実用機械材料の結晶粒径と加工硬化指数について*

瀧本 昭夫**, 藤原 宗良***

On the Grain-Size Dependence of the Strain-Hardening Exponent
in Engineering Materials

by Akio TAKIMOTO and Muneyoshi FUJIWARA

The grain-size dependence of the strain-hardening exponent is experimentally investigated and is expressed as a simple power function of the mean-grain size, d_m , as $n_{2.3} = A(d_m)^B$, (A, B : const.), where $n_{2.3}$ is the strain-hardening exponent obtained in the plastic strain range larger than about 4 % in engineering sheet materials of copper, 6-4 brass, aluminum and a mild steel of SS41. Substituting this relation into the equation of $\sigma_f = K\varepsilon_P^{n_{2.3}}$ (K : a function of d_m), flow stress, σ_f , of these materials can be successfully expressed as a function of plastic strain, ε_P , and the mean-grain diameter. Another equation of $\sigma_f = K'(a + \varepsilon_P)^{n'}$ where n' is the strain-hardening exponent (K', a : functions of d_m) is also applied to experimental data and their correlations with the values obtained in these equations are shown. A theoretical flow-stress equation containing a geometrically-necessary dislocation density, ρ^G , and a statistically-stored one, ρ^S is modified and it predicts the experimental grain-size dependence of strain-hardening exponent, $n_{2.3}$ in copper and 6-4 brass excellently. It is also shown that the flow-stress dependence on the mean-grain diameter and plastic strain is satisfactorily expressed by these equations with copper.

Key Words: Material Testing, Metallic Materials, Strain-hardening Exponent, Flow Stress, Grain-size Dependence, Plastic-strain Dependence, Dislocation Theory

1. 結 言

実用機械材料, 中でも結晶質材料の変形抵抗に関する研究は古くからなされており, 現在その実験的および理論的な情報はほとんど得ることができる. 結晶粒径と流動応力の Hall⁽¹⁾-Petch⁽²⁾の関係式 $\sigma_f = \sigma_i + K_y d^{-1/2}$ や塑性ひずみと流動応力の n 乗硬化則, $\sigma_f = K\varepsilon_P^n$ あるいは, $\sigma_f = K'(a + \varepsilon_P)^{n'}$ 等はよく適用されているものである. また転位論による式, 例えば $\sigma_f = \sigma_i + \alpha G b \sqrt{\rho^T}$ ⁽³⁾ や, $\sigma_f = \alpha G \sqrt{\varepsilon_P \cdot b/L}$ ⁽⁴⁾ など基本的な考え方を表すものとしてよく知られている. しかし実際の機械材料の流動応力を考える時, 結晶粒径と塑性ひずみを別々に考えることは難しく, 両因子を同時に表現できれば非常に有用である. このような関係を報告したものには例えば Thompson⁽⁵⁾によるものがあり, 流動応力と塑性ひずみおよび結晶粒径の関係をよく表現しているが, 結晶粒径と加工硬化指数の関係は数式から直接求めることができない. ここでは, 銅, 6-4 黄銅, アルミニウムおよび軟鋼(SS 41)の結晶粒

径と加工硬化指数の関係を調べそれらを簡単な関係式で適切に表現した. 同式は, もちろん結晶粒径と加工硬化指数のみならず, 従来の n 乗硬化則と組合せて係数項を適切に設定することにより流動応力の大きさも近似し得るものである. 著者らは先に約 4 % 塑性ひずみ域以上で解析したこれらの結果を主に報告⁽⁶⁾したが, ここでは $\varepsilon_P = 0$ 近傍まで表現し得る式による結果も加え, これら両者の関係を報告するとともに銅および 6-4 黄銅については Ashby⁽⁷⁾などの転位密度による検討を加えた詳しい結果も報告する.

記 号

A, A', a : 定数
 B, B', b : 定数およびバーガース・ベクトル
 C, C' : 定数
 D, D' : 定数
 d, d_m : 結晶粒径および平均結晶粒径
 E, E' : 定数
 F', H' : 定数
 G : 剛性率
 K, K', K_y : 係数
 k_1, k_2 : 定数
 K_g, x_g : 幾何学的転位密度に関する定数

* 昭和 58 年 10 月 1 日 北陸信越支部信越地方(長野)講演会において講演, 原稿受付 昭和 60 年 9 月 30 日.

** 正員, 山口大学工学部 (〒755 宇部市常盤台 2557).

*** 准員, 松下電気産業(株) (〒571 門真市松葉町 2-7).

K_s, x_s : 統計的転位密度に関する定数

L : 平均転位移動距離

m^* : 定数

$n_1, n_2, n_3, n_{2.3}, n, n'$: 加工硬化指数

$p: p=(100 \quad d_m)^{x_p}$

$q: q=(100 \quad d_m)^{x_q}$

α : 結晶粒径の大きさに無関係な係数

ε_P : 塑性ひずみ

η_1, η_2, η_3 : 各々結晶粒径の関数; $f_i(d_m)$

λ^G : 幾何学的転位すべり長さ

λ^S : 統計的転位すべり長さ

ρ^T : 全転位密度

ρ^G : 幾何学的転位密度

ρ^S : 統計的転位密度

σ_f : 流動応力

σ_i : 結晶粒径の大きさに無関係な応力

2. 実験方法

実験に用いたのは市販の工業用薄板材, 銅, 6・4 黄銅, アルミニウムおよび軟鋼(SS 41)である。軟鋼は, 1.6 mm 厚の板材, ほかの材料は 1 mm~3 mm 厚の板材である。これらの板材から JIS Z 2201, 13 号試片および平行部 20 mm×5 mm の小形試片を作成し, 熱処理を施した後, 精密研摩仕上げを行い実験に供した。この研究の目的上, 試片平行部の結晶粒径はできるだけ均一であることが要求されるためほとんどの実験には小形試片を用いた。なお実験に先がけ小形試片と JIS 標準試片(JIS Z 2201, 13 号)の変形挙動がほぼ同一であることを確認している。

各試片はひずみ取り焼鈍および粒調整焼鈍を施した。粒調整は引張予ひずみ量, 加熱焼鈍時の保持温度および時間を適宜変化させて⁽⁸⁾行った。また結晶粒径は顕微鏡写真から主として線分法により算出した。引張試験は, JIS 標準試片には大形試験機(49 KN 容量)

を, 小形試片には小形引張試験機(4.9 KN 容量)を用い, 20°C±2°C, ひずみ速度 1.38~9.54×10⁻⁴s⁻¹で行った。

3. 実験結果

3.1 n 乗硬化則の適用 銅, 6・4 黄銅, アルミニウムおよび軟鋼の小形試片および JIS 標準試片を用いて平均結晶粒径と加工硬化指数の関係を求めた。流動応力と塑性ひずみの関係を n 乗硬化則で近似する際, まず簡便な式

$$\sigma_f = K \varepsilon_P^n \quad \dots\dots\dots (1)$$

を適用した。この場合塑性ひずみを約 0~4 % 前後(n_1), 4~15 % (n_2), 15 % 以上 (n_3) に分けると, 材料の加工硬化指数は塑性ひずみの関数として正確に表現できる。しかしながらここでは実用的によく扱う大きい変形域の値を, 一平均結晶粒径値, d_m について一つの加工硬化指数値で表現するため, 塑性ひずみ約 4 % 以上の値を $n_{2.3}$ 値として近似した。4 種類の材料の平均結晶粒径と $n_{2.3}$ 値の関係を図 1 に示した。流動曲線を式(1)の関係で回帰した場合の相関係数はほとんど 0.99 以上の値を得ている。これらは主として小形試片による結果であるが, JIS 標準試片の結果も少々含まれている。なお軟鋼の場合は下降伏点に相当する応力値以降のデータより求めたものである。各材料について実線で示した曲線は, $n_{2.3}$ 値と d_m の関係を

$$n_{2.3} = A(d_m)^B, [A, B: \text{定数}] \quad \dots\dots\dots (2)$$

で回帰したものである。各材料に対する A, B 値を図中に記入した。また各曲線とも, データ点以降の部分は仮定線のため一点鎖線で示した。次に Thompson⁽⁵⁾ の $\sigma_f \cdot d^{-1/2} \cdot \varepsilon_P$ の関係図より算出した $n_{2.3}$ 値と d の関係も参考までに点線で図示した。図のごとく実験結果は d_m 値の減少と共に $n_{2.3}$ 値も減少することを示している。Thompson の結果もいずれの材料とも, 実用材料の値より少し大きい値を示しているが, $n_{2.3}$ 値は d_m 値の減少とともに明らかに減少することを表して

図 1 平均結晶粒径による加工硬化指数, $n_{2.3}$ 値の変化

図 2 平均結晶粒径の係数, K 値の関係

いる。次に K 値の d_m 値によるデータを図2に示しその関係を曲線のごとく近似した。 K 値は、小粒径域(材料によって減少しはじめる値が異なる)では減少するが平均結晶粒径が大きくなるとあまり変化しない。また、ごく微小粒径域では再び増加する傾向(Thompson⁽⁵⁾の7・3黄銅の結果の解析では)も考えられるが、ここでは簡単に単調減少過程を仮定した。

3・2 n' 乗硬化則の適用 次に同じデータを次式で回帰した。

$$\sigma_f = K'(a + \varepsilon_p)^{n'} \quad \dots\dots\dots (3)$$

この場合、流動応力は $\varepsilon_p = 0$ 以降すべてのひずみ域について n', K' および a の各値でよく近似できる。したがって $\varepsilon_p = 0$ での流動応力は $\sigma_f = K'a^{n'}$ となり、これが降伏開始点応力に相当する。図3は n' と d_m 値の関係である。なお、軟鋼の場合は、上・下降伏点を示すこともありこの近似はしていない。平均結晶粒径の減少とともに n' 値は、やはり曲線を描いて減少することが明白である。実線は

$$n' = A'(d_m)^{B'}, [A', B': \text{定数}] \quad \dots\dots\dots (4)$$

で回帰した関係である。各材料の A', B' 値は図中に記入した。また、各曲線ともデータ点以降の部分は一点鎖線で示した。図1と同様に Thompson の結果より求めたものを図中に点線で示した。彼の値はやはりここで用いた実用材料の値よりも大きい。 d_m 値の減少

図3 平均結晶粒径による加工硬化指数, n' 値の変化

図4 平均結晶粒径と係数, K' 値の関係

とともに n' 値は急こう配を描き減少する傾向は同じである。 K' 値と d_m 値の実験データおよび近似曲線を図4に示した。 K' 値は図2の K 値同様小粒径域で減少し特定結晶粒径以上であまり変化しない値を示している。ここでも図2同様の減少傾向を仮定している。図5は実験データを式(3)で回帰したものうち、 a 値と d_m 値の相関性を表している。実験的なばらつきはあるものの a 値は d_m 値の増加とともに双曲線的に減少する傾向がみられる。

3・3 n, n' 乗硬化則による値の相関性 延性破断過程やその他塑性変形問題は概して大きい塑性ひずみ域(数%塑性ひずみ域またはそれ以上)での挙動が問われるので $n_{2.3}$ 値で考えることもできるが、F.E.M.による弾性解の場合などは n' 値が必要となる。そこで同一材料について求めた $n_{2.3}$ 値と n' 値の関係を図6に示した。図6(a)は銅および6・4黄銅の結果であり、図6(b)はアルミニウムの関係である。銅(相関係数: 0.975) 6・4黄銅(0.894)およびアルミニウム(0.988)の場合各々こう配は異なるがいずれも $n_{2.3}$ 値の増加とともに n' 値もほとんど直線的に増加している。次に同様な考え方により K 値と K' 値の関係を描いてみてもこれとよく似た傾向を得ている。

3・4 平均結晶粒径、塑性ひずみと流動応力 以上結晶粒径の種々異なる実用材料の変形挙動を式(1)および(3)で近似した結果を平均結晶粒径の関数として図示した。これらの結果より加工硬化指数は特定の大きさの結晶粒径までは平均結晶粒径の指数乗の関数、すなわち式(2)および式(4)で近似し得ることを示すとともにほかの係数 K, K', a なども平均結晶粒径の関数として近似した。したがってこれらの材料の流動応力は n, n' 乗硬化則と組合せて平均結晶粒径(ごく微細粒径($\sim 5 \mu m$ 以下)を除き)および塑性ひずみの関数として次のごとく近似し得る。

$$\sigma_f = K \cdot \varepsilon_p^{n_{2.3}} \quad (\varepsilon_p \geq 4\%) \quad \dots\dots\dots (5)$$

$$\text{ここで } n_{2.3} = A(d_m)^B, K = C(d_m + E)^D$$

図5 平均結晶粒径とひずみの定数, a 値の関係

または,

$$\sigma_f = K' \cdot (a + \varepsilon_p)^{n'} \dots\dots\dots (6)$$

ここで

$$n' = A' (d_m)^{B'}, K' = C' (d_m + E')^{D'}, \\ a = F' / (d_m + H')$$

4. 検 討

4.1 流動応力式と加工硬化指数 結晶質材料の流動応力は、結晶粒径の $-1/2$ 乗に比例し、Hall-Petchの式

$$\sigma_f = \sigma_i + K_y \cdot d^{-1/2} \dots\dots\dots (7)$$

で表現し得るとされている。この関係で流動応力と $d^{-1/2}$ の関係を描くと $d^{-1/2}=0$ に相当する値 σ_i は一般に塑性ひずみとともに大きくなる⁽⁵⁾⁽⁹⁾。流動応力の結晶粒径依存性のほかのモデルは、転位密度⁽³⁾による式

$$\sigma_f = \sigma_i + \alpha \cdot G \cdot b (\rho^T)^{1/2} \dots\dots\dots (8)$$

であり、両者は $\rho^T=1/d$ なる実験事実⁽¹⁰⁾⁽¹¹⁾により関係づけられる。式(8)は、塑性ひずみの関数として書き直すこともできる⁽⁴⁾⁽¹²⁾,

$$\sigma_f = \sigma_i + \alpha \cdot G \cdot \sqrt{\varepsilon_p \cdot b/L} \dots\dots\dots (9)$$

材料の流動応力を塑性ひずみおよび結晶粒径の関数として表現しようと試みたものには例えば

(a) 銅および6・4黄銅

(b) アルミニウム

図 6 $n_{2,3}$ 値と n' 値の関係

Thompsonの報告⁽¹³⁾があげられる。彼はAshby⁽⁷⁾の考えをとり入れ、全転位密度は幾何学的転位密度 (geometrically-necessary dislocation density) と統計的転位密度 (statistically-stored dislocation density) の和による

$$\rho^T = \rho^G + \rho^S \dots\dots\dots (10)$$

として、式(8)に ρ^G, ρ^S の大きさを代入して、

$$\sigma_f = \sigma_i + \alpha \cdot G \cdot b (\rho^G + \rho^S)^{1/2} \dots\dots\dots (11)$$

$$= \sigma_i + \alpha \cdot G \cdot b \left[\frac{1}{4d} \cdot \frac{\varepsilon_p}{b} + \frac{1}{\lambda^S} \cdot \frac{\varepsilon_p}{b} \right]^{1/2} \dots\dots (12)$$

と表した。もつとも ρ^G, ρ^S は物理的に区別できる量ではなく概念的なものであり、粒内と粒界の変形の違いに関するものであることはAshbyにより説明されている。ここで幾何学転位のすべり長さ (λ^G) は結晶粒径に比例し、 $(\lambda^G \propto d)$ 、統計的転位のすべり長さ λ^S は後述(図7参照)のように結晶粒径および塑性ひずみにより変化する値である。式(12)は

$$\frac{\sigma_f}{\alpha G} = \frac{\sigma_i}{\alpha G} + \left[\frac{b}{4d} + \frac{b}{\lambda^S} \right]^{1/2} \cdot \varepsilon_p^{1/2}$$

となり、たとえ $\lambda^S = f(d, \varepsilon_p)$ の適切な関係を代入しても加工硬化指数はいずれの結晶粒径に対しても0.5以上となることは明白であり、実際の現象(例えば図1および3の関係)を表現し難い。もつともコンピュータを用いて式(12)を実験値に適合させて求めた $\sigma_i, \alpha, \lambda^S$ 値なども満足する値を得られなかったことを著者自身報告している。次にさらに改良した表現として、彼は、

$$\sigma_f = \sigma_i + \left(1 - \frac{\lambda^S}{d} \right) \cdot \left(\frac{k_1}{\lambda^S} \right) + \left(\frac{\lambda^S}{d} \right) \cdot \left(\frac{k_2}{d^{1/2}} \right) \dots (13)$$

を報告⁽⁵⁾し、この関係は実際のデータを適切に表現しているとしている。なおここで k_1, k_2 はコンピュータにより求まる定数である。この式は

$$\sigma_f = \left(\sigma_i - \frac{k_1}{d} \right) + \left(\frac{k_1}{\lambda^S} + \frac{k_1 \cdot \lambda^S}{d^{3/2}} \right)$$

となり、いま、かりに $\lambda^S = m^* (10^{-6} \text{m 前後の大きさ})$ と

図 7 統計的転位のすべり長さ λ^S と塑性ひずみおよび平均結晶粒径の関係

して〔図7で $\varepsilon_P \approx 0.12$ 以上の域では、 ρ^s はほとんど変化しない事実より〕加工硬化指数の定義

$$n = \frac{d(\log \sigma_f)}{d(\log \varepsilon_P)} = \frac{\varepsilon_P}{\sigma_f} \cdot \frac{d\sigma_f}{d\varepsilon_P} \dots\dots\dots (14)$$

により n 値を求めてみても、適切な値は得られない。また、かりに $\lambda^s = A/\varepsilon_P$ ($A=5 \times 10^{-7}$) と非常に単純な値を用いたとしても

$$n = \frac{(K_1 \varepsilon_P^2 d^2 - A^2 K_2 \sqrt{d})}{(K_1 \varepsilon_P^2 d^2 - A K_1 \varepsilon_P d + A^2 K_2 \sqrt{d})} \dots\dots\dots (15)$$

となり、図1や図3に示したような加工硬化指数の結晶粒径による変化を表現することができない。

4.2 流動応力式の修正と加工硬化指数 一般に知られている材料の加工硬化指数は $n \leq 0.5$ の場合がほとんどである。したがって流動応力を表す式(11)で、加工硬化指数を適切に表現するためには、 ρ^G 、 ρ^s の塑性ひずみおよび結晶粒径依存性を修正しなければならない。Ashby⁽⁷⁾は銅単結晶の変形で、 ρ^G は ε_P に比例して増加し粒径の小さい場合 ρ^G は転位密度の主たる部分を占めることや、塑性ひずみとともに ρ^s は ρ^G より急速に増加し(単結晶の流動応力の第II段階では ε_P^2 に比例)、粒径の大きい場合 ρ^s は ρ^G に代わって優位を占めるようになることを報告している。また粒内と粒界の変形の違いのある実験事実⁽⁴⁾⁻⁽¹⁶⁾もある。ここでは ρ^G 、 ρ^s は前述のごとく塑性ひずみの一次関数、すなわち

$$\rho^G \propto \frac{1}{\lambda^G} \cdot \frac{\varepsilon_P}{b}, (\lambda^G \propto d) \dots\dots\dots (16)$$

$$\rho^s \cong \frac{1}{\lambda^s} \cdot \frac{\varepsilon_P}{b} \dots\dots\dots (17)$$

として考える代わりに

$$\rho^G = \frac{K_g}{d_m} \cdot \frac{\varepsilon_P}{b}, p = (100 d_m)^{x_g} \dots\dots\dots (18)$$

$$\rho^s = \frac{K_s}{\lambda^s} \cdot \frac{\varepsilon_P}{b}, q = (100 d_m)^{x_s} \dots\dots\dots (19)$$

図8 平均結晶粒径と転位論による加工硬化指数 $n_{2,3}$ 値の関係

なる関係を仮定し、 ρ^G 、 ρ^s は塑性ひずみの p 乗および q 乗に比例するとした。ここで平均結晶粒径 d_m を、零から 1×10^{-2} m (単結晶相当の大きさを想定) までは考え、 p および q は結晶粒径の増加とともに零から 1.0 まで変化する d_m の指数関数と仮定した。なお K_g および K_s は定数である。 λ^s は $\varepsilon_P=0$ で平均結晶粒径近傍の値を示し、 ε_P の増加とともに図7のごとく (Cu の場合) 減少することが報告⁽⁵⁾されている。したがってこの例にならない

$$\lambda^s = \frac{\eta_1}{\varepsilon_P + \eta_2} + \eta_3 \dots\dots\dots (20)$$

$$\eta_1 = f_1(d_m), \eta_2 = f_2(d_m), \eta_3 = f_3(d_m)$$

なる関係で回帰した式で表現できるとした。

これらの関係を流動応力の式(11)に代入して

$$\begin{aligned} \sigma_f &= \sigma_i + \alpha \cdot G \cdot b \sqrt{\rho^G + \rho^s} \\ &= \sigma_i + \alpha \cdot G \cdot \left[\frac{K_g \cdot b \cdot \varepsilon_P}{d_m} + \frac{K_s \cdot b \cdot \varepsilon_P}{\lambda^s} \right]^{1/2} \dots\dots (21) \end{aligned}$$

を得る。この式で例えば銅の加工硬化指数と平均結晶粒径の関係を求める場合、第2項に式(20)の λ^s (図7参照)と式(18)および(19)で x_g 、 x_s 、 K_g 、 K_s を仮定し $n_{2,3}$ 値と d_m 値の実験データに最適曲線の値をコンピュータで求めると、各々 $x_g=0.064$ 、 $x_s=0.001$ 、 $K_g=2.5$ 、 $K_s=0.2$ を得る。これらの値を用いて描いた曲線が図8の銅の曲線である。同様に6.4黄銅に対しても λ^s と ε_P の関係を7.3黄銅の関係⁽⁵⁾と類似のものと考えて、実験値に最適の定数値を求めると各々、 $x_g=0.07$ 、 $x_s=0.001$ 、 $K_g=0.88$ 、 $K_s=0.58$ となる。これらの値による曲線とデータも同図に示した。したがって $\lambda^s = f(\varepsilon_P, d_m)$ の関係がわかっている場合前に求めた加工硬化指数と結晶粒径の関係、 $n_{2,3} = A(d_m)^p$ は、転位密度を考慮した表現、すなわち式(21)の第2項でも適切に表現できる。なお図8の両曲線は先に示した $n_{2,3} = A(d_m)^p$ による曲線〔図1〕とほとんど重複するため、この図には記入していない。次にここで用いた ρ^G 、 ρ^s の表現式(18)および(19)を検討してみよう。両式は塑性ひずみの関数であるとともに、結晶粒径の関数でもある。前にもことわったように、ここでは最大平均結晶粒径が 10 mm (すなわち 10^{-2} m) になる時、 p 値および q 値は各々 1.0 となり ρ^G 、 ρ^s は塑性ひずみの一次関数となっている。コンピュータによる最適値 x_g 、 x_s 、 K_g 、 K_s をこれらの式に代入して ρ^G および ρ^s の塑性ひずみによる変化を求めると、図9のごとくなる。 ρ^G 、 ρ^s 値は前述のとおり物理的に区別できない量であり、概念的なものであるので定量的な考察はし難いが、銅の計算例(図9)での ρ^G 値は粒径が小さいほど大きく、 ε_P とともにほとんど直線的に増加している。一方 ρ^s 値

は ε_p の小さい域では ρ^G 値よりはるかに低く、 ε_p の増加とともに急激に(約 ε_p^2 に比例して)増加して、粒径の大きい場合は、 $\varepsilon_p \approx 31.6\%$ (横軸 -0.5) 以内で $\rho^S > \rho^G$ と逆転している。これら定性的な変化傾向は銅単結晶に対する Ashby の計算値とよく似ている。

4.3 平均結晶粒径および塑性ひずみによる流動応力値の変化 以上この報告の主題である加工硬化指数と平均結晶粒径の関係について検討した。次に流動応力と平均結晶粒径についても少々検討してみよう。材料の流動応力 σ_f は平均結晶粒径と塑性ひずみの関数として式(5)および(6)で近似できることは前にも述べた。いま、式(6)による銅の例を図10に実線で示した。実験値は 20°C 小形引張試片による流動応力と塑性ひずみの関係で $d_m \approx 14, 28, 117 \mu\text{m}$ のもので、実線は $n' = A'(d_m)^{B'}$, $K' = C'(d_m + E')^{D'}$, $a = F'/(d_m + H')$ の関係を用いて描いたものである。いずれもよく近似表現できている。このように材料の流動応力は平均結晶粒径の関数 n' , K' , a の値を用いて適切に表現できる。また式(5)に平均結晶粒径の関数 $n_{2,3}$ および K 値を代入して流動応力を表現しても塑性ひずみ約4%(結晶粒径によっては2%前後)以上の実験値を

よく表現し得る。一方転位密度による式(21)は、

$$\frac{\sigma_f}{\alpha \cdot G} = \frac{\sigma_i}{\alpha \cdot G} + \left[\frac{K_g \cdot b \cdot \varepsilon_p^2}{d_m} + \frac{K_s \cdot b \cdot \varepsilon_p^2}{\lambda^3} \right]^{1/2}$$

となり、右辺第2項は平均結晶粒径の増加による加工硬化指数の増加現象をよく表現し得ることは図8に示した。式(21)の σ_i および α の値は考慮する塑性ひずみ値により異なるためここではその大きさを正確に求め難いが、上述の式(6)が実験値をよく表現しているので(図10参照)、式(6)および(21)よりこれらの値を試算してみた。 σ_i 値は塑性ひずみとともに約55 MPa ($\varepsilon_p = 0.01$) から310 MPa ($\varepsilon_p = 0.30$) まで増加し、 α 値は約0.71 ($\varepsilon_p = 0.01$) から0.06 ($\varepsilon_p = 0.30$) まで減少する。この σ_i 試算値は Thompson⁽⁵⁾ の銅多結晶材料の $\sigma_f = \sigma_i + K_y d^{-1/2}$ 図における σ_i 変化と類似の大きさを与えている。また α の値も0.71~0.06となり許容される範囲の大きさである。いま、式(6)により流動応力を平均結晶粒径および塑性ひずみの関数として表した銅の例を図11に実線で示した。この流動応力値は図10でも検討したようにごく微小平均粒径(銅の場合は約 $5 \mu\text{m}$ 以下)を除き実験値をよく表現している。次に式(21)で、上記 σ_i および α の計算値を用いて算出した流動応力値も同図に一点鎖線で示した。 n' 乗硬化則による曲線(実線)と似た値を示している。なお平均結晶粒径が約 $5 \mu\text{m}$ 以下では、先にも述べたように K' 値は再び増加しはじめること⁽⁵⁾ も考えられるため、この域の曲線は参考までに点線で示した。したがって式(21)による小粒径の曲線も同様点線で示した。このように式(5)、(6)および(21)は銅や6.4黄銅の加工硬化指数と平均結晶粒径の関係を適切に表現し得るのみならず、流動応力、平均結晶粒径、塑性ひずみの関係もよく近似できる。

材料中個々の結晶粒径は正確にはすべて同一径ではあり得なく、その大きさは本質的には統計的分布を持っているものだが、ここではこれまでの多くの報告にない平均結晶粒径で表現した。実際結晶粒径分布を

図9 幾何学的および統計的転位密度と塑性ひずみおよび平均結晶粒径の関係

図10 平均結晶粒径の異なる銅の理論的および実験的流動曲線

図11 銅の平均結晶粒径、塑性ひずみによる流動応力変化

統計的に処理して、加工硬化指数を検討した結果は別に報告する予定である。

5. 結 言

銅, 6・4 黄銅, アルミニウムおよび軟鋼(SS 41)薄板材の平均結晶粒径を種々の大きさに変えた引張試片を用いて, 材料の加工硬化指数と平均結晶粒径の関係を調べるとともに, n, n' 乗硬化則および転位密度による流動応力の式で検討し次の結言を得た。

加工硬化指数, n は塑性ひずみの大きさとともに 3 段階に変えて表現できるが, ここでは約 4 % 塑性ひずみ以上の値を $n_{2,3}$ として一平均結晶粒径につき一つの値で求めた。 n 乗硬化則の簡便な式, $\sigma_f = K \varepsilon_p^{n_{2,3}}$ で表現しても, また全塑性ひずみ域に適用し得る式, $\sigma_f = K'(a + \varepsilon_p)^{n'}$ で表現しても加工硬化指数は各材料とも, 平均結晶粒径の減少とともに減少し, 平均結晶粒径の指数乗の関係, すなわち $n_{2,3} = A(d_m)^B$ または, $n' = A'(d_m)^{B'}$ で特定結晶粒径の大きさまで, 適切に表現することができる。もちろん, A, A' 等の定数は材料により異なる。 K, K' 値は, 大粒径であり変化せず小粒径に近づくにつれ減少する。また a 値は平均粒径の増加とともに減少する。これらの値を n および n' 乗硬化則による流動応力の式に代入すれば, 流動応力は平均結晶粒径および塑性ひずみの関数としてよく表現することができる。

次に転位密度による流動応力の式で, 転位密度を幾何学的転位密度, ρ^G と統計的転位密度, ρ^S の和におきかえ, ρ^G, ρ^S は各々平均結晶粒径および塑性ひずみの関数であるとした式は, 銅および 6・4 黄銅の加工硬化指数と平均結晶粒径の実験関係をよく定量し得る。

銅についてはコンピュータで求めた最適定数値 x_0, x_s, K_0, K_s により算出した ρ^G, ρ^S の塑性ひずみによる増加率 ($\rho^G \propto \varepsilon_p, \rho^S \propto \varepsilon_p^2$) や両者の競合の様子はこれまで報告されているものと大略同じ傾向を示している。式中, 結晶粒径に依存しない応力値 σ_i および係数 α を n' 乗硬化則の流動応力式より求めた値もこれまでの参考になる値と類似の大きさを示している。これらの値を転位密度による流動応力の式に代入すれば銅の流動応力, 平均結晶粒径, 塑性ひずみの関係をよく近似し得る。

文 献

- (1) Hall, E. O., *Proc. Phys. Soc. London*, 643(1951), 747.
- (2) Petch, N. J., *J. Iron Steel Inst.*, 174(1953), 25.
- (3) Dieter, G. E., *Mechanical Metallurgy*, (1976), 193. McGraw-Hill.
- (4) Cottrell, A. H., *Dislocation and Plastic Flow in Crystals*, (1961), 152, Oxford Univ. Press.
- (5) Thompson, A. W., ほか 2 名, *Acta Met.*, 21(1973), 1017.
- (6) 瀧本・ほか 2 名, 機講論, No. 815-1(昭 56-3), 106.
- (7) Ashby, M. F., *Phil. Mag.*, 21(1970), 399.
- (8) 例えば, 日本金属学会編, 金属便覧, 改訂 3 版, (昭 46), 910.
- (9) Armstrong, R. W., *Metall. Trans.*, 1(1970), 1169.
- (10) Brandon, D. G. and Nutting, J., *J. Iron Steel Inst.*, 196(1960), 160.
- (11) Keh, A. H. and Weissman, S., *Electron Microscopy and strength of Crystals*, (1963), 231, John Wiley & Sons, Ins..
- (12) 川田・ほか 2 名, 機械材料学, (昭 46), 128, 共立出版.
- (13) Thompson, A. W. and Baskes, M. I., *Phil. Mag.*, 28(1973), 301.
- (14) Boas, W. and Hargreaves, M. E., *Proc. R. Soc. London, Ser. A*, 193(1948), 89.
- (15) 瀧本・ほか 2 名, 機講論, No. 807-2(昭 59-9), 113.
- (16) 瀧本・ほか 3 名, 山口大工研究報告, 31-1(昭 55-10), 51.

討 論

〔質問〕 横 堀 寿 光〔東北大学工学部〕
興味深く拝読した。

(1) 質問者等は, いままで転位源からの射出を伴う転位群の自由膨張運動および動的集積問題を解析し(付 1)~(付 3), 動的強度の定量化と微視組織の影響を明らかにしてきた(付 4)~(付 6)。これは動的塑性変形挙

動を明らかにすることが, 連続体解析, あるいはそれによる近似では不可能であるため, 忠実なシミュレーションによる解析が必要であったことに起因している。ところで, 貴論文のひずみ速度条件は, 質問者らの結果(付 6)からほぼ静的解と一致していると考えられる。新しく転位論的解釈が重要な意味をもってくるのは, 動的効果が問題となる条件においてではないかと思われる。この点についてはどのようにお考えになっておられるか。

(2) 0.2~0.8 % C 鋼について加工硬化指数 n が降伏点 σ_Y (耐力)について

$$n \propto \sigma_Y^{-\gamma} (\gamma > 0) \dots\dots\dots (i)$$

- (付 1) Yokobori, T., ほか 2 名, *Philos Mag.*, 30(1974), 367.
- (付 2) Yokobori, A. T. Jr., ほか 2 名, *J. Appl. Phys.*, 47(1975), 3720.
- (付 3) 横堀(寿)・横堀(武)・川崎, 機論, 45-395, A (昭 54), 760.
- (付 4) 横堀(武)・横堀(寿), 日本金属学会誌, 42-1(昭 53), 88.
- (付 5) 横堀(寿)・横堀(武)・坂田, 機論, 50-452, (昭 59), 654.
- (付 6) 横堀(寿)・横堀(武), 西, 機論, 51-468, (昭 60), 1995.

なる実験関係があることは、Hollomon によって詳細に確かめられている(付7)。他方、周知のように降伏点と結晶粒径 d_m との間に

$$\sigma_r = \sigma_i + kd^{-1/2} \dots\dots\dots (ii)$$

なる関係が成り立つ。したがって、 $\sigma_i \ll kd^{-1/2}$ の場合には式(ii)を式(i)に代入すると $n = (1/k)^r d_m^{1/2}$ なる形の式となって、貴式と同じようになる。 σ_i が $kd^{-1/2}$ に比して無視できなくとも、 n が降伏点とともに減少するという実験結果から、 σ_r と d_m とは増減関係が逆であるから、 n は d_m とともに増加するという結果だけはいえる。以上の点、いかがお考えか。

〔回答〕 (1) 著者らのひずみ速度は $1.38 \sim 9.54 \times 10^{-4} \text{ s}^{-1}$ であり、明らかに静的試験の範囲のデータである。貴論文(付6)にも示しておられるように結晶粒径が小さくひずみ速度が $10^{-4} \sim 10^{-3}$ 程度においては静的転位密度と転位群の動的集積による転位密度はほとんど変わらず、また動的降伏点の実験値もひずみ速度にほとんど依存性を示していない。したがって、ひずみ速度依存性が若干とも存在するかもしれないが、

静的解によるもので表現しようと考えている。また結晶粒径が大きくなると転位群運動の動的効果がより現れるのかもしれないが、その詳しい実験的なデータもみられず、ここでは上記静的ひずみ速度範囲内ではそれほど顕著に現れないものとして静的解の修正したものにより表現している。

(2) ご指摘のように Hollomon の式と Hall-Petch の式により平均結晶粒径が大きくなるほど、加工硬化指数は大きくなる。また、 σ_r 値、 n 値の増減関係からも同様な関係が考えられる。しかしこの報告で示したようにこれらの関係は、実験的には特定結晶粒径値までの範囲で成立することはいうまでもない。前の回答(1)にも書いたように、ここではひずみ速度が $10^{-4} \sim 10^{-3}$ の範囲のため静的解の修正したもの〔式(18)、(19)〕で近似できるとし、塑性ひずみ値および平均結晶粒径値が大きくなるとともに加工硬化指数が大きくなるのは式(19)の項が支配的になるためと考えている。

(付7) 横堀, 機械の研究, 11-8(昭34), 65.