54), 87.
- (3) 後藤, 機論, 45-396, A (昭54), 943.
- (4) 徳田・ほか 2 名, 機論, 48-426, A (昭57), 239.
- (5) Mecking, H. and Kocks, U. F., *Acta Met.*, 29-11 (1981), 1865.
- (6) Hill, R. and Havner, K. S., *J. Mech. Phys. Solids*, 30-1/2 (1982), 5.
- (7) Ortiz, M. and Popov, E. P., *Proc. R. Soc. Lond.*, A 379-1777 (1982), 439.
- (8) Weng, G. J., *J. Mech. Phys. Solids*, 31-3 (1983), 193.
- (9) 鶴戸口・岡村, 材料試験, 10-99 (昭36), 994.
- (10) 小幡谷・河野, 機論, 51-463, A (昭60), 952.

討 論

〔質問〕 吉田 総 仁 (広島大学工学部)

材料の複雑な降伏現象を微視的観点から不規則障害物説に基づく説明と実用上も価値の高い数理モデルを与えられたことに敬服する。図8にみられる鋼の上降伏点直後あるいはそれ以降順次現れる急激な応力低下は実験では観察されない現象のように見えるが、これは次のように解釈してよろしいか。実際の引張試験ではリューダース帯の存在にみられる場所的な不均一が生ずるため、断面の平均応力に大きな応力降下を観察されないが、ある位置要素については内部構造変数 A の階段的变化に伴う応力低下が生じている。

〔回答〕 図8に例を示したような急激な応力低下の現象は極めて少ないが砂時計形試験片で観察される場合がある。しかし、ご指摘のように一般的な現象とはいえないと思われる。ご提示のような考え方はそうしたくいちがいを説明する一つの解釈であると思う。なお、場所的の不均一を考える場合でも、例えば階段状の変化がより小刻みにおこる、いいかえれば本論文での n の値の大きい場合には各段階での応力低下量を少なく、おどり場での挙動が比較的平坦に近いものとして表示されることを申し添える。