速度に依存する繰返し塑性変形挙動*

(不規則障害物説に基づく表示)

小 幡 谷 洋 一**

Rate-Dependent Behavior in Cyclic Plasticity (Description Based on the Random Barriers Theory)

by Yoichi OBATAYA

A descriptive model for rate-or time-dependent behavior in cyclic plasticity, based on the random barriers theory, was presented by considering the velocity of a moving dislocation which was a member of movable dislocations and named as a "free dislocation" in this paper. Each of the stress- and strain-rate sensitivities on the stress-strain relation in each half cycle could be fairly estimated on the basis of an equilibrium equation derived in this study as a function of the stress-rate and the strain-rate at any stress level. Moreover, several types of transient behavior caused by a sudden change in the stress-or strain-rate might be uniformly expressed by each analysis of the processes in which a deficient or excess quantity of the free dislocations in this period came near to the moderate quantity decided by the stress and stress-rate.

Key Words: Cyclic Plasticity, Dislocation Velocity, Rate Sensitivity, Field of Resisting Force

1. 緒 言

クリープ変形を無視できるような温度領域における比較的ひずみ速度の低い繰返し塑性変形過程においても、例えば応力速度やひずみ速度が急減する場合にはクリープ変形に類似の挙動や応力緩和挙動などの時間に依存する塑性変形挙動の生ずることが Krempl らによって実験的に示されている⁽¹⁾⁽²⁾。こうした本来塑性変形に固有のものと思われる時間依存性の変形挙動を記述するには、少なくともなんらかの形で塑性変形機構と関連させて検討することが望ましい。しかし、こうした点については現在までかならずしも十分明らかにされているとはいえない。

そこで、本研究では鶴戸口・岡村によって提示された不規則障害物説⁽³⁾を適用・発展させ、時間および速度に依存する繰返し塑性変形挙動を記述するための一つのモデルを提示し、繰返し応力-ひずみ曲線に及ぼす応力およびひずみ速度の効果、さらに負荷条件が急変する際の時間に依存するさまざまな塑性変形応答性について検討した。

なお、不規則障害物説では、転位の移動に対してさまざまな大きさの抵抗力となる障害物を転位の位置およびその移動方向によって定まる不規則な波形をもつ抵抗力場の山あるいは谷に対応させ、障害物強度の密度分布で表現される抵抗力場内での転位の移動挙動をもとに塑性変形特性を記述している。著者および河野はこうした密度分布の基本形としてワイブル分布を導入し、時間(速度)に依存しない繰返し塑性変形挙動⁽⁴⁾、および静引張応力-ひずみ曲線⁽⁵⁾などが抵抗力場の概念を用いた手法によって総合的に表示できることを示してきた。しかし、その際力場の山を越して移動する転位の速度は一律に無限に大きいという仮定を前提としていた。本研究では、転位の移動速度に限界のあることを考慮し、力場の山を越す転位の速度は応力速度に依存すると仮定している。

2. 抵抗力場と応力-ひずみ関係式

2・1 時間(速度)に依存しない場合 先に提示した時間(速度)に依存しない繰返し塑性変形挙動を記述しうるモデル⁽⁴⁾のうち本研究と関連する部分を簡単に述べる。

両振り定ひずみ試験で図 1(a)に破線で示す安定したヒステリシスループを描くようになった後の変動ひ

* 昭和 60 年 12 月 4 日 第 935 回講演会において講演、原稿受付 昭和 60 年 5 月 31 日。

** 正員、福井大学工学部 (〒910 福井市文京 3-9-1)。

ずみ繰返し下における変形挙動を記述するにあたり、過去に履歴した最大もしくは最小応力を起点とする応力の尺度 S を用いた。任意の半サイクル始点 E ($S = S_0$) における抵抗力場すなわち変形に関与する障害物強度の確率密度関数 (以下単に密度関数とよぶ) $h_0(\sigma)$ は応力 S を変量とする分布中央値 S_{co} 、形状のパラメータ m_0 および位置のパラメータが零であるワイブル分布の確率密度関数で与えられるとし、これを簡単に $w(S; S_{co}, m_0)$ で表示した。すなわち、

$$h_0(\sigma) \equiv w(S; S_{co}, m_0) \\ = \frac{m_0 \ln 2}{S_{co}} \left(\frac{S}{S_{co}} \right)^{m_0-1} 2^{-\left(\frac{S}{S_{co}}\right)^{m_0}} \quad (1)$$

また、応力履歴に伴う密度関数の変化特性に関する簡単な仮定を用い、点 E よりはじまる半サイクルでの塑性ひずみ ε_p と応力 S の関係を次式で与えた。

$$A\varepsilon_p = 2^{(S_0/S_{co})^{m_0}} - 2^{(S/S_{co})^{m_0}} \quad (2)$$

ここで A は内部構造変数であり、変形に関与する単位面積あたりの転位の数 N 、転位のすべり方向単位長さあたりの障害物の数 n_0 、せん断塑性ひずみと軸方向塑性ひずみの換算係数 k 、およびバーガースペクトルの大きさ b を用い次式で与えられるものである。

$$A = n_0/kbN \quad (3)$$

なお、 A の値は焼なまし材などの変形初期ではひずみ履歴に大きく依存するが、変形の進んだ段階ではほぼ一定値となることをすでに先の研究⁽⁵⁾で示しており、本研究では A の値がほぼ一定となった状態の場合について検討する。

密度関数が与えられた場合、抵抗力場内での転位の移動挙動は以下のように記述できる。 $h_0(\sigma)$ をあらたに $g(S)$ とおきかえると、障害物の総数 n_0 は

$$n_0 = \int_{-\infty}^{\infty} h_0(\sigma) d\sigma = \int_0^{\infty} g(S) dS \quad (4)$$

で与えられる。ここで関数 $G(S)$ を

$$G(S) = \int_S^{\infty} g(S) dS = 2^{-(S/S_{co})^{m_0}} \quad (5)$$

で定義すると、応力 S では越えることのできない障害物の数は $n_0 G(S)$ であり、応力 S で障害物 (力場の山) を越した転位の移動できる平均距離 $h_m(S)$ は

$$h_m(S) = 1/n_0 G(S) \quad (6)$$

で与えられる。図 1(c) には力場の山を越してからの転位の移動量 x と応力 S とを座標軸にとった x - S 平面上に、 $h_m(S)$ と S の関係を模式的な曲線として示した。力場の山を越した 1 個の転位がこの曲線に到達した時点で生ずる巨視的塑性ひずみは $kbh_m(S)$ である。一方、変形に関与する N 個の転位のうち δN 個が応力 S から $S + \delta S$ の間 (図での NM 間) に力場の山を越すものとすれば、その比 $\delta N/N$ は δS 間に存

在する障害物の数 $[= n_0 g(S) \delta S]$ と応力 S では越すことのできない障害物の数 $[= n_0 G(S)]$ の比とほぼ等しいと考えることができる。したがって、 δN は $g(S) = -dG(S)/dS$ に注意すると次式で与えられる。

$$\delta N = N \frac{\{-dG(S)/dS\}}{G(S)} \delta S \quad (7)$$

δN 個の転位が即刻 $h_m(S)$ - S 曲線に到達するものとすれば、応力増加による塑性ひずみの増加率 $d\varepsilon_p/dS$ は δS を微小と考え次式で与えられる。

$$\frac{d\varepsilon_p}{dS} = \frac{g(S)}{A\{G(S)\}^2} \quad (8)$$

ここで、

$$g(S)/\{G(S)\}^2 = f(S) \quad (9)$$

とおいた S の単調増加関数 $f(S)$ を導入すると式 (8) は次式のように簡単に記述できる。

$$A d\varepsilon_p = f(S) dS \quad (10)$$

A の値が一定の場合には式 (10) より式 (2) の応力-ひずみ関係式を導くことは容易である。

2.2 転位の速度を考慮する場合 ここでは力場の山を越して移動中の転位をとくに自由転位と呼ぶこととし、応力-ひずみ関係に及ぼす自由転位の速度効果について検討する。なお、自由転位以外の力場の斜面上を移動する可動転位の速度はほぼ零に近いと考える。

可動転位の平均移動速度については巨視的塑性ひずみ速度と対応させて応力の大きさとの関係で議論される場合が多く、個々の転位の移動速度に関しては必ずしも明らかにされてはいない。Jhonston ら⁽⁶⁾ は応力パルスを与えて移動した転位の移動距離を観測し、これを応力を加えた時間で除して個々の転位の速度を求め、それらを加えた応力の大きさとの関係で検討している。しかし、転位の移動に要した時間は必ずしも明確とはいえないので評価された値は実際の転位の速度よりも小さく見積もられている可能性もある。また、そうして得られた転位速度が応力の継続時間に必ずし

図 1 応力-ひずみ曲線と抵抗力場における転位の移動挙動 (説明図)

も依存していないという観察事実を考えるなら、個々の転位の移動速度は応力の大きさよりもむしろ応力速度に依存すると考えていいように思われる。

そこで本研究では個々の自由転位の移動速度 v は力場の山を越す際の巨視的せん断応力速度 $\dot{\epsilon}$ に依存し、次式によって与えられるものと仮定する。

$$v/v_c = (\dot{\epsilon}/C\rho v_c)^n \quad \text{.....(11)}$$

ここで、 v_c は弾性横波の速度、 ρ は結晶の密度、 n は材料定数とする。なお、 C は応力の伝播速度にも限界のあることを考慮して式(11)が常に $v < v_c$ を満足するように定められる換算定数と考える。以下では、一般的な垂直応力速度 $\dot{\sigma} (\equiv \dot{S})$ と定数 η を用いて式(11)が次式でおきかえられるものとして議論を進める。

$$v/v_c = \eta(\dot{S})^n \quad \text{.....(12)}$$

図1(a)に示す点Eからはじまる任意の半サイクルでの応力とひずみの関係に及ぼす転位の速度効果について図1(c)に示す $h_m(S)$ - S 曲線を参照しながら説明する。なお、応力速度は密度関数の変化特性に直接的な影響を与えないものと仮定する。いま、応力速度が $\dot{S}$ 、塑性ひずみ速度が $\dot{\epsilon}_p$ である応力レベル S (図中点N) で力場の山を越して速度 v となった自由転位が δt 秒後に応力が δS 増加した次の山の斜面(点P)に到達するとすれば次の関係式が成り立つ。

$$v\delta t = h_m(S) + \{\partial h_m(S)/\partial S\}\delta S \quad \text{.....(13)}$$

$$\dot{S}\delta t = \delta S \quad \text{.....(14)}$$

一方、応力 S で力場の山の斜面に到達した自由転位は t_c 秒前に応力レベルが $S - \Delta S$ で力場の山を越したものであるとすれば次の関係式が成り立つ。

$$vt_c = h_m(S) \quad \text{.....(15)}$$

$$\dot{S}t_c = \Delta S \quad \text{.....(16)}$$

以上の諸式より ΔS は次式で与えられる。

$$\Delta S = \left\{1 - \frac{\dot{S}}{v} \cdot \frac{\partial h_m(S)}{\partial S}\right\} \delta S \quad \text{.....(17)}$$

この応力増分 ΔS の間に力場の山を越す転位の数 δN は式(7)の関係を考慮し、次式で与えられる。

$$\delta N = N \frac{g(S)}{G(S)} \Delta S \quad \text{.....(18)}$$

これら δN 個の自由転位が δt 秒間にすべて次の山の斜面に到達するので、この間に生ずる塑性ひずみ増分 $\delta \epsilon_p$ は自由転位の平均移動距離を $h_m(S)$ と考え次式で与えられる。

$$\delta \epsilon_p = kb\delta N h_m(S) \quad \text{.....(19)}$$

ここで、 $\dot{\epsilon}_p \equiv \delta \epsilon_p / \delta t$ 、 $h_m(S) = 1/n_o G(S)$ 、 $A = n_o / kbN$ および $\partial h_m(S) / \partial S = f(S) / n_o$ などの関係を考慮すると次式を得る。

$$\dot{\epsilon}_p = \frac{\dot{S}f(S)}{A} \left\{1 - \frac{\dot{S}f(S)}{n_o v}\right\} \quad \text{.....(20)}$$

式(20)は抵抗力場の概念に基づく転位の速度効果を考慮した応力速度と塑性ひずみ速度の間に成り立つ速度平衡式である。なお、式(12)を用いると式(20)は

$$\dot{\epsilon}_p = \frac{\dot{S}f(S)}{A} \left\{1 - \frac{(\dot{S})^{1-n} f(S)}{n_o v_c \eta}\right\} \quad \text{.....(21)}$$

となる。一方、繰返し塑性変形試験においては弾性変形が支配的となる変形反転直後の過程が必然的に含まれるので、そうした場合には全ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_t$ が弾性ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_e$ と $\dot{\epsilon}_p$ の和で与えられるとして得られる次式が適用できる。

$$\begin{aligned} \dot{\epsilon}_t &= \dot{\epsilon}_e + \dot{\epsilon}_p \\ &= \left\{\frac{f(S)}{A} + \frac{1}{E}\right\} \dot{S} - \frac{(\dot{S})^{1-n} \{f(S)\}^2}{A n_o v_c \eta} \quad \text{.....(22)} \end{aligned}$$

ここで、 E は縦弾性係数である。

なお、式(20)の成立する前提は適正な数の自由転位が存在することであり、そうした場合の変形をここでは定常変形と呼ぶこととする。したがって、式(21)および式(22)はそれぞれ定常変形下でのという条件付きの塑性および弾塑性変形に対する構成式であるといえる。定常変形過程で必要な自由転位の数 N は応力レベル S に依存するのでこれを $N_d(S)^*$ で表示すると、式(18)での δN がこれに相当し、次式で与えられる。

$$N_d(S)^* = N \frac{(\dot{S})^{1-n} f(S)}{n_o v_c \eta} \quad \text{.....(23)}$$

したがって、式(21)および式(22)は $N_d(S)^*$ を用いて次のように書き換えることもできる。

$$\begin{aligned} \frac{A \dot{\epsilon}_p}{\dot{S}f(S)} &= \frac{A}{f(S)} \cdot \frac{d\epsilon_p}{dS} = 1 - \frac{N_d(S)^*}{N} \quad \text{.....(24)} \\ \frac{A \dot{\epsilon}_t}{\dot{S}f(S)} &= \frac{A}{f(S)} \cdot \frac{d\epsilon_t}{dS} = \frac{A}{Ef(S)} + \left\{1 - \frac{N_d(S)^*}{N}\right\} \quad \text{.....(25)} \end{aligned}$$

以上のことより、先に示した式(10)は自由転位の存在を無視した場合のものに相当しているといえる。

いま、 $A \dot{\epsilon}_p$ と $\dot{S}f(S)$ をそれぞれ縦軸および横軸にとり、転位の速度 v をパラメータとして式(20)の関係を図示すると図2に示すような各頂点が $(n_o v / 2, n_o v / 4)$ で与えられる放物線群となる。放物線上の任意の点と原点とを結ぶ直線の傾斜は全可動転位にしめる自由転位以外の可動転位の割合を示すものであり、各頂点は全可動転位の半数が自由転位である状態に対応している。もし自由転位の数 N をこれ以上増加させようとすると、例えば v が一定のときにはひずみ硬化率が急増したのち急速に直線 $A \dot{\epsilon}_p = 0$ に到達して変形が停止するなど、通常の繰返し塑性変形試験ではみられない挙動を示すこととなる。したがってここでは各頂

点を結ぶ直線を一つの限界線と仮定する。すなわち、式(20)の成立するのは $v=v_c$ となる放物線と直線 $2A\dot{\epsilon}_p = \dot{S}f(S)$ とで囲まれる領域内に限られるものとする。

一方、負荷条件の急変などにより定常変形に必要な式(23)で与えられる $Nd(S)^*$ に対して自由転位に過不足が生ずる場合には一時的に式(20)の平衡関係が破れるので、材料は時間に依存する過渡的変形応答を示すものと考えられ、そうした変形を以下では遷移変形と呼ぶこととする。

2.3 定常変形 定常変形過程中的の任意の応力レベル S において応力速度もしくはひずみ速度のいずれか一方が与えられるならば、それらに適合したひずみ速度もしくは応力速度は式(21)あるいは式(22)より決定できる。したがって、その応力レベルでのひずみ硬化率が式(24)あるいは式(25)より決定でき、直後での応力とひずみの関係が定まる。以上の操作を負荷条件に応じて継続することにより定常変形挙動を完全に記述できる。なお、応力レベル S においてひずみ速度が与えられた場合、式(21)あるいは式(22)より応力速度 $\dot{S}$ の解はそれぞれ二つ得られるが、それらのうちの値の小さいほう为实现する解と考える。

一方、図3に示す限界線 $2A\dot{\epsilon}_p = \dot{S}f(S)$ に達した後は自由転位が全可動転位の半数を維持したまま変形が進展するものと仮定し、ひずみ硬化率は式(24)より求める次式で与えられるものとする。

$$\frac{dS}{d\epsilon_p} = \frac{2A}{f(S)} \quad (26)$$

限界線に達した時点での応力を S_n 、塑性ひずみを ϵ_{pn} とすれば、その後の応力と塑性ひずみの関係は次式で表される。

$$2A(\epsilon_p - \epsilon_{pn}) = \int_{S_n}^S f(S) dS \\ = 2(S/S_{co})^{m_0} - 2(S_n/S_{co})^{m_0} \quad (27)$$

なお、繰返し塑性変形試験において定常変形の実現するのは少なくとも変形反転直後の遷移変形ののちであることを付言しておく。

2.4 遷移変形 変形反転時あるいは定常変形過程でも応力速度あるいはひずみ速度の急変により式(20)の平衡関係が一時的に破れる場合には、負荷条件に応じた抵抗力場内の自由転位の移動挙動を個々に検討する必要がある。以下ではとくにことわらぬ限り、{応力: S_1 , 応力速度: $\dot{S}_1$, 塑性ひずみ速度: $\dot{\epsilon}_{p1}$, 転位速度: v_1 } の定常変形の段階で負荷条件を急変し、一定時間後に次の定常変形 $\{S_2, \dot{S}_2, \dot{\epsilon}_{p2}, v_2\}$ に至る場合を考え、この間での遷移変形過程をいくつかの代表的な負荷急変条件に対し、図3に示す $h_m(S)$ - S 曲線を用いて説明する。なお、遷移変形前後での自由転位の数 $Nd(S_1)^*$ および $Nd(S_2)^*$ は式(23)で与えられているものとする。

2.4.1 $\dot{S}$ が急増する場合 [図3(a)] $Nd(S_1)^* < Nd(S_2)^*$ の場合であるから、急増した応力速度に適合する定常変形下での塑性ひずみをただちに生ずることはできず、ひずみ硬化率は急増する。いま、応力レベル S_1 で山を越した速度 v_2 の自由転位が t_c 秒後に応力レベル S_2 で次の山の斜面に到達した時点遷移変形の終了時と仮定する。この間応力速度は $\dot{S}_2$ で一定であるので次の関係式が成り立つ。

$$v_2 t_c = h_m(S_2) = 1/n_o G(S_2) \quad (28)$$

$$\dot{S}_2 t_c = S_2 - S_1 \quad (29)$$

以上の二式より t_c を消去すると、

$$(\dot{S}_2)^{1-n}/n_o v_c \eta = G(S_2) \cdot (S_2 - S_1) \quad (30)$$

となり、 S_2 を求めることができる。なお、この間に生ずる塑性ひずみ ϵ_{pc} は $Nd(S_1)^*$ 個の自由転位がすべて $h_m(S_2)$ だけ移動したものとして次式で評価できる。

$$\epsilon_{pc} = kb Nd(S_1)^* h_m(S_2) \\ = \{(\dot{S}_1)^{1-n} f(S_1)\} / A n_o v_c \eta G(S_2) \quad (31)$$

2.4.2 $\dot{S}$ が急減する場合 [図3(b)] 速度 v_1 で移動している $Nd(S_1)^* [> Nd(S_2)^*]$ 個の自由転位は減速されずに t_{c1} 秒後までにすべて次の山の斜面に到達するものとし、その終了時の応力を S' とする。この間応力速度は $\dot{S}_2$ であるから、

$$v_1 t_{c1} = h_m(S') = 1/n_o G(S') \quad (32)$$

$$\dot{S}_2 t_{c1} = S' - S_1 \quad (33)$$

の二式より得られる次式によって S' が求まる。

$$\dot{S}_2 / \{n_o v_c \eta (\dot{S}_1)^n\} = G(S') (S' - S_1) \quad (34)$$

この間で生ずる塑性ひずみ ϵ_{pc} は式(31)の S_2 を S' におきかえた式によって与えられる。

一方、応力速度を急減した直後に山を越した速度 v_2 の自由転位が $t_{c2} (> t_{c1})$ 秒後に応力レベル S_2 において山の斜面に達し、この時点が遷移変形の終了時と仮

図2 式(20)における $A\dot{\epsilon}_p$ と $\dot{S}f(S)$ の関係図

定すれば、 S_2 は式(30)で与えられるものに等しい。なお、応力が S' から S_2 まで増加する間では新たに斜面に到達する自由転位は存在しないので塑性ひずみは生じない。

2・4・3 $\dot{S}$ が零となる場合〔図3(c)〕 ここでは、自由転位の減速の効果を考慮して検討してみる。速度 v_1 で移動中の $Nd(S_1)^*$ 個の自由転位は応力速度を零とした時点より減速しはじめるが、次々と山の斜面に到達して塑性ひずみを生じさせることとなる。 $\dot{S}$ を零としてから t 秒後の転位の速度 v は次式で与えられるものとする。

$$v = v_1 \exp(-\zeta n_0 v_1 t) \quad (35)$$

ここで ζ は定数とするが、 t にかかる $(n_0 v_1)$ の項は ζ を無次元化する意味と、 $\dot{S}$ を零とした直後の転位の移動に対する抵抗力の大きさが $n_0 v_1$ に比例するものと考えて導入した。

いま、 $t=0$ において自由転位は $h_m(S_1)$ の間に均等に分布しているものとし、 t 秒後にその最後端が h だけ移動しているものとする。ひきつづく δt 秒間にその後端が δh だけ移動するとすればこの間で斜面に到達する自由転位の数 δN は、 $\delta h = v \delta t$ の関係に注意して次式で与えられる。

$$\delta N = Nd(S_1)^* v \delta t / h_m(S_1) \quad (36)$$

したがって、 δt 秒間で生ずる塑性ひずみ増分 $\delta \epsilon_p$ は

$$\begin{aligned} \delta \epsilon_p &= kb \delta N h_m(S_1) \\ &= \dot{S}_1 f(S_1) \exp(-\zeta n_0 v_1 t) \delta t / A \quad (37) \end{aligned}$$

となり、 t 秒後までに生ずる塑性ひずみ ϵ_p は

$$\epsilon_p = \frac{\dot{S}_1 f(S_1)}{A \zeta n_0 v_1} \{1 - \exp(-\zeta n_0 v_1 t)\} \quad (38)$$

で与えられる。式(38)に基づく変形特性はクリープ変形挙動に類似しているが、自由転位がすべて山の斜面に到達した時点で変形が停止する点に特徴がある。変形停止までの時間を t_c とすれば、 v を零から t_c まで時間で積分した値が $h_m(S_1)$ に等しいことに注意すると t_c は次式で与えられる。

$$t_c = -\frac{\ln\{1 - \zeta / G(S_1)\}}{\zeta n_0 v_1 \eta (\dot{S}_1)^n} \quad (39)$$

また、この過程で生ずる塑性ひずみ ϵ_{pc} は ζ の値に関係なく次式で与えられる。

$$\epsilon_{pc} = (\dot{S}_1)^{1-n} f(S_1) / A n_0 v_1 \eta G(S_1) \quad (40)$$

2・4・4 $\dot{\epsilon}_t$ が急増する場合〔図3(d)〕 速度 v_1 なる $Nd(S_1)^*$ 個の自由転位は急増後のひずみ速度 $\dot{\epsilon}_{t2}$ に追従しようよう加速の必要があり応力速度も急増する。いま、遷移変形過程での応力速度を $\dot{S}_0$ とし、これは自由転位の数に近似的に無視した式(22)の速度平衡式によって与えられるものと仮定する。すなわち、

$$\dot{S}_0 \approx A \dot{\epsilon}_{t2} / \{f(S_1) + A/E\} \quad (41)$$

したがって、自由転位の速度 v_0 は式(12)で与えられる。速度 v_0 に加速された自由転位が t_c 秒後に応力 S_2 での斜面に到達した時点を遷移変形の終了時とすれば、

$$v_0 t_c = h_m(S_2) \quad (42)$$

$$\dot{S}_0 t_c = S_2 - S_1 \quad (43)$$

より、応力 S_2 を与える次の関係式を得る。

$$(\dot{S}_0)^{1-n} / n_0 v_1 \eta = G(S_2)(S_2 - S_1) \quad (44)$$

この間で生ずる塑性ひずみ ϵ_{pc} は式(31)で与えられるものと等しい。

なお、繰返し塑性変形下の変形反転直後では自由転位は存在しないので $Nd(S_1)^* = 0$ とおけばよく、その際応力 S_2 までの間では塑性変形を生じない。

2・4・5 $\dot{\epsilon}_p$ が急減する場合〔図3(e)〕 この過程では応力低下を伴うが、その低下量は小さいので弾性ひずみを一定と仮定し、以下で示すような単純化した二つの段階に分けて検討する。速度 v_1 の自由転位はひずみ速度を急減してもただちに停止せず、正方向に過剰な塑性ひずみを生じようとし、これを補正するよう自由転位以外の $\{N - Nd(S_1)^*\}$ 個の可動転位は力場の斜面を負方向に移動する必要がある、応力は一時的に S' まで低下する。以上の過程を第一段階とする。 $Nd(S_1)^*$ 個の自由転位が δt 秒間にすべて応力 S' の

図3 遷移変形過程における抵抗力場内での自由転位の移動挙動(説明図)

斜面に到達しているとすれば、その移動によって期待される正方向の塑性ひずみ増分 $\delta\epsilon_p^+$ は次式で与えられる。

$$\delta\epsilon_p^+ = kbNd(S_1)^* h_m(S') \dots\dots\dots (45)$$

一方、この間斜面を下る可動転位の移動によって期待される負方向の塑性ひずみ増分 $\delta\epsilon_p^-$ は

$$\delta\epsilon_p^- = kb\{N - Nd(S_1)^*\} \{h_m(S_1) - h_m(S')\} \dots\dots\dots (46)$$

で与えられる。したがって実質的な正方向の塑性ひずみ増分 $\delta\epsilon_p$ は $\delta\epsilon_p^+ - \delta\epsilon_p^-$ であり、これが $\dot{\epsilon}_{p2}\delta t$ に等しいと考えることができる。すなわち、

$$\delta\epsilon_p = \delta\epsilon_p^+ - \delta\epsilon_p^- = \dot{\epsilon}_{p2}\delta t \dots\dots\dots (47)$$

また、ひずみ速度急減直前に山を越した速度 v_1 の自由転位は δt 秒で丁度応力 S' の斜面に到達するので、この間転位の減速効果を見れば次式を得る。

$$v_1\delta t = h_m(S') \dots\dots\dots (48)$$

以上の諸式より応力 S' を与える次式が得られる。

$$\left\{1 - \frac{A\dot{\epsilon}_{p2}}{n_0v_1}\right\} \frac{1}{G(S')} = \left\{1 - \frac{\dot{S}_1(S_1)}{n_0v_1}\right\} \frac{1}{G(S_1)} \dots\dots\dots (49)$$

この第一段階で生ずる塑性ひずみ ϵ'_{pc} は

$$\epsilon'_{pc} = \dot{\epsilon}_{p2}\delta t = \frac{\dot{\epsilon}_{p2}}{v_1} h_m(S') \dots\dots\dots (50)$$

で与えられる。

以上の第一段階につづき、第二段階は自由転位の存在しない応力 S' よりひずみ速度が $\dot{\epsilon}'_{p2}$ に急増する遷移変形過程を想定する。その際の挙動は 2・4・4 項で示した手法を用いて解析できる。すなわち、この場合

$$\dot{S}_0 = A\dot{\epsilon}_{p2}/f(S') \dots\dots\dots (51)$$

とおき、応力 S_2 は次式より求めることができる。

$$(\dot{S}_0)^{1-n}/n_0v_c\eta = G(S_2)(S_2 - S') \dots\dots\dots (52)$$

以上の第一および第二段階は極めて短時間で終了すると考えられるので、ここではこれらを重ねあわせ、応力 S_1 から応力 S_2 までの遷移変形過程とする。なお、第二段階では塑性ひずみが生じないので、この遷移変形過程で生ずる塑性ひずみ ϵ_{pc} は式(50)での ϵ'_{pc} に等しい。

2・4・6 ϵ_p が零となる場合 これは、2・4・5 項における第一段階で終了する場合に相当し、応力 S' は式(49)で $\dot{\epsilon}_{p2}=0$ とした式より決定できる。なお、応力低下量 $\Delta S = S_1 - S'$ は一般に S_1 に比べ充分小さいので、上で得た式をもとに近似的に ΔS を与える次の関係式を導くことができる。

$$\Delta S / 2^{(S_1/S_{co})^{m_0}} = (\dot{S}_1)^{1-n}/n_0v_c\eta \dots\dots\dots (53)$$

式(53)は繰返し塑性変形過程で変形を停止した際に観察される応力低下量が応力 S_1 と応力速度 $\dot{S}_1$ の大きさに依存していることを示すものである。

3. 材料定数の決定とシミュレート計算例

先の解析過程で明らかのように、 $(n_0v_c\eta)$ の項は一つの材料定数とみなしうるものであった。2・4・6 項に示した負荷条件による実験結果より定数 n と $n_0v_c\eta$ とを容易に分離して決定できる。先の研究⁽⁴⁾での材料と同じ炭素鋼での実験結果より求まる式(53)での左辺の値を β とおき、 β と $\dot{S}_1$ の関係を図 4 に示す。実験点はややばらつくが、両対数方眼紙上ではほぼ直線関係を示しており、 $n \approx 0.06$ および $n_0v_c\eta \approx 6.54$ と評価することができた。なお、試験条件は塑性ひずみ幅を約 2.5% とした両振り定ひずみ試験を基本とし、抵抗力場を与える S_{co} と m_0 の値はひずみ速度を 10^{-4} sec^{-1} とした際の安定したヒステリシスループの形状より式(2)での S_0 を零、および A を 1000 として求めた値を用いた。 S_{co} と m_0 の平均的な値はそれぞれ 570 MPa および 3.5 であり、以下に示すいずれのシミュレート計算例もこれらの値で定まる抵抗力場のもとでのものである。なお、上で得た材料定数のほか縦弾性係数 E の値は 220 GPa とした。

図 5 は半サイクルでの応力-ひずみ曲線の形状に及ぼす全ひずみ速度の効果を示す計算例である。 10^{-4} sec^{-1} 以下のひずみ速度における曲線はひずみの全領域にわたって式(10)で与えられる曲線 (図では 10^{-7} sec^{-1} の曲線に対応) とほとんど重なりあっている。このことは例えば Krempl らが実験的に示している⁽¹⁾ 10^{-7} sec^{-1} 程度のひずみ速度では曲線がさらに低応力側に变化するという傾向とは必ずしも一致はしていない。しかし、極端にひずみ速度の低い場合の変形挙動には、例えば熱振動による力場の山を越す転位の効果も関与するのではないかと著者は考えている。

図 6 は一定の塑性ひずみを生じさせるに必要な応力に及ぼすひずみ速度の効果を示したものである。 10^{-3} sec^{-1} をこえる付近でいったん速度依存性の増加する

図 4 β と $\dot{S}_1$ の関係 (炭素鋼)

挙動がみられ、これが一般的なものなのかあるいは特定の抵抗力場の場合に限られるもののかなどについては今後検討を要することと思われる。しかし、さらにひずみ速度が大きくなるにつれ、とくにひずみの小さい領域での速度依存性が顕著に増大する傾向は、例えば Nadai が軟鋼の静引張応力-ひずみ曲線に及ぼすひずみ速度の効果を示した結果⁽⁷⁾に類似したものとなっている。以上の計算例でみるかぎり、ヒステリシスループの形状に及ぼすひずみ速度の効果は 10^{-4} sec^{-1} 以下ではほとんど考慮する必要はないが、低サイクル疲れ試験などで通常広く用いられているひずみ速度 10^{-3} sec^{-1} になると一定程度その影響が現れてくるものと考えられる。

図 5 応力-ひずみ曲線に及ぼすひずみ速度の効果

図 6 一定の塑性ひずみを生じさせる応力とひずみ速度の関係 (図 6 での結果に基づく)

図 7 に示す太実線はひずみ速度を急変させた際の遷移変形および定常変形の挙動を示す計算例である。ひずみ速度の急増および急減直後の遷移変形に続く定常変形過程での挙動はひずみ速度を一定とした図中に細実線で示す曲線にそれぞれかなり近づいていることがわかる。なお、ひずみ速度が $1.5 \times 10^{-3} \text{ sec}^{-1}$ から 10^{-3} sec^{-1} へ急減した際の遷移変形過程でみられる大きな塑性ひずみの生じている挙動はその直前に多数の自由転位が存在していたためである。一方、図 8 に示す応力を急変させた過程を含む場合の計算例では、図 7 にみられる変形特性と比べ遷移変形過程での応答性がやや過度に強調されているように見える。しかし、全体としての変形挙動は本モデルでの考え方でよく説明されているといえよう。

なお、図 8 における点 h の段階で応力速度を零としたのちの時間に依存した変形挙動を、 ξ の値を変えた式 (38) によって計算した例を図 9 に示す。この変形過程で最終的に生ずる塑性ひずみ ε_{pc} は ξ の値によらず一定であるが、変形終了までの時間および変形曲線の形状は図に示すように ξ の値によって異なっている。 ξ の値の大きい場合の変形曲線は遷移クリープ変形特性に類似しており、Krempf らが実験的に示している結果⁽¹¹⁾と比較的よく対応している。 ξ の適切な値は、2・4・3 項で示した負荷条件による系統的な試験により評価できるものと考えられる。

以上ここで示したいいくつかのシミュレート計算例をみるかぎり、さらに検討すべき細かな点はあるにしても時間(速度)に依存する塑性変形挙動は抵抗力場内での自由転位の移動挙動という単一の機構を想定することにより統一的に記述できるものと考えられる。なお、繰返しに伴う抵抗力場の変化特性は先に提示した⁽⁴⁾繰返し塑性変形モデルをそのまま適用して評価できると考えている。

図 7 ひずみ速度急変過程を含む変形挙動の例

図8 応力速度急変過程を含む変形挙動の例

図9 応力速度を零とした後の変形挙動 (始点は図8での点h)

4. 結 言

不規則障害物説における抵抗力場内を移動する転位の速度効果を考慮し、あらたに“自由転位”の概念を導入することによって時間(速度)に依存する繰返し塑性変形挙動を記述しうるモデルを提示し、その適用性をいくつかのシミュレート計算によって検討した。結果を要約すると以下のようである。

(1) 抵抗力場の山を越して移動中の自由転位の速度が巨視的応力速度に依存すると仮定し、負荷条件によって定まる適正な数の自由転位が存在する定常変形下での応力速度とひずみ速度の関係を与える速度平衡式を導き、繰返し塑性変形下での応力-ひずみ曲線の形状に及ぼす応力速度およびひずみ速度の効果を明らかにした。

(2) ひずみ速度あるいは応力速度が急変する過渡期中での遷移変形挙動は、過不足を生じている自由転位の数が負荷条件に適合して定まる自由転位の数に近づく過程での挙動として系統的に記述することができた。

(3) 自由転位の速度特性を与える材料定数は遷移変形過程を含む簡単な負荷条件による試験結果より容易に評価できるものであった。

以上の結果および抵抗力場を表現する密度関数の特性値 S_{co} と m_0 とは実験曲線より容易に評価できることを考えるなら、時間に依存する繰返し塑性変形挙動を統一的に記述する手法として本論文で提示したモデルは実用的にも有効なものと考えられることができる。

文 献

- (1) Krempl, E. and Kallianpur, V. V., *J. Mech. Phys. Solids*, 32-4 (1984), 301.
- (2) Krempl, E. and Lu, H., *Trans. ASME, J. Eng. Mat. Tech.*, 106-4 (1984), 376.
- (3) 鶴戸口・岡村, 材料試験, 10-99 (昭36), 994.
- (4) 小幡谷・河野, 機論, 51-463, A (昭60), 952.
- (5) 小幡谷・河野, 機論, 51-467, A (昭60), 1864.
- (6) Johnston, W. G. and Gilman, J. J., *J. Appl. Phys.*, 30-2 (1959), 129.
- (7) Nadai, A., "Theory of Flow and Fracture of Solids", (1950), 315, McGraw-Hill, New York.

討 論

〔質問〕 阿部 武治 (岡山大学工学部)
次の点ご教示願いたい。

(1) 本論文では、転位の速度がせん断応力速度に依存すると仮定されている。一方、金属学の分野などでは、転位の速度はせん断応力に依存するとして取扱われることが多いと思うが、そのような仮定から本論文のような理論を組立てることは困難か。

(2) 本理論は、応力速度がひずみ速度の関数であるとする。いわゆる巨視的な歪弾性形の構成式(付1)と関連があると考えてよいのか。

(付1) 例えば、徳岡, 機械の研究, 32 (昭55), 1211.

〔回答〕 (1) 転位の移動速度がご指摘のようなせん断応力に依存するなんらかの適切な関数で与えられる場合にも本研究での論旨に沿った理論の組立は可能と考えている。しかし、負荷-除荷過程が交互に繰返される繰返し変形下においては転位の移動方向の反転を伴うため、単一方向の変形を対象とする場合とは異なり転位の移動特性を単にせん断応力に依存するととらえるよりむしろせん断応力増分(せん断応力速度)に依存すると考えるほうが自然ではないかと考えている。

(2) これまでの実験で得た一般的な力場の諸特性

値より考え、式(21)の右辺{ }内の第2項は応力 S が S_{∞} (安定したヒステリシスループでの降伏応力に対応する)を越えない範囲においては $\dot{\epsilon}$ が特に大きくない限り1に比べ十分小さな値となる。したがって、その場合には式(22)が近似的に全ひずみ速度と応力速度の一次線形の関係を与えるので、ご指摘の亜弾性形の構成式とほぼ一致すると考えられる。また一方、 S が増加して塑性域に入った場合においても上述の項 $(\dot{\epsilon})^{1-n} f(s)/n\sigma_0 \dot{\epsilon}_0$ の値が1に比べ十分小さいような条件すなわち $\dot{\epsilon}$ の小さい場合には亜弾性形構成式を塑性変形挙動の表示に適用できることを示しているといえよう。

以上のことより、式(22)は特別な場合として亜弾性形構成式を包含するものであると考えることができる。なお、亜弾性形構成式の初期値の決定において本研究で示した遷移変形過程の解析手法をそのまま適用できるものと考えられる。

啓発的なご討論・ご指摘に深く感謝する。

〔質問〕 大野 信 忠〔豊橋技術科学大学〕

不規則障害物説に基づく繰返し塑性構成式が、速度依存効果を記述できるように拡張されており、興味深く拝読した。以下の点についてご教示いただきたい。

(1) 自由転位の移動速度を応力速度の関数とすることによって速度依存効果を表現しておられるが、貴理論における転位の移動速度を、通常の理論のように超過応力 $\sigma - \sigma_0$ (σ_0 : 準静的降伏応力)の関数とすると、なにか困難が生じるのか。またこの通常の方法によって、図5～8の現象が記述できないのか。

(2) 式(22)によって $\dot{\epsilon}_t$ を表現すると、応力一定

($\dot{\epsilon}=0$)の条件下ではクリープが生じないことになる。このことと、2・4・3項で述べておられるクリープとは、どのように関連しているのか。

〔回答〕 (1) 転位の移動速度をご指摘のような超過応力の関数と仮定することも可能と思われる。その場合、式(17)での v をそうした応力の関数(一般的には応力 S の関数で記述できる)におきかえて得られる以降の諸関係式を用いると、図5～8に示す諸現象の生じうることが定性的にはあるが容易に説明できる。しかし、繰返し変形下での準静的降伏応力の評価は多分に恣意的であることおよび本研究での自由転位の移動速度は通常広く用いられている全可動転位の平均的移動速度とは異なることなどを考慮すると、適切な超過応力の関数を実験的に決定するには相当の困難を伴うものと考えている。

(2) 式(22)の成立するのは式(23)で与えられる適正な数の自由転位が存在することを前提とした定常変形過程の場合である。2・4・3項で述べているのは定常変形過程中に $\dot{\epsilon}=0$ とした直後に生ずる時間に依存する過渡的な変形挙動であり、その変形特性は一見遷移クリープ挙動と類似しているものの、一般にいわれるクリープ挙動とはその成因機構が異なるものととらえている。なお、応力増加に基づいて生じた自由転位がすべて次の力場の山に到達した以降の一定応力レベル($\dot{\epsilon}=0$)における変形挙動(定常クリープ)については転位が熱振動の助けをかりて力場の山を越す効果を考慮することにより検討できるので別途報告を予定している。