延性薄板材一円孔変形形状の加工硬化指数による検討*

瀧本 昭夫**, 藤原 宗良***, 落合 進****

Discussion of the Deformation of a Circular Hole in Thin Ductile Materials
with Respect to Its Strain Hardening Exponent

by Akio TAKIMOTO, Muneyoshi FUJIWARA, and Susumu OCHIAI

The growth of a circular hole in thin sheet material and its fracture mechanism were investigated with respect to its strain hardening exponent under a tensile test to obtain basic knowledge about a void growth and its fracture process in ductile material. The growth shape of the hole was measured exactly, and its deviation from an ellipse was found to be less than several percent. Their axial ratio and areal ratio increase almost linearly with the plastic strain before a crack is formed. The growth rate of $d(a/b)/d\varepsilon$ (a, b : major and minor semi-axes of the ellipse, ε : strain) is shown to increase with a decrease in the strain hardening exponent. The growth rate is larger the bigger the pre-strain and, accordingly, the fracture strain is smaller the larger the latter. The results of the finite element method in a plane stress condition give good agreement with the experimental results. The theoretical relations for a plastic material by McClintock are also fairly consistent with the above results.

Key Words: Strength of Materials, Material Testing, Strain Hardening Material, Hole Growth and Cracking, Growth Shape, Growth Rate, Void Growth and Cracking

1. 緒 言

実用機械材料の延性破断機構は非常に複雑で、すでに多数の研究があるにもかかわらずその個々の因子に関してすべて正確に解明されているとは限らない。例えば実験研究では、塑性変形とともに材料中の欠陥、不純物や析出物などからボイド（キャビティを含め）の発生・成長が起こり、それらの連結（または合体）によって延性破断が生じたり、また塑性不安定現象の生成とともに、引張応力の三軸性が生じこれらの過程がより活発になることはよく知られた事実であり、巨視的〔例えば文献(1)〕あるいは微視的⁽²⁾⁽³⁾⁽⁶⁾な報告も多い。実用材料は塑性ひずみとともに硬化する度合も異なり、塑性域の広がり方も異なるなど複雑な事象を含んでいるので延性破断現象を完全に定量表現することは非常に困難であると考えられる。これまでいろいろな近似式が報告されており中でも非硬化材におけるボイド間の局部収縮によるモデル解⁽⁴⁾や加工硬化材で三

軸応力下の並列二円筒の変形や破断条件を近似定量した関係⁽⁵⁾は延性破断現象の傾向をよく表現しており、特に後者は、'加工硬化材の実験値を忠実に表現していないまでも' 負荷応力比が大きくなるほどまた、円筒（二次元的には円孔）間相対距離および加工硬化指数が小さくなるほど延性破断ひずみが小さくなることなどを定量表現しているとされている⁽⁷⁾。また材料の相対密度が一定値になると破断を生じることから延性破断の条件式を誘導したもの⁽⁸⁾や核のひずみに対する成長割合が一定に達すると破断を生じるとして誘導した破壊条件式⁽⁹⁾なども報告されている。

もちろんボイドの発生・成長・連結による破断機構は、三次元的であり多数のボイド分布の中で起こるものであるがまず個々のボイドの変形形状・成長速度・き裂発生条件を正確に把握する必要がある、個々のボイドのこれら条件が上記現象に大きく影響することも明らかであろう。これら延性破断において発生・成長するボイドの断面は普通だ円形近くまで成長して、隣接する成長したボイドと連結すると仮定するのが常である。著者らは一個のボイドが加工硬化指数の異なる材料ではどのような近似だ円形状まで成長してき裂を生成するのか、だ円弧とのずれの大きさはどれくらいになるのか、その成長速度はどのような変化をしてき

* 昭和 59 年 11 月 3 日 中国四国支部・九州支部合同沖縄地方講演会において講演、原稿受付 昭和 60 年 4 月 1 日。

** 正員、山口大学工学部 (〒755 宇部市常盤台 2557)。

*** 准員、松下電器産業(株) (〒571 大阪府門真市)。

**** 学生員、山口大学大学院。

裂発生に至るのかを調べるため種々の実用材料を用いて巨視的なモデル実験を行い報告した⁽¹⁰⁾。ここではさらに詳しい実験的なデータ等を加え、検討することを目的とする。実験は主として6-4黄銅、純アルミおよび純銅の薄板材の一円孔付板材を用いた巨視的モデルによる引張試験のうち6-4黄銅の結果を中心に報告する。また引張りひずみを破断ひずみの80%まで加え、それが上記因子に及ぼす影響も解明する。加工硬化材における一円孔成長速度やき裂発生条件の正確な定量解は存在しないが、McClintockの近似解⁽⁵⁾により、一ボイド断面が円形から成長して近似だ円形を経て破断に至る過程を検討し、延性破断の基礎を確かめる。また、二次元問題を解くための定ひずみ、定応力の三角要素を用いた増分形式の弾塑性解析FEMプログラムEPIC-IV⁽¹¹⁾⁽¹²⁾による近似解も求め実験データを検討する。

2. 実験方法

供試材は市販の工業用材料である6-4黄銅を主とし、加工硬化指数の違いによる円孔変形状を調べるため、鉛合金、純アルミ、純銅およびステンレス鋼(SUS 301および302)薄板材と参考までに天然ゴムの薄板も加えた。このうち金属材料は変形ひずみに対する硬化能が実用材の下限値($n \approx 0$)から上限値($n \approx 0.8$)まで変化する点で興味があり使用した。金属材料は材料の圧延方向が試験片の引張軸方向となるように切り出し残留応力除去のため適切な条件のもとで、ひずみ取り焼鈍を行い、短冊状試験片とした。また同一材料で異なる流動曲線を示す試験片をうる⁽¹³⁾ため各々の粒調整焼鈍をし、結晶粒径を変化させた。基本的に用いた試験片形状は1mmおよび3mm厚の20mm幅×140mm長さの試験片に2mmφの一円孔を導入したものであるが、そのほか材料によってはより大きな試験片寸法も使用した。また板厚の影響を調べるため、5mm厚の板材試験も加えた。試験片幅と孔径の比 $W_0/2r_0$ は10.0を主に調べ6.3のものも含めてある。材料の加工硬化指数は、同一材より別に製作した平滑材(JIS Z 2201-13 B形)の引張試験(ひずみ速度 $2.78 \times 10^{-4}/s$)結果から n 乗硬化則 $\sigma = K\epsilon_p^n$ により求めた n 値を用いた。なおFEM近似解は、 $\sigma = K'(\epsilon_p + \epsilon_0)^{n'}$ による n' 値を用いたが n と n' 値の間に6-4黄銅、純アルミ、純銅いずれもほとんど直線的な相関関係を得ている⁽¹³⁾ので n 値で統一して示した。引張試験はすべて島津オートグラフ(5t容量)で、 $20^\circ\text{C} \pm 2^\circ\text{C}$ 、また試験片長さに応じてクロスヘッド速度を1、1.5および2.5 mm/minとして行った。

円孔変形状はだ円形状で表現できるか否かを確認するため図1のごとく、任意の塑性ひずみでの変形円孔の長・短軸 $2a$ および $2b$ によりだ円孔を描き、それからの半径方向相対変位量として

$$\frac{\Delta r}{r_{\text{Ellipse}}} = \frac{r_{\text{Exper}} - r_{\text{Ellipse}}}{r_{\text{Ellipse}}} \dots\dots\dots (1)$$

で表した。また塑性ひずみによる長軸・短軸の変化も初期円孔半径($a_0 = b_0$)に対する比 $\Delta a/r_0$ および $\Delta b/r_0$ で表した。

加工硬化する材料の $n=0$ から1.0までの単軸引張りから二軸引張りまで任意に変化する条件での円孔変形状や破断ひずみ等は近接二円筒(二次元的には円孔)の近似解⁽⁵⁾が、(実験値を正確に定量できるとは限らないが)与えられているので、これらの式により検討した。微小変形理論による定式化(Eulerのひずみおよび応力)を用いたFEMでは、加工硬化指数などにもよるが、塑性ひずみ15%前後までの結果が実験傾向をわりあいよく近似しているので示した。平均的な要素数および節点数は、各々250および150前後を用いた。また一部設計では同一加工硬化指数で板幅と孔径比 $W_0/2r_0$ を4段階に変えた近似解も求めた。

3. 実験結果および検討

3.1 円孔変形状とだ円弧からの偏り 延性破断ではボイドが発生・成長して近似だ円になるというのが一般的な考えであるがはたしてどの程度の近似だ円になりうるのであろうか。また加工硬化指数が異なればどうなるのであろうかということを調べた。図2の右側は加工硬化指数 $n=0.43$ の6-4黄銅の試験片幅 $W_0=20$ mm、予ひずみ(円孔導入前の引張変形ひずみ)零で導入した一円孔変形状を示した(円孔径比 $W_0/2r_0=10.0$, 1mm厚試験片)。平均塑性ひずみ ϵ_{puz} (Plastic Strain in the unaffected zone: 試験片中心部の応力、ひずみ集中域の影響をほとんど含まないと考えられる

図1 一円孔変形モデル図

中央部より 25 mm 離れたところ両側各 15 mm 間で求めた平均塑性ひずみ)の増加とともに近似だ円に成長している。 $\epsilon_{puz} \approx 0.156$ 近傍で最大ひずみ集中域の変形が著しくなり $\epsilon_{puz} \approx 0.178$ では、引張軸に $\pi/2$ の方向に孔周辺部の局部収縮による小さな突出 (Protrude) を伴った後、き裂が発生している。この試片の流動応力を $\sigma_f = K'(\epsilon_p + \epsilon_0)^{n'}$ [この場合、 $K' = 865.3$ MPa, $\epsilon_0 = 3.66 \times 10^{-2}$, $n' = 0.48$, またこの n' 値に相当する n 値は 0.43] として平面応力条件による FEM で求めた近似解を図の左側に示した。FEM のデータ出力を非常に細かくしなかったので同一 ϵ_{puz} 値での比較はできないが、類似ひずみ値の比較ではき裂発生前までの円孔成長傾向はよく似ている。次に加工硬化指数の異なる場合の一円孔変形形状例を図 3 に比較した。 $n=0$ から $n=0.8$ ($n=1.0$ はゴム状弾性による近似値) までの材料の変形形状実験結果を図 1 のごとく、長・短軸径のだ円弧表示をし、各角度における実験値のだ円弧からの偏りを補正関数

$$\frac{\Delta r}{r_{\text{Ellipse}}} = \frac{\alpha}{2} [\sin\{4(\theta + \beta \sin 2\theta) - 90^\circ\} + 1] \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで $\alpha = p(1-n)e^{\epsilon_{puz}}$, $W_0/2r_0 = 10.0$ の時 $p =$

図 2 実験および FEM による各ひずみでの一円孔変形形状

図 3 加工硬化指数の違いによる一円孔変形形状 ($\epsilon_{puz} = 0.05$)

0.584, $q = 0.886$, また $W_0/2r_0 = 6.3$ の時 $p = 0.254$, $q = 0.658$, $\beta = 1.57$ で表現し、実験値との誤差 1~2% 以内で表現できることを確認した上でこの式により各加工硬化指数値による変形形状を描いたものがこの図である。 $\epsilon_{puz} = 5\%$ の小さい塑性ひずみでも、もはや変形形状が異なっており n 値が小さいほど大きく成長している。また $W_0/2r_0$ 値が小さいほど n 値の影響も大きい。後述する近似解も個々の円孔の壁面間距離と r_0 の比 $W_0/2r_0$ が小さいほどまた加工硬化指数が小さいほど単位ひずみ当たりの円孔の損傷率 (特定のひずみにおける相対円孔成長率の対数と延性破断時のその値の比) が大きくなるとしている (式 (13), 図 12 参照) ことと定性的に一致する。以上のごとく塑性ひずみの増加および加工硬化指数の減少とともに一円孔はより長い近似だ円に成長し、材料固有の値まで成長しそれ以後は最大ひずみ域近傍に突出を伴ってき裂を生成しながら (図 2 および図 14(c), (d) 参照) さらに成長を続けることになる。

図 4 は塑性ひずみの増加とともに一円孔変形形状がその長・短軸長さを持つだ円弧から偏る様子を 6-4 黄銅の例で示している。曲線は FEM の結果をスプライン関数で補間したもので記号は実験データである。塑性ひずみが大きくなるとともに実験値および FEM 結果ともにだ円弧との差が大きくなり極大点も引張軸側に回転している。また θ 軸 (すなわち $\theta = 90^\circ$) 近傍で FEM 値に負の値が出ているのは FEM の要素のとり方によるものであろう。実験値はほとんど負の値を示さない。成長円孔が示すだ円弧からの偏りは、最大ひずみ点でき裂の発生に至るまでに実験値で約 6% 以下、FEM 近似解で約 5% 以下である。純アルミの実験でも同様な偏りの傾向と大きさを示している ($\epsilon_{puz} = 9.6\%$ で最大偏り 6.6%)。

3.2 長・短軸および長短軸比の変化 図 5 は 6-4 黄銅の種々の薄板材に予ひずみ零で $W_0/2r_0 = 10.0$ の一円孔を導入してその変形形状を調べたもので、だ円

図 4 一円孔変形形状のだ円弧からの偏り

孔の長軸 a および短軸 b が基円 (半径 r_0) より変化する様子を示した。いずれも塑性ひずみとともにほとんど直線的に増加 ($\Delta a/r_0$) および減少 ($\Delta b/r_0$) している。 a, b 軸ともこの関係からずれている点は塑性ひずみ集中点でき裂発生に至るところであり、 a 軸のほうが顕著に現れている。1 mm 厚板材は薄いため、より早くき裂発生に至っているが 3 mm 厚および 5 mm 厚板材は同じくらいの値を示している。ほかの材料、純アルミや純銅では板厚が大きくなるほどき裂発生ひずみも比例して大きくなっているが、6-4 黄銅の場合は重複して試験した結果でもよく似た値を示し異例である。純アルミや純銅は試片幅と厚さの比 W_0/t が小さくなれば (すなわち板厚が大きくなれば)、加工硬化指数が大きくなり破断ひずみも少し大きくなるが、6-4 黄銅は二相材料であるため加工硬化指数の変化も鈍く、破断ひずみにも増加の傾向がみられなかった。FEM 近似解による $\Delta a/r_0$ および $\Delta b/r_0$ 関係はデータよりやや下の値を示しているが、その変化の傾向はよく似ている。

次に加工硬化材料のだ円孔の平均半径 R は次の近似式で定量され、

$$R = R_0 \exp \left[\frac{\bar{\epsilon} \sqrt{3}}{2(1-n)} \sinh \left(\frac{\sqrt{3}(1-n)}{2} \cdot \frac{\sigma_y + \sigma_x}{\bar{\sigma}} + \frac{\epsilon_y + \epsilon_x}{2} \right) \right] \dots \dots \dots (3)$$

ここで $R = (a+b)/2$, $R_0 = (a_0+b_0)/2$

σ_y, ϵ_y : だ円孔の長軸方向の主応力および主ひずみ

σ_x, ϵ_x : だ円孔の短軸方向の主応力および主ひずみ

$\bar{\sigma}$: 相当応力

$\bar{\epsilon}$: 相当ひずみ

また偏心率 m は、次式で与えられている⁽⁵⁾。

$$m = \frac{\sigma_y - \sigma_x}{\sigma_y + \sigma_x} + \left(m_0 - \frac{\sigma_y - \sigma_x}{\sigma_y + \sigma_x} \right)$$

$$\times \exp \left[-\frac{\sqrt{3} \bar{\epsilon}}{1-n} \sinh \left(\frac{\sqrt{3}(1-n)}{2} \cdot \frac{\sigma_y + \sigma_x}{\bar{\sigma}} \right) \right] \dots \dots \dots (4)$$

ここで $m = (a-b)/(a+b)$ で初期円孔には $m_0 = 0$ としている。

したがってこれから

$$\frac{\Delta a}{r_0} = \frac{R_0}{R} (1+m) - 1 \dots \dots \dots (5)$$

$$\frac{\Delta b}{r_0} = \frac{R_0}{R} (1-m) - 1 \dots \dots \dots (6)$$

なる関係で両比の近似解が得られる。6-4 黄銅の一円孔付き試片の単軸引張試験の場合、微小弾性ひずみ後すぐ塑性変形がはじまり、 ϵ_{puz} とともに応力も降伏開始応力の約 2 倍近くまで増加して破断する。したがって単軸引張条件 ($\sigma_x = \sigma_z = 0$) で $\sigma_y/\bar{\sigma} = \sigma_1/\bar{\sigma} = 1.0 \sim 2.0$, $n = 0.43$ および 0.25 を仮定して式(5)および式(6)による関係を各々実線 ($n = 0.43$) および点線 ($n = 0.25$) で図示した。なおここで σ_1 および σ_2 は引張方向およびそれに垂直方向の主応力とする。 $\Delta a/r_0$ 値および $\Delta b/r_0$ 値とも、実験値の成長・収縮傾向をよく表現している。

種々な加工を受けて製造された材料には当初からボイドを生成している事実⁽¹⁴⁾⁽¹⁵⁾も報告されており当然塑性不安定現象以前にボイドが生成されることも考えられる。これら変形初期から含まれているボイドは塑性変形の進行とともに成長し、大きくなって連結するものから個々のままでき裂発生に至るものまで、種々含まれているのであろう。次に予ひずみがボイドの成長速度・き裂発生条件に及ぼす影響を認べるため、予ひずみ零で円孔を導入した試片の破断ひずみ ϵ_f の 0.2, 0.4, 0.6, 0.8 まで軸方向引張塑性変形を加えた材料に一円孔を導入して、同様な実験を行った。図 6 は、6-4 黄銅の 1 mm 厚試片の結果である。短軸は変化量が小さいので明確な差は表せないが、長軸は顕著

図 5 長短軸方向相対変位量の塑性ひずみによる変化 (軸方向引張予ひずみ零の場合)

図 6 長短軸方向相対変位量の塑性ひずみによる変化 (軸方向引張予ひずみの影響)

な差を示している。円孔は当然近似だ円形状に成長し、き裂を発生するが円孔を導入した $\varepsilon_{puz}/\varepsilon_f$ 値が大きくなるほど、円孔成長速度 $d(\Delta a/r_0)/d\varepsilon_{puz}$ は大きくなっている。曲線はき裂発生点で、やはり急上昇しておりその成長率 $(\Delta a/r_0)$ および破断までのひずみ増量 $(\Delta\varepsilon_{puz})_f$ ともに小さくなっている。なお各曲線のごく初期の立上り現象は、円孔導入加工により影響を受ける比較的薄い加工変質層に引張予ひずみと加工ひずみ（負の値と仮定）による効果（降伏応力が大きいほど、加工変質層が深くなる⁽¹⁵⁾）とその後の引張変形ひずみによる効果が現れているためではないかと考えられる。また、引張予ひずみを与えれば、試片全域が塑性変形を受けひずみ硬化を起こしその後の変形での硬化度合も小さくなる。いま降伏値が大きくなり、加工硬化指数が小さくなる場合の FEM 近似解〔後述の図 11 の例えば A 点（降伏値 24.6 MPa, $n=0.51$ ）と B 点（同様に 174.4 MPa, 0.43）やそのほかここには示していないが単なる両仮定値の組合せによる FEM の結果も同じ傾向を与えている〕をみても円孔成長速度 $d(a/b)/d\varepsilon_{puz}$ が大きくなっていることがわかる。すなわち主たる変形域の降伏値が大きくなり、以後の加工硬化が小さくなることで成長速度を早めているのである。なお図 6 には $\varepsilon_{puz}=0$ で円孔を導入した結果も

比較のため記入した。

図 7 は円孔の成長を近似だ円の長・短軸比 a/b により表したものである。図には種々の 6-4 黄銅薄板材の結果を示してあるが、ほとんど 1 本の直線関係で表示されている。試片形状による a 軸の変形の大きいものは、当然 b 軸の変形も大きいのでこのような直線関係となっている。3 mm 厚、20 mm 幅の FEM による近似解も一点鎖線で示したが、同様の傾向を示している。前図と同様に近似解 a 値、 b 値

$$a = \left(\frac{R}{R_0} \right) (1+m) r_0 \quad \cdots \cdots (7)$$

$$b = \left(\frac{R}{R_0} \right) (1-m) r_0 \quad \cdots \cdots (8)$$

による比

$$\frac{a}{b} = \left(\frac{1+m}{1-m} \right) \quad \cdots \cdots (9)$$

により、単軸引張り $\sigma_x = \sigma_z = 0$ の条件で $\sigma_y/\bar{\sigma} = \sigma_1/\bar{\sigma} = 1.0$ から 2.0 まで加工硬化指数 $n=0.43$ および 0.25 を仮定して各々実線および点線で描いた。実験データは塑性ひずみの増加とともに増加し、 $\sigma_y/\bar{\sigma} = \sigma_1/\bar{\sigma} = 1.9$ の曲線とわりあいよく一致している。また加工硬化指数が $n=0.43$ より $n=0.25$ と減少するほうが a/b 値はやや大きくなっている。予ひずみのある場合の 6-4 黄銅 1 mm 厚試片の a/b 値の実験結果を図 8 に示した。図 6 と同様に $\varepsilon_{puz}/\varepsilon_f$ 値が大きくなるほど成長速度 $d(a/b)/d\varepsilon_{puz}$ も大きくなり、最大ひずみ点でき裂を生じる点 $(a/b)_{\text{critical}}$ 値は小さくなっている。すなわちよりはやい塑性変形過程で導入した円孔のほうがより大きく成長することになる。また図 8 の各曲線の立上り点の現象は、図 6 でことわったような理由によるものと考えられる。

3.3 変形円孔包囲面積比の変化 次に円孔の成長とともにそれが内包する面積変化を 6-4 黄銅の種々の試片について求めた結果を図 9 に示した。塑性ひず

図 7 長短軸比の塑性ひずみによる変化
(軸方向引張予ひずみ零の場合)

図 8 長短軸比の塑性ひずみによる変化
(軸方向引張予ひずみの影響)

図 9 一円孔が包囲する面積比の塑性ひずみによる変化
(軸方向引張予ひずみ零の場合)

みの増加とともにほとんど直線的に増加し、破断が生じる点近傍から急上昇している。 a, b 値の個々の変化のみならず、面積も ε_{puz} とともにほとんど直線的に変化するようにみえるのは、塑性ひずみが小さいためであろう。なおこの面積は、円孔写真を拡大し面積計により測定したので当然測定誤差も含まれていると考えられる。FEM による近似解の結果もやはり、拡大円孔を描いてから面積計により求めて記入した。測定値と少し異なる傾向を示しているのは、前記測定の誤差にプロッタの補間関数によるものも含まれているのであろう。一方近似解による a 値(式(7)) b 値(式(8))より

$$A = \pi \cdot a \cdot b$$

で面積比を求めると

$$\frac{A}{A_0} = \left(\frac{R}{R_0}\right)^2 (1 - m^2) \dots\dots\dots (10)$$

となり、加工硬化指数 ($n=0.43$ および 0.25) および引張応力比 ($\sigma_x = \sigma_z = 0$ で $\sigma_y/\bar{\sigma} = \sigma_1/\bar{\sigma} = 1.0$ から 2.0 まで) を変えて求めた結果を実線および点線で示した。実験データは、 $\varepsilon_{puz} = 0$ で $A/A_0 = 1.0$ から増加しはじめ $\sigma_y/\bar{\sigma} = \sigma_1/\bar{\sigma} = 1.9$ 近傍の曲線に近づいている。近似解は負荷ひずみや応力が大きくなるにつれて $\bar{\sigma}$ とともに曲線的に増加することが明らかであるが、ここではそれが現れる前に破断している。面積増加率では、個々の円孔がき裂発生をしないで約 50 % 前後まで成長し得ることになる。もしポイド (a, b, c 軸をもつ) の一軸引張下で同様な変形を考え、第三軸すなわち c 軸も b 軸と同様に塑性ひずみとともに変形すると仮定すると、その体積変化率は単純には $V/V_0 \approx 1.28$ となり、き裂発生せずに約 28 % の体積増加を伴いうる計算になる。同様な関係を予ひずみを与えた後の 6-4 黄銅 1 mm 厚板材について図 10 に示した。 $\Delta a/r_0, \Delta b/r_0$ および a/b 値の変化と同様、予ひずみを多く受けているほど $d(A/A_0)/d\varepsilon_{puz}$ 値は大きくなり曲

線は破断直前に急上昇している。き裂発生に至る面積増加率、すなわち近似直線からずれる点は予ひずみが大きいほど小さくなっている。また横軸のき裂発生までのひずみ増量 $(\Delta\varepsilon_{puz})_f$ は例えば $\varepsilon_{puz}/\varepsilon_f = 0$ の試片に対する $(\Delta\varepsilon_{puz})_f \approx 0.14$ に対し $\varepsilon_{puz}/\varepsilon_f = 0.8$ のものは $(\Delta\varepsilon_{puz})_f \approx 0.03$ と約 4 分の 1 に減少する。

3.4 円孔成長速度と加工硬化指数 以上 6-4 黄銅の種々の試片によるデータを主に紹介した。ここでほかの加工硬化指数の異なるすず・鉛合金、純アルミ、純銅、ステンレス鋼などの金属材料薄板の同様な試験結果より得たものを含めて一円孔成長速度 $d(a/b)/d\varepsilon_{puz}$ を加工硬化指数 n の関数として図 11 に示した。材料の違いは、加工硬化指数の異なる値をうるためである。またほとんどの材料については、板幅と円孔直径の比を 2 種類すなわち $W_0/2r_0 = 6.3$ および 10.0 のデータを示した。図は同一材料で結晶粒径の違いにより加工硬化指数の異なる値を得たものも含んでいる。加工硬化指数が小さくなるに従って $d(a/b)/d\varepsilon_{puz}$ 値は曲線的に増加し、一円孔成長速度は加工硬化指数が小さいほど大きくなる。また板幅と円孔直径の比の小さいほうは、その成長速度が大きい。なお参考までに用いたゴム材はゴム状弾性を示し、引張試験では応力・ひずみ曲線がほとんど直線的に近いものを得ており、図のデータ点はこの曲線から金属材料とすべて同じ手順で求めた値を示している。図中実験関係を回帰した曲線は次のとおりである。

$$\frac{d(a/b)}{d\varepsilon_{puz}} = S \cdot (n^{x_1} + 1)^{x_2} \dots\dots\dots (11)$$

ここで

$W_0/2r_0 = 6.3$ では $x_1 = 0.793, x_2 = -2.96,$

$S = 24.5 ;$

$W_0/2r_0 = 10.0$ では $x_1 = 1.24, x_2 = -1.84,$

$S = 11.7$

なおいくつかの試片の FEM による近似解を求めた結果も同図に示した。また $n = 0.38$ では $W_0/2r_0$ を

図 10 一円孔が包囲する面積比の塑性ひずみによる変化 (軸方向引張予ひずみの影響)

図 11 一円孔成長速度と加工硬化指数の関係

4.0 および 20.0 の場合も算出してみた。FEM の結果も $W_0/2r_0$ 値が小さいほど、また n 値が小さいほど、円孔成長速度が大きいことを示している。

3・5 損傷率および破断ひずみと負荷応力比 次に加工硬化材の近似解で、二次元の円孔の拡がりを考えまたこれまで述べてきたように円孔がある程度まで成長して後は、最大ひずみ集中部にき裂発生を伴いながらさらに成長を続けるとして、この解を適用すると破断の条件は

$$F_{zx}^* = \left(\frac{r}{W} \right) / \left(\frac{r_0}{W_0} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{W_0}{r_0} \quad \dots\dots\dots (12)$$

で与えられ、その引張応力 σ_y および σ_x (ここでは $\sigma_y = \sigma_1$, $\sigma_x = \sigma_2$) 下における塑性ひずみによる損傷率⁽⁵⁾ ($\eta_{zx} = \ln F_{zx} / \ln F_{zx}^*$) は、

$$\frac{d\eta_{zx}}{d\bar{\epsilon}} = \frac{1}{\ln(F_{zx}^*)} \left[\frac{\sqrt{3}}{2(1-n)} \sinh\left(\frac{\sqrt{3}(1-n)}{2} \times \frac{\sigma_y + \sigma_x}{\bar{\sigma}}\right) + \frac{3}{4} \frac{\sigma_y - \sigma_x}{\bar{\sigma}} \right] \quad \dots\dots\dots (13)$$

で与えられている。また破断ひずみ⁽⁵⁾も

$$\bar{\epsilon}_f = \frac{\ln(F_{zx}^*)}{\frac{\sqrt{3}}{2(1-n)} \sinh\left(\frac{\sqrt{3}(1-n)}{2} \cdot \frac{\sigma_y + \sigma_x}{\bar{\sigma}}\right) + \frac{3}{4} \frac{\sigma_y - \sigma_x}{\bar{\sigma}}} \quad \dots\dots\dots (14)$$

図 12 損傷率の負荷応力比による変化

で与えられている。式(13)を $W_0/2r_0=6.3$ および 10.0 について加工硬化指数 n を変えてその変化傾向を表したのが図 12 である。負荷応力比(この場合 $\sigma_x = \sigma_2 = 0$ で $\sigma_y = \sigma_1$ だけ変化させた)が増加するにつれて損傷率が大きくなる。また $W_0/2r_0$ 値が小さいほど損傷率が大きくなる傾向もこれまでの実験や FEM の結果とよく似た傾向を示している。なお図 11 に示した FEM 近似解の $W_0/2r_0$ 値変化すなわち $W_0/2r_0=4.0$ および 20.0 についても参考までに損傷率を求め図示した。次に式(13)によるき裂発生に至るひずみと負荷応力比の関係を図 13 に示した。すなわち損傷率が大きいほど $\bar{\epsilon}_f$ 値は小さいことを示している。いずれの関係も実験や FEM の傾向を定性的であるがよく表している。

3・6 単独ボイド成長形状 以上実用材料の円孔成長・き裂発生モデル実験では一円孔の安定(き裂を発生しない)成長は約 $\epsilon_{puz} \approx 12 \sim 15\%$ くらいまででそれ以後は最大ひずみ集中域でき裂を発生し、き裂の成長を伴って円孔の成長は加速される。ここでは二次元モデル実験によるのが容易なため板材試片を使ったが、実際のボイドの成長・連結は、三次元の固体中の事象で、引張応力の三軸成分が大きくなるほど、もろくなるなどいろいろな因子も影響し、事実三軸応力に

図 13 破断ひずみの負荷応力比による変化

(a) 単独ボイド
(6-4 黄銅)

(b) 二単独ボイド
(純銅)

(c) 一円孔 (6-4 黄銅)
 $\epsilon_{puz}/\epsilon_f = 0$

(d) 一円孔 (6-4 黄銅)
 $\epsilon_{puz}/\epsilon_f \approx 0.8$

図 14 単独ボイドおよび一円孔の成長形状とき裂発生例

関してはき裂先端で約 $\sigma_y/\bar{\sigma}=3.0$ および $\sigma_x/\bar{\sigma}=2.4$ の大きな値までの計算例も報告されている⁽⁵⁾。

実際の延性破断試片では、大なるポイドから非常に小さいものまでさまざまな大きさや形状のものが観察される。より大きく成長して破断しているものは、より大きな欠陥から発生したものかより小さい予ひずみで発生して成長したものであろう。またより小さなポイドはその逆であろうことも予測される。なお延性破断は普通近接ポイドの合体で破断するが、延性破断が進行しない面（すなわち直接破断に関与しない面）には、ここで検討したように一ポイドが単独に変形してき裂発生に近い状態のものも観察される事実を6-4 黄銅(a)および純銅(b)について図14に示した。また同図(c), (d)には、一円孔が突出を伴ってき裂を生じる巨視的な例も6-4 黄銅の予ひずみが各々零および $\varepsilon_{puz}/\varepsilon_f=0.8$ について示した。

ここでは垂直応力による一円孔成長・き裂生成過程の定量だけを試みたが、当然せん断応力によるものや層状流れによる場合などもある。そのうち、せん断応力によるものについては近接二円孔配列の成長・連結過程で検討し報告した⁽¹⁸⁾。

4. 結 言

加工硬化材における延性破断機構で、一ポイドの成長速度、安定成長限界およびき裂発生により急成長する様子などを定量的に把握するため二次元的な巨視的モデル実験をするとともにFEMによる近似定量およびMcClintockの近似解による検討をして次の結言を得た。

円孔の成長は既知のごとく近似だ円形に成長するがその長・短軸長さで表現しただ円弧からの偏りは、長軸から30°前後のところで最大誤差(6-4 黄銅では6%)を示し、その大きさおよび角度は塑性ひずみおよび加工硬化指数により異なる。近似だ円の長・短軸方向への成長($\Delta a/r_0$ 値)および収縮($\Delta b/r_0$ 値)は、塑性ひずみとともにほとんど直線的に大きくなり、最大ひずみ集中部でき裂発生に至るところで両値とも直線性からずれ中でも $\Delta a/r_0$ 値はそれが顕著に現れるためき裂発生点の目安ともなる。一方 $\Delta b/r_0$ 値は小さくまた絶対値 $|\Delta b/r_0|$ が増して後減少、すなわち円孔周辺部の収縮により少々の突出を生じる。また材料の加工硬化指数が小さくなるほど $\Delta a/r_0$, $-\Delta b/r_0$ 値ともに大きくなる。円孔の成長がき裂発生を伴わない間、これらの関係は塑性ひずみの直線関係で表示されるので当然 a/b 値も直線関係で表示され、 a/b 値は一定の試片幅と円孔直径の比 $W_0/2r_0$ に対してはほとんど直

線で表示される。したがってその塑性ひずみに対する変化率 $d(a/b)/d\varepsilon_{puz}$ を円孔成長速度とすると、その値は加工硬化指数が小さくなるほど大きくなる。円孔が包囲する面積の変化率も a/b 値と同様に塑性ひずみとともに破断ひずみ近くまでほとんど直線的に増加する。引張予ひずみが大きいほど円孔の成長速度が早くなり、 $\Delta a/r_0$, $\Delta b/r_0$, a/b , A/A_0 および $(\Delta\varepsilon_{puz})_f$ 値などはすべて小さくなる。したがって延性破断試片で観察される大小さまざまな単独のポイドのうちには、これら成長量の異なるものが多く含まれていると考えられる。

平面応力条件によるFEM近似解は、 $\Delta a/r_0$, $\Delta b/r_0$ および a/b 値の実験傾向とよく一致するとともに、円孔の成長速度 $d(a/b)/d\varepsilon_{puz}$ は加工硬化指数が小さいほうが大きく試片幅と円孔径比 $W_0/2r_0$ が小さいほど成長速度が大きいことを示している。

加工硬化材料に対する近似解より算出した $\Delta a/r_0$, $\Delta b/r_0$, a/b および A/A_0 値の相当ひずみによる変化は、実験値とよく似た傾向を示している。単純化した延性破断基準による損傷率は、試片幅と孔径比 $W_0/2r_0$ が小さいほどおよび加工硬化指数が小さいほど、負荷応力とともに大きくなり、破断ひずみは当然のことながらその逆の関係を示す。それらの傾向はこれまで示した実験データやFEMの近似解による傾向とよく一致している。

文 献

- (1) Edelson, B. I., *Trans. Am. Soc. Met.*, **56** (1963), 83.
- (2) Beachem, C. D., *Trans. Am. Soc. Met.*, **50** (1963), 318.
- (3) Gurland, J. and Plateau, J., *Trans. Am. Soc. Met.*, **56** (1963), 442.
- (4) Thomason, P. F., *J. Inst. Met.*, **96** (1968), 360.
- (5) McClintock, F. A., *Trans. ASME, J. Appl. Mech.*, **35** (1968), 363.
- (6) Miller, L. E. and Smith, G. C., *J. Iron Steel Inst.*, **208** (1970), 998.
- (7) Dieter, G. E., *Mechanical Metallurgy*, (1981), 280 McGraw-Hill.
- (8) 大矢根, 機誌, 75-639 (昭47), 596.
- (9) 小坂田・ほか2名, 機論, 43-368 (昭52), 1251.
- (10) 瀧本・ほか2名, 機講論, No. 817-1 (昭56-10), 28.
- (11) 山田, 塑性・粘弾性, (昭55), 1, 培風館.
- (12) 山田・横内, 有限要素法による弾塑性解析プログラミング, (昭55), 培風館.
- (13) 瀧本・藤原, 機講論, No. 837-2 (昭58-10), 378.
- (14) 藤村・ほか3名, 塑性と加工, 19-213 (昭53), 856.
- (15) 友田・かしよ, 日本材料強度学会誌, 14-2 (昭54), 65.
- (16) 臼井, 切削・研削加工学, 切削加工, 上, (昭46), 206, 共立出版.
- (17) 文献(7)の279ページ.
- (18) 瀧本・ほか2名, 機講論, No. 835-1 (昭58-3), 59.

討 論

〔質問〕 坂 根 政 男〔立命館大学理工学部〕

ボイドの変形についての興味深い研究と思う。以下の点についてご教示願いたい。

(1) 図 11 で円孔の成長速度と加工硬化指数についての興味深い結果が得られているが、ボイドの成長速度と破断延性との関連についてご教示いただきたい。ボイドの成長速度の低いものは破断延性が小さいと考えてよろしいのか。

(2) 本論文では一円孔のみの場合を取扱っておられるが、実際の材料では多数のボイドが発生すると思われる。本稿の結果が多数ボイドの場合にも適用可能かどうかボイド間の相互作用の点などからご教示いただきたい。

(3) 論文中でも触れられているが、三次元でのボイド変形挙動は二次元のそれと大きく変わるとお考えか。三次元解析は一般には困難であるので、二次元解析で代用できる可能性についてご教示いただきたい。

〔回答〕 (1) 図 11 はボイドの成長速度 $d(a/b)/d\varepsilon_{puz}$ の大きさを加工硬化指数 n によって表現したものである。この値は図 12 に示した損傷率の理論解、 $d\eta_{xx}/d\varepsilon$ [ここで $\eta_{xx} = \ln F_{xx}/\ln F'_{xx}$ であり、相対成長因子は $F_{xx} = (r/W)/(r_0/W_0)$ で与えられる]、に類するものである。いずれの値も n 値の小さいほうが大きくなる傾向を示している。ここでは一ボイドの変形形状や成長速度に主眼をおいているので破断延性についての詳しいことはわからないが、ボイドの成長速度が大きいのはボイド周辺材料の塑性変形量が大きいためである。一般に n 値の小さいほど、塑性ひずみ集中が大きい事実とも合致する。したがって成長速度の大きいほど塑性ひずみ集中が大きく試片全体として

は、破断延性が小さくなるものと考えられる。図 13 の理論解でも、顕著ではないが、 n 値が小さいと破断ひずみが小さくなる傾向がみられる。

(2) 上述のごとく、この報告では一円孔変形形状や成長速度を正確に把握し一ボイド成長過程等を解明してみた。ご指摘のように材料の塑性変形量が大きくなるにつれ多数のボイドが発生し、主としてそれらの相互作用が延性破断を支配している。これらのうち近接二ボイド間の相互作用に関して二次元モデル解を現在求めている。この場合さらに近接二円孔相対間隔(円孔半径を含む)および近接二円孔配列角度(引張軸との角)の二因子が強く影響するので、この結果を単純に、適用することはむずかしいようである。円孔変形形状はこれら二因子により突出および凹みを伴った変形だ円孔(少しの回転を含む)に成長し非常に複雑になる。しかし、これら二円孔変形挙動の解明はやはりだ円形状や一円孔変形挙動を基本とするのが適切と考えている。また n 値が小さくなるほど、変形形状が大きくなり、破断ひずみが小さくなる傾向も前述のとおりに思う。

(3) 著者らは実際の試片破断面近傍より単独ボイドおよび近接二ボイドの変形形状例や後者の連結例等を比較的多数観察している。実際に観察されるこれらの変形挙動は基本的に二次元および三次元の変形拘束に依存しているのであろうが、いずれも二次元モデル解に比較的良好な形状等を呈している。したがって二次元モデル解でもわりあいよい近似ができるものと考えている。なお破断面近傍の層状流動によるボイド変形形状等はさらに複雑になるためここには含めていない。