塑性衝突する丸棒の衝突時間*

台丸谷 政 志**, 内 藤 正 鄰**
浜 田 恒 平**, 劉 凱 欣***

Duration of Contact at Plastic Impact of Two Bars

by Masashi DAIMARUYA, Masachika NAITOH,
Kouhei HAMADA, and Kaishin LIU

The present paper deals with the problem of the duration of impact between two bars. The two bars collide with each other longitudinally, and one is plastically deformed, while the other remains elastic during the collision. In order to estimate the duration of contact between two bars impacting each other, the variations of stress at the impact ends are examined theoretically and experimentally. The theoretical predictions based on the strain-rate dependent theory for plastic wave propagation showed that as the length of a specimen, the impact velocity and the magnitude of the dependence of strain-rate increase, the duration of contact increases regardless of the rising mode of an impact velocity and its rise time. The experimental verification was made by measuring the time variation of elastic-plastic stress at the impact end of a lead specimen in collision with an elastic stress bar made of carbon steel. The theoretical predictions almost agreed with the experimental observations.

Key Words: Dynamic Plasticity, Plastic Impact, Duration of Impact, Strain-Rate Dependence, Impact End Stress

1. 緒 言

2 物体が衝突して互いに衝撃的に荷重を受ける場合、それらに生ずる動的応力および変形挙動については、いわゆる衝撃問題として多くの研究がなされている。また、その際の衝突状態が持続する時間(以下、衝突時間または衝撃時間と呼ぶ)に関しても、弾性衝突の場合については種々の研究があり、棒の縦衝突⁽¹⁾をはじめ、Hertz の接触理論を適用して解析した球体と球体の衝突⁽²⁾あるいは2本の平行に並んだ円柱の側面衝突⁽³⁾などの報告がある。しかし、2物体の両方または一方が塑性変形を生ずるような塑性衝突の場合については、衝突時間の立場から論じた研究は少なく^{(4)~(7)}、充分な説明はなされていないようである。特に、有限長棒の塑性衝撃問題においては、動的応力および変形はもちろんのこと、衝撃時間を明らかにすることも重要で、塑性変形を伴う場合には衝撃時間によってその変形挙動自身が大きく影響される⁽⁸⁾。

本研究では、塑性変形する有限長棒と弾性変形内に

留まる半無限長棒が衝突する際の衝突時間について理論解析を行い、一部につき実験検証を行った。まず、材料のひずみ速度依存性を考慮した Malvern の塑性波動理論に基づいて衝突時間の理論的予測を行い、衝突時間に及ぼすひずみ速度依存性の大きさおよび衝撃条件の相違等の影響を調べた。実験は弾性応力棒と塑性変形する試料棒の衝撃端の応力変動を測定する方法によって行った。すなわち、炭素鋼応力棒と鉛試料棒の塑性衝突実験を行い、弾性変形内に留まる応力棒側より衝撃端の応力変動を測定して衝突時間を調べた。実験測定の結果は理論予測にほぼ一致した。

2. 理 論 予 測

図1に示すように、弾性変形内に留まる応力棒と塑性変形する試料棒の縦衝突を考え、その際の衝突時間に注目する。弾性応力棒は半無限長と仮定し、試料棒については衝撃端 $x=0$ で速度 V の衝撃を受けるとし、自由端 $x=l$ からの反射波を考慮する。試料棒の動的弾塑性挙動に関しては、ひずみ速度依存塑性波動理論に基づいて解析を行い、衝撃端応力変動より衝突時間を推定する。

2.1 基礎式 材料のひずみ速度依存性を考慮した一次元塑性波動理論の基礎式は次式で与えられ

* 昭和60年12月4日 第935回講演会において講演、原稿受付 昭和60年5月11日。

** 正員、室蘭工業大学 (〒050 室蘭市水元町27-1)。

*** 学生員、大阪府立大学工学部 (〒591 堺市百舌鳥梅町4-804)。

る⁽⁹⁾。

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} = \rho \frac{\partial v}{\partial t}, \quad \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{\partial v}{\partial x}, \quad E_0 \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} = \frac{\partial \sigma}{\partial t} + g(\sigma, \varepsilon) \quad (1)$$

ここで、 σ は公称応力、 ε は公称ひずみ、 $v = \partial u / \partial t$ は粒子速度、 u は変位、 E_0 は縦弾性係数、 ρ は密度、 x は衝撃端からの距離、 t は時間である。ただし、 σ, ε は圧縮を負、 v は x の増す方向を正とする。また、 $g(\sigma, \varepsilon)$ は材料のひずみ速度依存性を表す関数で、Malvern 構成式では次式のように仮定される⁽⁹⁾。

$$g(\sigma, \varepsilon) = E_0 \dot{\varepsilon}_p = K \{ \sigma - f(\varepsilon) \} \quad (2)$$

ここで、 $\dot{\varepsilon}_p$ は塑性ひずみ速度、 $\sigma - f(\varepsilon)$ は過剰応力、 $f(\varepsilon)$ は静的応力-ひずみ関係、 K はひずみ速度依存性を表す材料定数である。式系は双曲形の偏微分方程式で、適当な初期条件および境界条件のもとで特性曲線法に基づく差分法によって計算することができる。

2.2 衝撃条件 弾塑性変形する試料棒の衝撃端応力は衝撃速度や材料特性だけではなく、衝撃速度の立上り時間およびその立上り様式によっても大きく影響を受けることを先の報告で明らかにした⁽¹⁰⁾。衝突時間についても、これらの影響を調べるため衝撃条件を次のように与える。応力棒の弾性変形を考慮すれば、試料棒の衝撃端 $x=0$ において、衝突の瞬間 $t=0$ に生ずる応力 σ_0 は次式のように表される⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾。

$$x=t=0 \text{ において, } \sigma_0 = -\Gamma \frac{E_0}{C_0} V, \quad \Gamma = \frac{C_0 E_a}{C_0 E_a + C_a E_0 (A_0/A_a)} \quad (3)$$

ここで、 E, C, A はそれぞれ縦弾性係数、弾性波速度、断面積を表し、添字 0 および a は試料棒および応力棒を意味する。実際には、衝突する棒どうしの面あらかや片当たりなどによって衝撃がステップ的に加えられることはなく、衝撃端の粒子速度あるいは応力は立上り時間を要すると考えられる。そこで、見掛け上、衝撃速度が指数関数状またはランプ状に立ち上がる場合を仮定する。

$$V = V_0 \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{t}{t_0}\right) \right\} \quad (4)$$

$$V = \begin{cases} V_0(t/t_0) & (0 \leq t \leq t_0) \\ V_0 & (t > t_0) \end{cases} \quad (5)$$

ここで、 t_0 は衝撃立上り時間、 $t_0=0$ のとき、両者ともにステップ衝撃 $V = V_0 H(t)$ になる。 $H(t)$ はステッ

図1 応力棒と試料棒の衝突

プ関数。また、試料棒の他端 $x=l$ は自由であるとすれば、

$$x=l \text{ において, } \sigma=0 \quad (6)$$

初期条件を $\sigma=\varepsilon=0$ とし、式(3)~(6)の条件下で、試料棒を鉛、応力棒を炭素鋼として数値計算を行った。

2.3 衝撃端応力と衝突時間 計算に用いた鉛棒の静的応力-ひずみ関係を表1に示す。表1は静的圧縮実験より得られた結果を最小二乗法によって指数関数で近似したもので、静的降伏応力 σ_y 、ひずみ ε_y は近似を行う際、便宜的に採用した値である。また、鉛試料棒の直径を 8.35 mm、長さを 10 cm と 20 cm の2種類とした。弾性波速度を $C_0=927$ m/s とし、材料のひずみ速度依存性を表す K 値は、 $K=10^5, 5 \times 10^5, 10^6 \text{ s}^{-1}$ の3種類を仮定した。一方、応力棒の直径 d を 20 mm、縦弾性係数を $E_a=206$ GPa とすれば、式(3)の係数 Γ は、 $\Gamma=0.956$ となり、この値を用いた。また、差分式の計算において時間刻み幅を $\Delta t=0.2 \mu\text{s}$ とした。なお、問題は圧縮であるので、応力、ひずみは負値になるが、以下の数値結果の符号は省略した。

図2は鉛試料棒の衝撃端における応力変動と衝突時間を示したものである。長さ 10 cm の鉛棒が衝撃速度 $V_0=10.2$ m/s の衝撃を、ステップ状、ランプ状および指数関数状に受ける場合で、ランプ状および指数関数状衝撃については立上り時間 $t_0=30 \mu\text{s}$ の場合であ

表1 静的応力-ひずみ関係

$\sigma \leq \sigma_y : \sigma = f(\varepsilon) = E_0 \cdot \varepsilon$	
$\sigma > \sigma_y : \sigma = f(\varepsilon) = F(\varepsilon - \varepsilon_y)^n + \sigma_y$	
$E_0 = 9.8 \text{ (GPa)}$	$\varepsilon_y = 0.02 \text{ (\%)}$
$F = 61.8 \text{ (MPa)}$	$\sigma_y = 1.96 \text{ (MPa)}$
$n = 0.671$

図2 衝突時間と衝撃立上り様式

る。また、 K 値は $K=5 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$ を仮定している。前報⁽¹⁰⁾で論じたように、衝撃端の初期応力上昇は衝撃立上り時間およびその立上り様式に大きく依存するが、衝突時間はそれらの影響をほとんど受けないことがわかる。

図3は衝突時間の K 値による影響を、長さ10 cmの鉛棒が衝撃速度 $V_0=10 \text{ m/s}$ の指数関数状衝撃($t_0=30 \mu\text{s}$)を受ける場合について示したものである。 K 値が大きくなるほど衝突時間も長くなっている。このことより、一般に、構成式の相違によっても衝突時間はかなり影響されると推測される。

図4は試料長さと衝突速度の影響を調べたもので、棒長が長いほど、また衝突速度が速いほど衝突時間が長くなることがわかる。

3. 実験

3.1 実験装置および実験方法 実験は先の報告⁽¹⁰⁾で用いた実験装置と同様なものを使用して行った。すなわち、試料棒の自然落下を利用して、落下線上に置かれた応力棒との衝突による方法を行った。試料棒は市販の純鉛を、直径8.35 mm、長さ10、20 cmの2種類の丸棒に作製したものを用いた。鉛棒の静的応力-ひずみ関係は表1に示したとおりである。一方、応力棒は直径20 mm、長さ4 mの炭素鋼みがき丸棒(SGD 41-D)を使用した。応力棒には衝撃端から $10d$ 、 $50d$ (d は応力棒の直径)の位置に半導体ひずみゲージ(ゲージ長2 mm)が、それぞれ2枚ずつ軸対称に接着

図3 衝突時間とひずみ速度依存性の関係

図4 衝突時間と棒長、衝撃速度の関係

されている。これらによって検出されたひずみ波はブリッジ回路、プリアンプを経てトランジェントメモリに記憶され、シンクロスコープに出力される。

3.2 測定結果 応力棒上で観測された衝撃端応力の測定例を図5(a), (b)に示す。図5(a)は長さ10 cm, 図5(b)は長さ20 cmの鉛棒に関する測定結果である。いずれも衝撃速度は 10.2 m/s で、縦軸は鉛棒の応力値に換算した値である。また図5(a), (b)とも上側のビームは応力棒の衝撃端から $10d$ 、下側のビームは $50d$ の位置における観測波形である。衝撃端応力は初期上昇を示した後はほぼ一定値をとり、衝突状態が終了するとともに零になっている。さうに後方の急激な変動は応力棒の他端からの反射波の到達を示している。10 cm 鉛棒の場合の衝突時間はおおよそ $790 \mu\text{s}$ 、20 cm 鉛棒のそれは約 $1430 \mu\text{s}$ になっている。なお、図5(a), (b)の波形は多少異なっているが、これは両者の衝突状態の相違、すなわち衝撃立上り時間および立上り様式などの相違によると推測される。

4. 実験値と理論値の比較

図5(a), (b)に示した実験結果と、対応する理論結果との比較を図6(a), (b)に示す。図6(a)の理論応力波形は $V_0=10.2 \text{ m/s}$ 、 $t_0=25 \mu\text{s}$ の指数関数状

(a) 棒長 $l=10 \text{ cm}$

(b) 棒長 $l=20 \text{ cm}$

図5 鉛試料棒の衝撃端応力の時間変動

図 6 測定応力波形, 衝突時間と理論結果の比較

立上り衝撃および $K = 5 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$ の仮定より得られた結果である。また図 6 (a) の理論波形は $V_0 = 10.2 \text{ m/s}$, $t_0 = 20 \mu\text{s}$ のランプ状立上り衝撃および $K = 5 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$ の仮定より得られたものである。実験と理論波形との全体的な傾向は類似しているが、いずれも衝突時間は理論結果のほうが多少長くなっている。しかし、これらの違いは、図 3 において論じたように、 K 値を適当に選べば一致させることができるが、計算に用いた構成式の妥当性あるいは K 値を一定と仮定していることなど、さらに検討を要すると思われる。なお、現在、スプリット・ホプキンソン棒法によって構成式の検討を行っているが、鉛棒に関しては、構成式自体は Malvern モデルにほぼ従うが、 K 値は一定ではなく、少なくともひずみの関数になっているようである。

図 7 は衝突時間と衝撃速度の関係を長さ 10 cm および 20 cm の鉛棒の場合について示したものである。○、●印はそれぞれ 10 cm および 20 cm 鉛棒についての実験値をプロットしたもので、曲線は $K = 10^5 \text{ s}^{-1}$ および $5 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$ と仮定した場合の理論結果である。Malvern 構成式および K 値一定を仮定するかぎり、 $K = 10^5 \sim 5 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$ の範囲で実験値と理論値がほぼ一

図 7 衝突時間と衝突速度の関係

致することがわかる。

5. 結 言

本論文では塑性衝突する丸棒の衝突時間について論じた。塑性変形する有限長棒と弾性変形内に留まる半無限長棒が衝突する際の衝突時間について、理論解析および実験検証を行い次の結果を得た。

(1) 衝撃端の応力変動に関する理論予測および実験測定より衝突時間を調べた。

(2) 塑性変形する試料棒のひずみ速度依存性が小さいほど、また棒長が長く衝突速度が速いほど、衝突時間は長くなるが、衝撃端における立上り時間および立上り様式にはほとんど影響を受けない。

(3) 実験結果は理論予測とほぼ一致した。しかし、構成式についての検討が必要と思われる、現在検討中である。

文 献

- (1) 例えば、松本・ほか 3 名、機論、29-197 (昭 38), 49.
- (2) Timoshenko, S. P. and Goodier, J. M., *Theory of Elasticity*, 3rd ed., (1970), 420, McGraw-Hill Kogakusha.
- (3) Weber, J. R., ほか 2 名, *Trans. ASME, Ser. E.*, 41-4 (1974), 1137.
- (4) Cristescu, N., *Dynamic Plasticity*, (1967), 66, North-Holland Publ.
- (5) Nisiyama, U. and Tanimura, S., *Proc. 10th Jpn. Congr. Test. Mater.*, (1967), 83.
- (6) Cristescu, N., *Int. J. Solids Struct.*, 8 (1972), 511.
- (7) 若杉・後藤・西, 材料, 28-309 (昭 54), 517.
- (8) 内藤・台丸谷・劉, 材料 34-382 (昭 60), 784.
- (9) Malvern, L. E., *Trans. ASME*, 18 (1951), 203.
- (10) 内藤・台丸谷・劉, 機論, 51-463, A (昭 60), 935.
- (11) 西山・谷村, 機論, 36-288 (昭 45), 1247.