長方形平板内を伝ばする弾性波の板端衝撃による実験解析*

大 好 直**, 三 浦 公 久**

Experimental Analysis of Elastic Wave Propagation in a Rectangular Plate by Longitudinal End-Impact

by Tadashi OHYOSHI and Kimihisa MIURA

Interpretation of each contribution of a propagating elastic pulse is described in relation to the time record waveform. The experiment of mechanical impact with a tiny hard plastic ball on the end of rectangular plate was conducted to get the waveforms. The waveform shows good coincidence between the pulse locations and the calculated arrival times. Identification of each propagating path in a plate is made with recorded waveforms, and so does estimation of the arrival times to be taken to travel along the path with energy propagation velocity. Some of the remarkable features of pulse propagations are also described. In long time records, the waveforms are mainly composed of the edge modes emanating from each corner of the plate. The contributions of the reflected flexural waves, as well as those of edge waves, can be clearly detected in the real waveform records.

Key Words: Solid Mechanics, Wave Propagation, Shock, Experimental Analysis, Longitudinal Impact, Ray Path, Rectangular Aluminum Plate, Arrival Time, Edge Wave

1. 緒 言

機械材料の信頼性を評価する一つの手立てとして超音波による非破壊検査がある。この場合に探触子などによる走査をいかに少なくするか、あるいは全くせずに行えないか、という能率向上の問題に対し、散乱波の周波数解析とともにインパルス入力による時間応答の解析も有力である⁽¹⁾。その際、過渡応答波の受信によつて的確な情報を得るためには、第1段階として、欠陥のない材料を伝ばする衝撃波の様相を詳細に把握するなど、多くの知見の蓄積を計ることが重要となろう。そこで本実験の目的として、損傷のない長方形平板内における衝撃波伝ばの状態を実測波形に基づいて検討し、時間応答波形の構成内容を明らかにする。

板材を弾性導波体として見れば、衝撃点から板厚の数十倍と十分離れた場所における応答は、板の表裏両面による数多くの繰返し反射のため、モード形態に十分発達しており、数次のみのモード重ね合せによつても比較的よく表現できる⁽²⁾。そして、波動の分散関係から、低次モードほど、あるいは群速度の停留する周

波数成分であるほど応答は大きい⁽³⁾。また特に、板の縁に沿って伝わるエッジモード波には数多くのモード分岐があるが、その最低次分岐が応答を支配すると考えられる。この波は、まさに波動エネルギーのほぼ67%を担って半無限体表面を伝ばするレーレー波⁽⁴⁾に酷似し、有限な境界によって囲まれた長方形板の過渡応答

図 1 実験システム

* 昭和 61 年 3 月 14 日 東海支部第 35 期総会講演会において講演, 原稿受付 昭和 60 年 7 月 11 日.

** 正員, 秋田大学鉱山学部 (〒010 秋田市手形町 1).

現象を説明するうえで非常に重要である。

本報では、前述のエッジ波の性質を考慮し、伝ば経路である波線に基づいて衝撃波の伝ば様相と実測波の解釈を試みる。その結果、注目できる点として、板波やせん断波の板端による反射波や、長方形板の周囲を回るエッジ波のほかに、長方形平板のコーナを波源として生ずる比較的大きな寄与も実際に記録されることなどを示す。

2. 実験手法

長方形平板の端面に微小球を機械的に打ち当てて得られる過渡応答波形の構成内容を調べる。このための実験システムを、図1に示すように衝撃球発射ガラス管①、被衝撃板②、波形検出子③、ウェーブフォームレコーダ④、オシロスコープ⑤、XYプロッタ⑥で構成した。主な構成要素を具体的に説明すれば以下のようになる。

被衝撃板は形状寸法が2000 mm×1002 mm×5 mmの長方形アルミニウム合金板(A5052P-H34)を用いた。衝撃球は2 mm径の硬質プラスチックで、空気圧によりガラス管から射出される。発射ガラス管は内径4 mmであり、先端を熱加工して、やや細くしてある。検出子は圧電効果によるセンサで数MHz域(中央周波数2 MHz)で比較的広帯域に対応できるものを選び、端面の検出点にセロテープを張り、その上へ瞬間接着剤で垂直に取付けた。その出力はウェーブフォームレコーダ(HP-5180A)へ直接入力される。ウェーブフォームレコーダは50 nsサンプリングレート、10 bit分解能、16 KB語長のものである。デジタルで記録された波形はオシロスコープでモニタされXYプロッタに出される。平板の端面の打撃点と検出点の位置は、それぞれの実験で波形に特色の現れる代表的な状態を選定した。すなわち、共に長辺上にとって対向配置にした場合、ともに短辺上にとって対向配置にした場合、互いに隣接する辺上にした場合、そしてともに同一辺上にした場合である。そこで、各々の場合の実験を便宜上実験I、実験I'、実験II、実験IIIと呼ぶことにする。

3. 実測波形の解釈

3.1 波動伝ば速度 時間応答の実測波形から波の速度を求めるのは非常に注意を払う必要がある。波形のどの位置をとって求めるかにより、値が微妙に異なってくるためである。そこで本報では波形解析を行う際の要件として、次を考えた。

(a) 到来波形がめいりょうである。

(b) 波の伝ばモードおよび経路が特定できる。

(c) 速度算出は、途中で伝ばモードの変わらない波のピーク間の時間差によること。

要件(b)をさらに検討すれば、異なった打撃と検出の位置関係でも波の到来時間が不変となる状態を考えることができる。たとえば、2チャンネル検出子間の距離が一定ならば、打撃位置によらずエッジ波の到来時間差は不変であり、また対向位置関係を保つ実験Iもしくは実験I'では、幾何学的対称軸からの平行移動距離によらず、隣接辺の端面で偶数回反射する波は、到来時間が不変になる。このような点を配慮して波の種類を推定し、それぞれの伝ば速度を求めた。さらに、被衝撃体の形状が異なるものに対して推算した到来時間が、その実測波形の位置と合致し矛盾のないことを確かめた。

まず始めに、被衝撃板の材料特性によって決まる板波速度 C_{PL} とエッジモード波速度 C_E の測定を行った。それぞれは、弾性単層内を伝わる波と板縁に沿って伝わるエッジ波の、最低次対称モードにおけるエネルギー速度である。板波速度 C_{PL} は実験Iの長辺打撃によって生ずる板波が、対向辺上の検出子に最初に検知されてから、さらに板を往復する時間を計測して求めた。往復伝ば距離が2004 mmであり、0.05 μ sサンプリングによる測定データの平均経過時間が368.9 μ sとなったので C_{PL} の値として5.43 km/sを得た。

次に C_E は、実験IIIの同一辺上に検出子を二つ配置して2チャンネル測定し到来波のピーク間の時間差から求めた。本来、 C_E は分散性を検討しなければならないが、便宜上、 C_{PL} と同様に応答を支配する最低次モードの低周波数に対応したものと仮定した。検出子間

表1 理論計算による波の到来時間差

(Units, μ sec)

Exp. I	Exp. I'	Exp. II	Exp. III
		Sensor A	
P 0	P 0	P 0	P 0
PP 227	PP 44	A 94	S 109
PPP 337	PS 145	S 97	E 132
PE 425	SP 145	EE 219	PP 250
SS 533	PPP 153	SP 232	PS 394
AE 613	PE 186	EEE 569	SP 394
	PPE 267		PPE 512
	PSP 323		EE 551
	SPS 323		SPE 669
	SS 349		AAA 749
	AE 460	Sensor B	SPE 868
	AAA 528	P 0	PEE 906
	EEE 680	SP 183	EEE 970
	PPP 737	S 216	SSE 1012
		PS 273	AEE 1061
		AA 381	AAAE 1102
		EE 407	EEEE 1251
		PSE 531	SSEE 1305
			SEEE 1485

の距離を種々変えて得たデータによる C_E の平均値は 2.86 km/s となった。以上の結果より、それぞれの波速の関係式

$$C_{PL} = [2/(1-\nu)]^{1/2} C_T \dots\dots\dots (1)$$

$$C_E = [(0.862 + 2.002\nu)/(1+2\nu)] C_T \dots\dots\dots (2)$$

$$C_{A1} = (0.09\nu^2 - 0.176\nu + 1.0373)^{-1} C_T \dots\dots\dots (3)$$

を用いて計算すればポアソン比 ν は 0.34, せん断波速度 C_T は 3.12 km/s, 最低次反対称モード波のエネルギー到来速度 C_{A1} は 3.16 km/s となる。なお、式(2)はレーレー波速度の平面応力補正による数値結果から、そして式(3)は文献(5)の図3の A1 曲線から求まり、いずれもポアソン比 ν に関する簡単な有理関数近似によって得たものである。

3.2 波線と伝ば時間の計算 自由端による反射現象はそれぞれの波速が与えられれば、スローネス線図を用いて容易に反射角が求められるので、波線は原則として打撃点から検出点まで極小時間となるように決められる。また、伝ばモード変換する時は極小時間のほかに幾何学的配慮もした。しかし、全反射の結果としてエッジ波に変換された波動エネルギーの一部が再び体積波に変換されることはあっても、それによる波線はここでは考えない。このようにしてそれぞれの実験に対して可能となる波線のうち主なものを図2に説明的に示した。各モードの波速が与えられているのでこれらの波線を経由する波の到来時間が求まる。そこ

で最初に到来する板波を検知してからの時間差を計算して表1に整理した。記号 P, A, S, E のそれぞれは板波、一次反対称モード波、せん断波、エッジ波であることを示し、波線の途中で反射するたびに記号を重ねて表現した。対応する各々の波の計算に基づく到来位置を実測波形の図3に記入すればその位置が非常によく一致している。

3.3 対向配置による検出波形 図3(a)は対向する長辺のそれぞれの中央位置に打撃点と検出点をとった実験Iによる観測波形である。したがって打撃点と検出点を結ぶ線が板の対称線となり、他の二つの短辺からの反射波による寄与が等しくなるので波形はあまり複雑にはならず比較的わかりやすい。この図3(a)に示されている全波形の測定時間は 819 μ s である。P と PPP との時間差は板を二度横断するに要する時間となる。P と PPP 間の波形は、波動分散性のために低周波成分から高周波成分の応答に移行してゆく様子をよく示している。PE と AE は打撃点から検出子側のコーナに直接到達した波がエッジ波として反射する波を検出したもので大きな応答になっている。これらに対応する波線は図2(a)のとおりである。この時間範囲では打撃点から周囲をう回してくるエッジ波はまだ観測されない。

(a) 実験 I

(a') 実験 I'

(b) 実験 II

(c) 実験 III

図2 打撃点と検出子の配置と主な波線

図3(a')は打撃点と検出点を対向する短い辺のそれぞれの中点にとった実験I'による波形である。顕著な応答波としてPS(またはSP)とPSP(またはSPS)とAAAとEEEが認められる。これらに対応する波線が図2(a')で、上下対称なので一方のみ示してある。実験Iもしくは実験I'の対向位置関係を保ったまま、対称線より上下に打撃点と検出点を平行移動させても、実測される波のP-PPP, P-PSP, P-AAA間距離は変わらないことが確かめられるので、伝ば距離が等しくなり、上辺と下辺で反射する波であることが裏付けられる。

PSP(またはSPS)とAAAの応答は非常に大きい。これは対称関係により二つおりの波線が存在し、それぞれによる寄与の合成として増幅されるためである。同様に図3(a')のエッジ波EEEは右回りも左回りも同時に到来し、その応答はさらに大きい。

3.4 非対向辺上の検出波形 図3(b)は実験IIによるもので対応する波線を図2(b)に示す。検出子Aは打撃側のコーナより500mmに、検出子Bは対

向側のコーナより500mmの距離にあり打撃点は短辺上の中点である。それぞれの検出子に至る最後の波線の左右方向によって区別し、波の種類を示す記号を上下に振り分けた。

上側の波形が検出子Aによるものである。検出子は打撃点に対して45°方向にあるのでA波、S波が大きく現れている。そしてEEは、コーナを回って到来したエッジ波である。そこでこれらの大きな寄与を説明するために端衝撃によるひずみエネルギー密度分布を理論計算によってグラフィック表示すれば、図4のようになる。これは打撃点から検出子までの距離が板厚に比べて十分に大きいという仮定のもとに標準的なカグニャード法⁽⁶⁾⁽⁷⁾を適用し、あらためて詳細に計算したもので、この立体図の高さはエネルギー密度のデシベル尺度で与えてある。等高線間隔は2dBである。その図は打撃点を通り板端面に垂直な中心線に関して対称になるので左半分のみ示してある。図4より明らかなようにエッジ波によるものと、ほぼ45°方向のせん断波による波動が大きなエネルギーをもっている。特にエッ

(a) 実験Iの長辺打撃による対向辺上の応答記録(時間軸81.9 μs/div)

(a') 実験I'の短辺打撃による対向辺上の応答記録(時間軸81.9 μs/div)

図3 時間応答の実測波形と計算による波線の到来位置(その1)

ジ波によって搬送されるエネルギーが大きい。

下側の波形は検出子 B によるもので AA 波が大きく現れている。これはちょうど、検出子 A の方向から到来している A 波の寄与である。PS と SP では到来時間が異なりそして、コーナに体積波が到来することによって新たに発生する E 波（たとえば SPE）も確認できる。

図 3 (c) は打撃点と検出点を同一長辺上に配置した実験Ⅲによるものである。この波形は、測定時間を前述の実験よりも倍にして、より多くの波の寄与を調べたものである。このときの波線を示せば図 2 (c) となる。これからも明らかなように、長方形平板の周囲を回るいくつかの E 波と AAA 波の寄与が大きい。特に時間経過が長くなれば検出子に到来する主な波はエッジモードのものであり、その波線の種類もふえてくる。このように、一度の事象（一度の打撃）でありながら数多くの波がいろいろな伝ば形態をとって到来し、複雑な応答波形を構成することがわかる。

4. 検 討

機械的な打撃による疑似インパルス入力で観測される E 波の最大振幅位置は、その主要な周波数に対する分散性のために変わることも考えられるので、周波数による測定解析とともにエネルギー伝ばの理論解析を行わなければならないが、本実験の波形説明では板波と同様、長波極限の速度で算出できる位置を示した。図 3 に示すように波形が計算値とよく合致しているのは、打撃点から十分に離れているためと思われるので被衝撃板が小さいか、もしくは厚い場合には、あらためて検討する必要があるかもしれない。

主として板面内変形を対象に考えた端面衝撃実験でも反対称モードの A 波による寄与が現れる。A 波は、ポアソン比が 0.34 の場合、S 波よりも多少速いエネルギー速度をもっているが、この波を考慮することにより実測波の様相が良く説明できる。しかも、その寄与は比較的大きい。

これまでの、実験報告は縦衝撃より横衝撃が多いが

(b) 実験Ⅱの 2 チャンネル測定による隣接辺上の応答記録（時間軸 81.9 μ s/div）

(c) 実験Ⅲの同一辺上の応答記録（時間軸 163.8 μ s/div）

図 3 時間応答の実測波形と計算による波線の到来位置（その 2）

図4 板端衝撃時のエネルギー密度分布（高さはデシベル尺度）

薄い板などでは、たわみモードが強く出すぎ、ほかの波が埋もれる可能性が大きいので、縦衝撃解析のほうが多くの情報を得るうえで適しているようである。また、検出子の周波数特性と平行して検討しなければならないが、本実験では衝撃球の径を小さくし、波が往復する時間を短くするほど各々の波の寄与を識別するうえで好適であった。仮に、 $C_L=5.8 \text{ km/s}$ とすれば、本実験で用いた球に対する往復時間は $0.69 \mu\text{s}$ である。したがって、比較的鋭い疑似インパルス入力になっているものと考えられる。

実験の再現性は非常によく細かい波形まで合うが、検出子依存性があるようであり十分な配慮が必要である。ことに、高周波域に対応できるものでないと、重要な波がそれ以前に到来した波に埋もれてしまい、この種の波形解析は困難となる。

5. 結 言

実測波の解釈を試みて、衝撃波の伝ば経路である波線を定めることができ、長方形平板の端面上にある衝撃点と測定点のいろいろな組合せでも、各モードによる波の到来時間が、詳しく計算できるようになった。すなわち、三様の実測波形（本報では実験Ⅰ、Ⅱ、Ⅲで得られた波形）のいずれにおいても理論計算によって求めたそれぞれの波の到来時間が非常によく合致している。このことは、波の種類と伝ば経路の解釈が当を

得ていることを裏付けている。

なお、波形を記録する過程で確かめられた主な点を述べれば、長方形平板のコーナから反射エッジ波が到来し、それが予期されるよりも大きく現れる。そして時間の経過とともに到来する波は、ほとんどがエッジモードに変換された状態で検出されている。

また、板厚中央の端面衝撃としておこなったが、被衝撃板の避けられない微小な初期非対称性のために面外変形の反対称モード波（ここではA波）も生じ、場所によっては、その効果が大きく現れる。

このように、衝撃入力によって材料評価などを考える場合には、一事象（一度の打撃）であっても、多くの到来波が観測できることから、被衝撃材の形状ならびに打撃検出の位置関係を十分配慮して解析をしなければならないだろう。

文 献

- (1) Tittmann, B. R., *Wave Motions*, 5 (1983), 299.
- (2) Weaver, R. L. and Pao, Y. H., *Trans. ASME J. Appl. Mech.*, 49-4 (1982), 821.
- (3) Barger, J. E., *J. Acoust. Soc. Am.*, 76-6 (1984), 1721.
- (4) Graff, K. F., *Wave Motion in Elastic Solids*, (1975), 355, Oxford Univ. Press.
- (5) 大好・三浦, 機論, 52-475, A (昭61), 677.
- (6) Eringen, A. C. and Suhubi, E. S., *Elastodynamics*, 2 (1975), 656, Academic Press.
- (7) 大好・野淵, 機論, 44-384 (昭53), 2604.

討 論

〔質問〕 小 林 道 明〔八戸工業大学〕

興味深く拝読した。以下の点につきご教示いただければ幸いである。

(1) 検出子のタイプには厚み振動タイプ、ずり振動タイプなどあると思うが貴論文で使用された検出子はどのタイプか。振動タイプの違いにより板波、エッジ波等の感度が異なると思われるがかわらないのか。

(2) 検出子の共振による振動を減衰させるためのダンパはどのようにしているのか。もしダンパを取付けていない時は検出子の共振の影響はどの程度か。

(3) 図3でp波およびppp波に続く比較的大きな波はなんの波か。ご検討結果があればお教え願いたい。

(4) 波線理論による結果と比較しておられるが貴論文で扱われている問題は例えば伝達関数をGreen関数で表現して波形解析することも可能であるような気がするが、もしご見解をお持ちであればお聞かせいただきたい。

〔回答〕 (1) 使用検出子は厚み振動タイプに属する。ご指摘のとおり波の種類により感度が異なるので、応答の強さに関しては定性的説明をしている。なお、板縁の応答は非常に大きいので主要な波はすべて確認できたと考えている。

(2) 衝撃波到来時刻を、より正確に調べるには立上りが重要なので、減衰はないほうがよく、考えていない。

(3) 形から主に分散波に特徴ある後尾波と思われる。

(4) Green関数による場合、端面の境界条件を考慮し、かつ波速の板厚モードの依存性が説明できるようにするには膨大な計算量になると思われるが、断定できない。

本研究で、伝ばしうるエッジ波の存在を確認し、有限板の衝撃応答では非常に重要な波となることを実感した。