機械構造の形状最適化計画*
(離散化形状変換の感度関数)大河内 禎一**, 福 富 康 志***
鳥 居 稔***, 坂 井 浩****Optimum Shape Design of Mechanical Structures
(Sensitivity for Discretized Shape Transformation)by Teiichi OOKOUCHI, Yasushi FUKUTOMI,
Minoru TORII, and Hiroshi SAKAI

The method to obtain the new sensitivities of shape optimization of mechanical structures are proposed to make possible to transform the structures precisely based on transposition of discretized elements using finite element method corresponding to the addition and removal of the elements. The new sensitivities are acquired by considering the changes of the nodal displacements after addition or removal of the elements in finite difference form which are far more suitable than the current one. The minimum weight problems are treated on cylindrical structures and two dimensional plate structures under constraints of equivalent stress. The obtained optimum structures are retransformed by smoothing processions using polynomials keeping the constraints and the minimalities of the weights.

Key Words: Design Engineering, Shape Optimization, Minimal Weight, Axisymmetric Problem, Plane Stress Problem

1. 結 言

近年大形電子計算機を用いた構造解析における数値計算の進歩により、機械構造物の最適化には有限要素解析を用いた種々の方法が考えられるようになった^{(1)~(3)}。

著者らも離散的な形状関数により表される機械構造形状を、感度関数による構造分割要素の配置の変換およびその数の増減により、逐次最適化する方法を考えた⁽⁴⁾。そこでは従来非線形最適化計算において通常用いられる解析学的な感度関数⁽⁵⁾が用いられ、単純な初期形状から大きな形状変換を施し、最適な形状が得られることが示された。そして応力分布の変化が比較的緩やかな構造の形状変換に対し、その微分形式の感度関数により形状最適化が実現された。しかし、応力分布の変化が大である場合または、最適形状近傍の計算収束点近くにおいては、本形状最適化法のみならず、通常行われる形状最適化に対しても、この微分形式の

感度関数が必ずしも正確に適応できないことがわかった。

本研究は、要素単位による大きな形状変換において、その要素の除去または付加にそれぞれ対応するような差分形式の感度関数が、形状変換の際の節点変位の変化を考慮することにより考えられ、それによる形状最適化計算の結果について述べられたものである。ここで得られた感度関数は、形状変換が微小とされた極限を求めれば、従来一般に用いられている、微分形式の感度関数とされるものである。

計算例として、内圧を受ける長い円筒容器の外表面形状の最適化および、平板構造の形状最適化の問題が取扱われており、いずれも通常取扱われる微分形式の感度関数によっては形状最適化が困難となるものである。

上述の離散化形状変換計算により得られた最適形状は、その制約条件を満足しつつ、目的関数値の変化を極小にするように外形の平滑化が行われ、滑らかな連続体構造として得られている。本平滑化処理により、離散化形状変換法における外表面境界形状の不連続が解消され得ることから、本最適化計算法は形状最適化のCADへの応用の道を開くものと考えられる。

* 昭和60年12月5日 第935回講演会において講演、原稿受付 昭和59年10月31日。

** 正員、名古屋工業大学(〒466 名古屋市昭和区御器所町)。

*** 学生員、名古屋工業大学大学院。

**** 准員、アイシン精機(株)(〒488 刈谷市朝日町2-1)。

2. 感 度 関 数

従来一般に用いられている微分形式の感度関数は構造の有する変位、応力などの力学量についての関数 G および形状パラメータ x_i により次式のように表される⁽⁴⁾。

$$\Delta G = \frac{\partial G}{\partial x_i} \Delta x_i = \mathbf{a}(-\mathbf{K}^{-1} \mathbf{K}_i^e \boldsymbol{\delta}) \Delta x_i \quad \dots\dots\dots (1)$$

ここで、 $\mathbf{K}$ および $\boldsymbol{\delta}$ は形状変換前の剛性マトリックスおよび節点変位であり、これは比較的小さな形状変換量に対しては適応し得るものであるが、分割要素単位の形状変換に対しては必ずしも精度が良くない場合がある。特に比較的大きな形状変換を行う際の離散化形状変換に際し、要素の除去あるいは新しい付加に対する感度関数の値の相違が全く考えられていない。そこで、構造形状最適化に際し、要素単位などの比較的大きな形状変換に適し、構造の減少または増加のそれぞれの変換に対応し得る、精度の高い感度関数が必要とされる。そのため、本研究では変換前の形状における構造解析に基づき、制約条件などとして取扱われる力学量の関数 G の形状変換後の値が正確にかつ容易に得られる方法を新たに考え、それによる感度関数および構造形状変換過程が後述のように考えられている。

本研究では、新しい感度関数として次の、形状変換前後の力学量の関数の変化量 ΔG を考える。

$$\Delta G = G' - G \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 G および G' はそれぞれ形状変換前およびその後の G の値である。 G の値は構造の節点変位により計算されるので、 ΔG を計算するためには形状変換前後の節点変位を求める必要がある。そこで、新たに構造解析をすることなく形状変換後の節点変位を求める方法を以下のように考える。

まず初めに形状 X から形状 Y への変換（要素減少変換）を考える。いま、形状 X に対して次の剛性方程式が成り立つとする。

$$\mathbf{f} = \mathbf{K} \boldsymbol{\delta} \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 N_i を全自由度数とすると、

$\mathbf{f}$: 形状 X における節点外力ベクトル [$N_i \times 1$]

$\mathbf{K}$: 形状 X における全体剛性マトリックス [$N_i \times N_i$]

$\boldsymbol{\delta}$: 形状 X における節点変位ベクトル [$N_i \times 1$]

である。形状 X から形状 Y への変換により、節点外力ベクトル、および節点変位ベクトルがそれぞれ $\mathbf{f}'$ 、および $(\boldsymbol{\delta} + \Delta \boldsymbol{\delta})$ に変化したとする。この時要素 A に対する要素剛性マトリックス $\mathbf{K}^e$ ($[8 \times 8]$) に零のマ

トリックス成分を付加して、これを $[N_i \times N_i]$ に拡張したものを $\mathbf{K}_{N_i}^e$ とすれば、形状 Y について次の剛性方程式が成り立つ。

$$\mathbf{f}' = (\mathbf{K} - \mathbf{K}_{N_i}^e)(\boldsymbol{\delta} + \Delta \boldsymbol{\delta}) \quad \dots\dots\dots (4)$$

次に形状 X において、節点変位を $\Delta \boldsymbol{\delta}$ だけ変化させるのに必要な節点外力の変化が $\Delta \mathbf{f}$ であったとすると式(3)の剛性方程式は次式のように変化する。

$$\mathbf{f} + \Delta \mathbf{f} = \mathbf{K}(\boldsymbol{\delta} + \Delta \boldsymbol{\delta}) \quad \dots\dots\dots (5)$$

式(4)および(5)により、

$$\Delta \mathbf{f} + (\mathbf{f} - \mathbf{f}') = \mathbf{K}_{N_i}^e(\boldsymbol{\delta} + \Delta \boldsymbol{\delta}) \quad \dots\dots\dots (6)$$

いま、外力の作用する境界を形状変換の対象外とした場合すなわち、

$$(\mathbf{f} - \mathbf{f}') = \mathbf{0}$$

の場合を考えると、次式が成り立つ。

$$\Delta \mathbf{f} = \mathbf{K}_{N_i}^e(\boldsymbol{\delta} + \Delta \boldsymbol{\delta}) \quad \dots\dots\dots (7)$$

ここで、 $\Delta \mathbf{f}$ 、 $(\boldsymbol{\delta} + \Delta \boldsymbol{\delta})$ のうち要素 A に関係する 8 自由度成分だけをぬき出したものをそれぞれ、 $\Delta \mathbf{f}_A$ 、 $(\boldsymbol{\delta} + \Delta \boldsymbol{\delta})_A$ とすれば、式(7)は次式のように書き直される。

$$\Delta \mathbf{f}_A = \mathbf{K}^e(\boldsymbol{\delta} + \Delta \boldsymbol{\delta})_A \quad \dots\dots\dots (8)$$

式(8)を変換後消えてなくなる節点 1 に関する部分（添字 I を付けて表す）とそれ以外の節点に関する部分（添字 R を付けて表す）に分けると次式のようになる。

$$\begin{pmatrix} \Delta \mathbf{f}_R \\ \Delta \mathbf{f}_I \end{pmatrix}_A = \begin{pmatrix} \mathbf{K}_{RR}^e & \mathbf{K}_{RI}^e \\ \mathbf{K}_{IR}^e & \mathbf{K}_{II}^e \end{pmatrix} \begin{pmatrix} (\boldsymbol{\delta} + \Delta \boldsymbol{\delta})_R \\ (\boldsymbol{\delta} + \Delta \boldsymbol{\delta})_I \end{pmatrix}_A \quad \dots\dots\dots (9)$$

式(9)より

$$(\Delta \mathbf{f}_R)_A = \mathbf{K}_{RR}^e \{(\boldsymbol{\delta} + \Delta \boldsymbol{\delta})_R\}_A + \mathbf{K}_{RI}^e \{(\boldsymbol{\delta} + \Delta \boldsymbol{\delta})_I\}_A \quad \dots\dots\dots (10 \cdot a)$$

$$(\Delta \mathbf{f}_I)_A = \mathbf{K}_{IR}^e \{(\boldsymbol{\delta} + \Delta \boldsymbol{\delta})_R\}_A + \mathbf{K}_{II}^e \{(\boldsymbol{\delta} + \Delta \boldsymbol{\delta})_I\}_A \quad \dots\dots\dots (10 \cdot b)$$

となる。また $\Delta \mathbf{f}_A$ は形状 X に形状 Y の変位場を与えた際に、要素 A の存在によって生じる力の不釣り合いと考えることができるので、要素 A の節点のうち他の要素と共有していない節点 1 に関する成分、すなわち $(\Delta \mathbf{f}_I)_A$ の各成分の値は零となる。したがって式(10・a)および式(10・b)により、

$$(\Delta \mathbf{f}_R)_A = (\mathbf{K}_{RR}^e - \mathbf{K}_{RI}^e \mathbf{K}_{II}^{e-1} \mathbf{K}_{IR}^e) \{(\boldsymbol{\delta} + \Delta \boldsymbol{\delta})_R\}_A \quad \dots\dots\dots (11)$$

となる。

図 1 離散化形状変換

次に式(3)および式(5)により,

$$\Delta f = K \cdot \Delta \delta \quad \text{.....(12-a)}$$

または,

$$\Delta \delta = K^{-1} \Delta f \quad \text{.....(12-b)}$$

が成り立つ。ここで Δf のうち $(\Delta f_R)_A$ 以外の成分の値は零なので、式(12-b)は次式のように書き換えられる。

$$(\Delta \delta_R)_A = K_R^{-1} (\Delta f_R)_A \quad \text{.....(13)}$$

ここで、 K_R^{-1} は K^{-1} のうち節点 2, 3, 4 に関する成分だけをぬき出して作ったマトリックスである。式(11)および式(13)より I を単位マトリックスとすれば,

$$\begin{aligned} & \{I - K_R^{-1}(K_{RR}^e - K_{RU}^e K_{UU}^{-1} K_{UR}^e)\} (\Delta \delta_R)_A \\ & = K_R^{-1}(K_{RR}^e - K_{RU}^e K_{UU}^{-1} K_{UR}^e) (\delta_R)_A \quad \text{.....(14)} \end{aligned}$$

式(14)および式(10-b)より $(\Delta \delta)_A$ が決められる。

形状 Y から形状 X への変換(要素増加変換)も同様に考えることができる。この場合には,

$$\text{式(8)} \longrightarrow \Delta f_A = -K^e (\delta + \Delta \delta)_A \quad \text{.....(8')}$$

となるため、式(14)を次式のように変更すればよい。

$$\begin{aligned} & \{I + K_R^{-1}(K_{RR}^e - K_{RU}^e K_{UU}^{-1} K_{UR}^e)\} (\Delta \delta_R)_A \\ & = -K_R^{-1}(K_{RR}^e - K_{RU}^e K_{UU}^{-1} K_{UR}^e) (\delta_R)_A \quad \text{.....(14')} \end{aligned}$$

$(\Delta \delta)_A$ が求められれば、式(8)および式(5)より全自由度についての形状変換後の変位 $(\delta + \Delta \delta)$ が得られる。これにより構造の有する応力などの力学量の関数 G の形状変換に対する変化量(感度関数 ΔG)が後述のように計算される。

3. 形状関数および要素分割

本研究では離散化要素そのものの移動および減少により高い自由度の形状変換を行うので、構造形状を正確に記述するために図2のようなマトリックス形式の形状関数 Θ を用いる。 Θ の各成分 θ_{ij} を形状パラメータとし、構造の存在する部分の θ_{ij} を1, 存在しない部分の θ_{ij} を0として表す。構造全体は等体積の四角形リング要素(円筒の場合)あるいは四角形平板要素(平板構造の場合)に分割されており、それぞれの要素が Θ の各成分に対応している。またそれぞれの四角形

$$\Theta = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

図2 形状関数

要素を対角線で2等分した三角形リング要素あるいは三角形平板要素により有限要素解析が行われる。

4. 目的関数および制約条件

本研究では、円筒あるいは平板構造に対し相当応力の制約のもとで最小重量形状を求めることを目的とし、目的関数および制約条件を以下のように定める。

4.1 目的関数 目的関数 W としては式(15)で示される構造の全体積(本研究では構造の密度を一樣としているので最小重量は最小体積と同義である。)を考える。

$$W = N_e dv \quad \text{.....(15)}$$

ここで N_e および dv は、全要素数および要素1個の体積である。

4.2 制約条件 制約条件としては Mises の降伏条件をもとに相当応力強度 P を考え次式のように表す。

$$P_{\max} < 1 \quad \text{.....(16)}$$

ここで P は次式で定義され、各要素に対して計算される量であり、降伏時に1となるものである。

$$\begin{aligned} P = & [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 \\ & + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 + 6\tau_{12}^2] / 6\tau_{ys}^2 \quad \text{.....(17)} \end{aligned}$$

ここで円筒の場合、 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ および τ_{12} はそれぞれ半径方向、軸方向、円周方向の垂直応力および半径方向-軸方向面内せん断応力であり τ_{ys} はせん断降伏応力である。また板の場合 σ_1, σ_2 および τ_{12} はそれぞれ x 方向、 y 方向の垂直応力および x - y 面内せん断力であり、この場合は平面応力問題となるので σ_3 は零となる。

5. 感度関数による形状変換

本研究では相当応力の制約のもとでの最小重量形状を求めるため、ステップ1とされ、制約条件を満足しながらできるだけ多量の体積減少を行う形状変換過程、およびステップ1の体積減少形状変換をできるだけ多量に行うための、ステップ2とされ、制約条件に基づく関数 G の値をできるかぎり減少させる等体積下での形状変換過程の二つのステップを考えそれぞれをくり返すことにより形状最適化が行われている。各ステップはそれぞれ次の方法で行われる。

5.1 ステップ1 本ステップは $P_{\max}$ が1未満である場合に対して、感度関数 ΔG の値をもとに G の値が最も増加しにくいような境界要素の除去による体積減少変換過程である。本ステップでは1回の感度関数計算に対し、最大で15回の形状変換を行う。

5.2 ステップ2 本ステップはステップ1によ

り、 $P_{\max}$ が1より大きくなった場合に対し、感度関数 ΔG の値をもとに G の値が最も減少するような境界要素の移動による等体積変換過程である。本ステップでは1回の感度関数計算に対し、最大で15回の形状変換を行い、 $P_{\max}$ が1未満となるまでくり返される。図3に本形状変換法のフローチャートを示す。

本研究では、感度関数を計算するための関数 G として構造全体のひずみエネルギーの総和を用いた。それは最大相当応力を有する要素において、その値の最小化をその要素のみに着目して実行することは、形状変換の発散または振動現象を引き起こし、不可能であることによる。その最小化の実現には、構造全体の相当応力の総和またはそれに対応するひずみエネルギーの総和など構造全体の力学量の極値化と同時に実行する形状変換を行う必要がある。したがって G は次式のように表される。

$$G = \sum_{i=1}^{N_e} \frac{1}{2} (\sigma_i \epsilon_i) dv = \frac{1}{2} \mathbf{f}^T \boldsymbol{\delta} \quad (18)$$

ここで σ_i , ϵ_i および dv はそれぞれ各要素における応力ベクトル、ひずみベクトルおよび要素の体積である。この場合の感度関数 ΔG は次のように計算される。式(2)および式(18)より

$$\begin{aligned} \Delta G &= G' - G \\ &= \frac{1}{2} \{ \mathbf{f}'^T (\boldsymbol{\delta} + \Delta \boldsymbol{\delta}) - \mathbf{f}^T \boldsymbol{\delta} \} \quad (19) \end{aligned}$$

$\mathbf{f}' = \mathbf{f}$ として、式(3)を用いれば、

$$\Delta G = \frac{1}{2} \boldsymbol{\delta}^T \mathbf{K} \Delta \boldsymbol{\delta} \quad (20)$$

式(17)および式(12・a)より

$$\begin{aligned} \Delta G &= \frac{1}{2} \boldsymbol{\delta}^T \Delta \mathbf{f} \\ &= \frac{1}{2} \boldsymbol{\delta}^T \mathbf{K}_M (\boldsymbol{\delta} + \Delta \boldsymbol{\delta}) \quad (21) \end{aligned}$$

上式において、 $\mathbf{K}_M$ は対応する境界要素に関する自由度成分以外はすべて零であるので、 $\boldsymbol{\delta}$, $(\boldsymbol{\delta} + \Delta \boldsymbol{\delta})$ とともにそれらの自由度成分だけ得られていれば ΔG は計算される。

本研究では制約条件として ($P_{\max} < 1$) を用いているが G として相当応力強度 P の総和を用いないで、次の(1)および(2)の理由により、上述の構造全体のひずみエネルギーの総和が用いられる。

(1) 相当応力に対応する形状変化のひずみエネルギー Q および静水圧成分応力によるひずみエネルギー S について、本計算例で取扱った場合では、形状変換の全過程を通じて、常に S は Q に比較して小さく、また形状変換の対象となる構造表面の境界要素ではその割合はさらに小さくなり、感度関数に対する S の影響は極めて微小であることが計算により確かめられる。したがって、本形状変換の感度関数の値は G または P の総和のいずれをとってもほとんど等しいと考えられる。ただし、形状変換の最終過程ではこれらの間の相違が大きくなる場合が生じることがあり、その場合は相当応力強度の関数を直接に用いる必要がある。

(2) 相当応力強度 P の総和を用いる場合には全要素についての P の値を構造解析により常時求める必要があり、これは極めて大量の計算を要する。しかし、これと感度関数の成分上等価となる全構造ひずみエネルギーは、外荷重により極めて容易に求めることができる。

6. 計算結果

計算例として、剛性率 $G=79.9$ GPa, セン断降伏応力 $\tau_{ys}=172$ MPa, ポアソン比 $\nu=0.276$ を有し、端面の半径方向変位が拘束され内圧を受ける円筒構造および円筒同様の材料定数を有し、一端で拘束され他端に垂直荷重を受ける平面応力構造について最大相当応力強度 $P_{\max}$ の値が1を超えない最小重量形状が求められた。

図4は一点鎖線で示される初期形状において全長180 mm, 外径322 mm, 内径308 mmであり12.3 MPaの内圧を受ける円筒構造について得られた最適

図3 形状変換フローチャート

形状、およびその平滑化形状を示したものである。図4は対称性により円筒構造の子午断面の中央から端までの1/4部分を示しており、要素集合体としての最適形状に対しては要素分割および $P_{\max}$ を与える要素の位置が▲印で示され、また平滑化形状に対しては P の値の分布が等高線により示されている。最適形状において $P_{\max}$ の値は1.000であり、また初期形状に対する体積比 V/V_0 は0.899となり約10%の体積減少が得られている。平滑化処理は、名古屋大学大型計算機センターの数値計算ライブラリー(LSAICD)を用い、直交多項式による最小二重近似により行った。この場合平滑化における体積の変化および $P_{\max}$ の変化は極めて小さく、実用上十分無視できる大きさとなる処理が施されている。

図5は図4の最適形状における微分形式(D.)および差分形式(F.)の感度関数の値の分布をそれぞれ(a):境界要素の除去、(b):境界要素の付加に対して示したものである。図5において横軸に端からの境

界要素の位置、縦軸に感度関数値をとり微分形式の感度関数の値を△印で、差分形式の感度関数を○印で表している。この場合に後者の○印で表される感度関数の値の分布と、計算の結果得られる関数 G の変化の分布とは、この図5によればほとんど一致していて、それらの相違は見分けられない。図5(a)の境界要素の除去に対する感度関数の値の分布は円筒中央部に相当する部分では微分形式、差分形式いずれも同じ値となっているが端に相当する部分で両者の間に違いが見られる。このことは、応力分布の変化が激しい場合に微分形式の感度関数では形状変換が困難となることに対応している。また境界要素の付加に対する感度関数は従来の微分形式では境界要素の除去に対する感度関数の符号を逆にしたものとして取扱われるが、これは図5(b)の差分形式の感度関数と比較して明らかに異なっている。

図6は一点鎖線で示される初期形状において、全長80 mm、幅20 mm および単位厚さを有し、左端の節

図4 最適形状(円筒構造)

図5 感度関数の分布

図 6 最適形状 (平面応力構造)

点の鉛直および水平変位が拘束され、右端に(a): 88.2 N あるいは(b): 294 N の垂直荷重を受ける平面応力構造について得られた最適形状をそれぞれ示している。図 6 において各要素の相当応力強度の値が、□: 0~0.1 ⊞: 0.1~0.3 ⊠: 0.3~0.5 ▨: 0.5~0.7 ▩: 0.7~0.9 ■: 0.9~1.0 ■: 1.0~ □: 最大により示されており、また最適形状に対する平滑形状が破線により示されている。本問題では、制約条件、初期形状および同じ形状変換ステップを用いても、外荷重の大きさの違いにより、最小重量形状が大きく相違する例が図 6 (a)および図 6 (b)のように与えられている。最適形状における $P_{\max}$ の値はいずれの荷重の場合もほぼ 1 に近い値となっており、また初期形状に対する体積比 V/V_0 はそれぞれ 0.225, 0.285 となっている。両者の場合の最適形状における $P_{\max}$ の値はほぼ等しくなっているが、図 6 (a)の場合のほうが荷重の小さい分だけ多くの体積減少が可能となっている。これらの最適形状は、縦横の要素寸法が 1/2 とされた分割による計算および著しく異なる初期形状からの計算により最適性が前報⁽⁴⁾と同様に確認されている。またこれらの最適形状に対する平滑化処理も円筒同様の方法により行われている。

7. 結 言

機械構造形状最適化に際し、離散化要素の移動などの大きな量の形状変換に適応する差分形式で精度の高い感度関数を考えた。それにより、従来用いられ、微小な形状変換に適応する微分形式の感度関数では困難であった重量最小化計画が実現されることが示された。

また得られた最適構造に対し最適性を失うことのないような形状平滑化処理が施され、本最適化計算法が実際の構造設計に応用され得ることが示された。

本研究の数値計算に当たり、ご協力を頂いた、名古屋工業大学 相馬秀次氏に深く感謝の意を表す。

なお本研究の数値計算には名古屋大学大型計算機センター FACOM-M-382 を用いた。

文 献

- (1) Gallagher, R. H. and Zienkiewicz, O. C., *Optimum Structure Design*, (1973), John, Wiley.
- (2) 尾田, 機論, 50-452, A(昭 59), 543.
- (3) 瀬口, 多田, 機論, 50-452, A(昭 59), 679.
- (4) 大河内・ほか 3 名, 機論, 49-448, A(昭 58), 1532.
- (5) Gallagher, R. H. and Zienkiewicz, O. C., 文献(1)の 114 ページ.

討 論

〔質問〕 藪 忠 司

〔(株)神戸製鋼所機械研究所〕

(1) 構造モデルを長方形要素に分割後、それをさらに三角形要素に分割し直しているのはなぜか。端部の sensitivity に極端な凹凸が生じているのは、三角形要素を使っているからではないか。

(2) 図6の平面応力問題の初期形状はどのようなものか。

〔回答〕 (1) 本研究では、形状最適化過程において有限要素解析が繰返し用いられているので、その計算には、計算量の少ない三角形定ひずみ要素が用い

られている。それに対して、形状変換ではこれらの三角形要素を二つ組合せた長方形要素が単位として用いられている。また、円筒端部に生じている感度関数の凹凸は、三角形要素を用いていることによるものではなく、離散化要素単位の形状変換によって生じた、円筒外側表面の階段状の形に対応しているものである。

(2) 図6の平面応力構造の初期形状は、左端で垂直、水平方向の変位が拘束され、右端に垂直荷重を受ける、 $80 \times 20 \times 1$ (mm)の平板構造で、図6中には一点鎖線で示されている。