時間焼入れされる炭素鋼の熱弾塑性応力解析*

菅原 幸夫**, 片岡 更一**, 石川 博将***

Thermoelastoplastic Stress Analysis of Interruptedly Quenched Steel

Yukio SUGAWARA, Kouichi KATAOKA, and Hiromasa ISHIKAWA

Interrupted quenching is considered to be effective in avoiding the quenching distortion and in reducing the quenching stress. The numerical calculation for thermoelastoplastic stresses due to interrupted quenching is carried out, using the procedure of Mendelson's method of successive elastic solutions. A_1 and A_2 transformations on heating, and martensitic or pearlitic transformation on cooling, are reasonably taken into account as the typical models of phase transformations during interrupted quenching of carbon steel. Mechanical and thermal properties of steel are considered to be temperature dependent. As a result, the residual stresses due to interrupted quenching are verified to be smaller than those from general quenching.

Key Words: Interrupted Quenching, Phase Transformation, Quenching Stress, Thermoelastoplastic Stress, Numerical Analysis

1. 緒 言

普通の焼入れ⁽¹⁾や高周波焼入れ⁽²⁾により生ずる焼入応力は数値解析によりすでに報告されており、実験結果との比較⁽³⁾も行われているところである。鋼の焼入れ法はほかにも種々存在するが、それらについての解析結果はまだ報告されていないようである。

本報では、いわゆる普通の急冷による焼入れ(以下急冷による焼入れと称す)に比較し焼入れ応力や焼入れ変形の低減あるいは焼き割れ防止に有効であるとされる時間焼入れを取り上げ、数値解析により焼入れ応力やその生ずるしくみについて検討を行う。あわせて急冷による焼入れについても解析を行い、両者の結果を比較検討する。解析は既報⁽⁴⁾同様、熱弾塑性応力解析法により行い、材料物性値の温度依存性および種々の相変態を考慮している。数値計算は Mendelson の逐次近似法⁽⁵⁾による。

2. 解析の理論

解析では、半径 r_0 の無限に長い棒鋼(S 45 C 相当)

* 昭和61年11月26日 第941回講演会において講演、原稿受付 昭和61年5月23日。

** 正員、北見工業大学(〒090 北見市公園町165)。

*** 正員、北海道大学工学部(〒060 札幌市北区北13西8)。

が初期温度 0°C から加熱され、棒内の温度が一様になった後表面から冷却されるとする。ここで加熱温度は $T_0=840^\circ\text{C}$ とし、塑性ひずみが生じない程度に緩慢に加熱されるとする。冷却時には、時間焼入れの時はマルテンサイト変態温度付近が比較的緩やかに冷却されるとし、急冷による焼入れの時はマルテンサイト変態温度付近で冷却速度の低下はないものとする。

2.1 温度の算定 熱伝導率 λ が温度に依存する場合の基礎熱伝導方程式を円柱座標系にて表示⁽⁶⁾すると次式のようなになる。

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial \phi}{\partial \rho} = \frac{\partial \phi}{\partial s} \quad \dots\dots\dots (1)$$

ただし温度 T 、時間 t 、半径 r に関し次式(2)に示すような無次元数による表示⁽⁵⁾をしている。

$$\bar{\theta} = \frac{T}{T_0}, \quad s = \frac{h}{r_0^2} t, \quad \rho = \frac{r}{r_0} \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここで熱拡散率 $h=9 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ ⁽⁶⁾である。さらに変換温度 ϕ は次式に示すとおりである。

$$\phi = \int_0^{\bar{\theta}} \lambda^*(\delta) d\delta \quad \dots\dots\dots (3)$$

ここで $\lambda^*(\bar{\theta})$ は、熱伝導率 λ を次元のある定数(添字0)と温度に依存する無次元数(添字*)の積で表示⁽⁵⁾した時の無次元熱伝導率である。加熱時の棒の表面温度 $\bar{\theta}_0$ は次式で表されたとする。

$$\bar{\theta}_0 = 1 - \exp(-qs) \quad \dots\dots\dots (4)$$

ただし q は加熱係数と呼び定数とする。加熱時の棒の温度 $\bar{\theta} \equiv \bar{\theta}(s, \rho)$ は、式(4)を満たす式(1)の解である次式(5)と、式(3)を用い $\bar{\theta}$ につき解いて得られる。

$$\begin{aligned} \phi = \int_0^{\bar{\theta}_0} \lambda^*(\delta) d\delta + 2q \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_n} \frac{J_0(\alpha_n \rho)}{J_1(\alpha_n)} \left\{ \frac{\phi_1}{\alpha_n^2 - q} \right. \\ \times (e^{-qs} - e^{-\alpha_n s}) + \frac{2\phi_2}{\alpha_n^2 - 2q} (e^{-2qs} - e^{-\alpha_n s}) \\ \left. + \frac{3\phi_3}{\alpha_n^2 - 3q} (e^{-3qs} - e^{-\alpha_n s}) \right\} \quad \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

ここで $J_0(x)$, $J_1(x)$ はそれぞれ零次、一次の第一種ベッセル関数であり、 $\alpha_n (n=1, 2, 3, \dots)$ は $J_0(\alpha_n) = 0$ の

正根である。なお熱伝導率 λ は

$$\lambda = \lambda_0 \lambda^*(\bar{\theta}) = \lambda_0 (1 + \lambda_1 \bar{\theta} + \lambda_2 \bar{\theta}^2) \quad \dots\dots\dots (6)$$

と表示し、さらに

$$\begin{aligned} \phi_1 = -(1 + \lambda_1 + \lambda_2), \quad \phi_2 = (\lambda_1/2) + \lambda_2, \\ \phi_3 = -\lambda_3/3 \quad \dots\dots\dots (7) \end{aligned}$$

である。

時間焼入れの冷却時の棒の表面温度 $\bar{\theta}_0$ は次式(8)で表されたとする。

$$\bar{\theta}_0 = \bar{\theta}_{01} \exp(-q_1 s) + \bar{\theta}_{02} \exp(-q_2 s) \quad \dots\dots (8)$$

ただし $\bar{\theta}_{01}$, $\bar{\theta}_{02}$, q_1 および q_2 は定数であり、時間 s は冷却開始後の時間である。冷却時の棒内の温度は、式(8)を満たす式(1)の解である次式(9)を用い、式(3)を $\bar{\theta}$ につき解いて得られる。

$$\begin{aligned} \phi = \bar{\theta}_{01} \left(1 + \frac{\lambda_1}{2} \bar{\theta}_0 + \frac{\lambda_2}{3} \bar{\theta}_0^2 \right) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_n} \frac{J_0(\alpha_n \rho)}{J_1(\alpha_n)} \left[\frac{\bar{\theta}_{01} q_1}{\alpha_n^2 - q_1} (e^{(\alpha_n - q_1)s} - 1) + \frac{\bar{\theta}_{02} q_2}{\alpha_n^2 - q_2} (e^{(\alpha_n - q_2)s} - 1) \right. \\ + \lambda_1 \left\{ \frac{\bar{\theta}_{01}^2 q_1}{\alpha_n^2 - 2q_1} (e^{\frac{\alpha_n^2 - 2q_1 s}{\alpha_n^2 - 2q_1}} - 1) + \frac{\bar{\theta}_{01} \bar{\theta}_{02} (q_1 + q_2)}{\alpha_n^2 - q_1 - q_2} (e^{\frac{\alpha_n^2 - q_1 - q_2 s}{\alpha_n^2 - q_1 - q_2}} - 1) + \frac{\bar{\theta}_{02}^2 q_2}{\alpha_n^2 - 2q_2} (e^{\frac{\alpha_n^2 - 2q_2 s}{\alpha_n^2 - 2q_2}} - 1) \right\} \\ + \lambda_2 \left\{ \frac{\bar{\theta}_{01}^3 q_1}{\alpha_n^2 - 3q_1} (e^{\frac{\alpha_n^2 - 3q_1 s}{\alpha_n^2 - 3q_1}} - 1) + \frac{\bar{\theta}_{01}^2 \bar{\theta}_{02} (2q_1 + q_2)}{\alpha_n^2 - 2q_1 - q_2} (e^{\frac{\alpha_n^2 - 2q_1 - q_2 s}{\alpha_n^2 - 2q_1 - q_2}} - 1) + \frac{\bar{\theta}_{01} \bar{\theta}_{02} (q_1 + q_2)}{\alpha_n^2 - q_1 - 2q_2} (e^{\frac{\alpha_n^2 - q_1 - 2q_2 s}{\alpha_n^2 - q_1 - 2q_2}} - 1) \right. \\ \left. \left. + \frac{\bar{\theta}_{02}^3 q_2}{\alpha_n^2 - 3q_2} (e^{\frac{\alpha_n^2 - 3q_2 s}{\alpha_n^2 - 3q_2}} - 1) \right\} \right] \quad \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

2・2 応力およびひずみ 初期応力のない半径 r_0 の丸棒が加熱・冷却される時の応力およびひずみは次式⁽⁴⁾より算定する。例えば半径方向応力成分 σ_r^* は、

$$\sigma_r^* = -\frac{1-\nu}{1-2\nu} E^* \int \alpha^* d\bar{\theta} + \frac{E^*}{(1+\nu)(1-2\nu)} \{ (1-\nu) \varepsilon_r^* + \nu (\varepsilon_\theta^* + \varepsilon_z^*) \} - \frac{E^*}{1+\nu} \varepsilon_r^{p*} \quad \dots\dots\dots (10)$$

である。ここで本報告では温度 T 、時間 t 、半径 r 、熱伝導率 λ のほかに、縦弾性係数 E 、線膨張係数 α 、降伏応力 σ_Y について λ と同様に以下の無次元表示を用いている。

$$E = E_0 E^*(\bar{\theta}), \quad \alpha = \alpha_0 \alpha^*(\bar{\theta}), \quad \sigma_Y = \sigma_{Y0} \sigma_Y^*(\bar{\theta}) \quad \dots\dots\dots (11)$$

ただし温度依存形変数については、 $\alpha^*(\bar{\theta})$ のみ後述するとして、

$$E^*(\bar{\theta}) = 1 - E_1 \bar{\theta}^2, \quad \sigma_Y^*(\bar{\theta}) = \sigma_{Y1} + \sigma_{Y2} \bar{\theta} + \sigma_{Y3} \bar{\theta}^2 \quad \dots\dots\dots (12)$$

とする。またポアソン比を ν とし、 $\sigma_r^* = (1-\nu) \sigma_r / (E_0 \alpha_0 T_0)$ 、であり、 $\varepsilon_r^* = (1-\nu) \varepsilon_r / (\alpha_0 T_0)$ 、 $\dots$ 、 $\varepsilon_r^{p*} = (1-\nu) \times \varepsilon_r^p / (\alpha_0 T_0)$ 、 $\dots$ である。つぎにひずみの各成分は次式により算定する。

$$\begin{aligned} E^* \varepsilon_\theta^* = \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \int \varepsilon_\theta^* \frac{\partial E^*}{\partial \rho} d\rho + \frac{1}{2(1-\nu)} \cdot \frac{1}{\rho^2} \int \rho^2 \varepsilon_\theta^* \frac{\partial E^*}{\partial \rho} d\rho + (1+\nu) \frac{1}{\rho^2} \int E^* \left(\int \alpha^* d\bar{\theta} \right) \rho d\rho \\ + \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \int \frac{E^*}{\rho} (\varepsilon_r^{p*} - \varepsilon_\theta^{p*}) d\rho + \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \cdot \frac{1}{\rho^2} \int \rho E^* (\varepsilon_r^{p*} + \varepsilon_\theta^{p*}) d\rho - \frac{\nu}{1-\nu} \cdot \frac{1}{\rho^2} \int \rho E^* \varepsilon_z^* d\rho + B_0 + \frac{B_1}{\rho^2} \\ E^* \varepsilon_r^* = \frac{1-2\nu}{1-\nu} \int \varepsilon_\theta^* \frac{\partial E^*}{\partial \rho} d\rho - E^* \varepsilon_\theta^* + (1+\nu) E^* \int \alpha^* d\bar{\theta} + \frac{1-2\nu}{1-\nu} E^* \varepsilon_r^{p*} \\ + \frac{1-2\nu}{1-\nu} \int \frac{E^*}{\rho} (\varepsilon_r^{p*} - \varepsilon_\theta^{p*}) d\rho - \frac{\nu}{1-\nu} E^* \varepsilon_z + 2B_0 \\ \varepsilon_z^* = \frac{1}{\int_0^1 E^* \rho d\rho} \left\{ (1-\nu) \int_0^1 E^* \left(\int \alpha^* d\bar{\theta} \right) \rho d\rho - \int_0^1 \rho E^* (\varepsilon_r^{p*} + \varepsilon_\theta^{p*}) d\rho \right\} \quad \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

ここで B_0 , B_1 は積分定数であり次に示す。

$$\begin{aligned} B_0 = \frac{1-2\nu}{2(1-\nu)} \left\{ 2(1-\nu) \int_0^1 E^* \left(\int \alpha^* d\bar{\theta} \right) \rho d\rho + \int_0^1 \rho E^* (\varepsilon_r^{p*} + \varepsilon_\theta^{p*}) d\rho - \int_0^1 \varepsilon_\theta^* \frac{\partial E^*}{\partial \rho} d\rho \right. \\ \left. + \int_0^1 \rho^2 \varepsilon_\theta^* \frac{\partial E^*}{\partial \rho} d\rho - \int_0^1 \frac{E^*}{\rho} (\varepsilon_r^{p*} - \varepsilon_\theta^{p*}) d\rho \right\}, \quad B_1 = 0 \quad \dots\dots\dots (14) \end{aligned}$$

3. 数値計算および結果

3.1 数値計算 数値計算は加熱過程と冷却過程の二つに分割して行う。加熱開始後丸棒の温度が一樣に $\bar{\theta}=1$ となった時に冷却を開始する。数値計算では丸棒の半径を 80 等分し、各時間段階におけるひずみ、応力を算定する。手法は既報⁽³⁾同様であり詳細な記述は省略する。なお加熱過程は 165 の、冷却過程は 172 の時間段階に分割した。

式(12)に示した線膨張係数は、定数 α_0 について $\alpha_0 = 14 \times 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$ とし、 A_1 変態温度 $A_1 = 727^\circ\text{C}$ 、 A_3 変態温度 $A_3 = 793^\circ\text{C}$ 、マルテンサイト変態開始温度 $M_s = 391^\circ\text{C}$ 、マルテンサイト変態終了温度 $M_f = 326^\circ\text{C}$ とし $\bar{\theta} = T/T_0$ を用いて表 1 のように表す。

材料の応力-ひずみ関係は Ramberg-Osgood 則を用いて表示⁽⁴⁾⁽⁷⁾するが、その加工硬化指数 m は温度および CCT 線図を用いて決定する組織に依存するものとして表示している。したがって $m \equiv m(\bar{\theta})$ とし、表 1 のように表す。

降伏応力⁽⁴⁾についても表 1 に示す。ここで μ は熱負荷の程度を示す量であり、 $\mu = E_0 \alpha_0 T_0 / (1 - \nu) \sigma_{r0}$ である。さらに式(6)、(12)にて用いた定数は以下に示すとおりである。

$$\begin{aligned} \lambda_0 &= 51.9 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}, E_0 = 210.9 \text{ GPa}, \\ \sigma_{r0} &= 294.3 \text{ MPa} \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= -6.177 \times 10^{-2} \mu, \lambda_2 = 1.847 \times 10^{-3} \mu^2, \\ E_1 &= 1.73 \times 10^{-3} \mu^2 \end{aligned} \quad (16)$$

なおポアソン比 $\nu = 0.4$ ⁽⁴⁾としている。

加熱時の表面温度は式(4)において $q = 0.001$ とおき与えられる。時間焼入れの冷却時には、表面温度は

式(8)において $\bar{\theta}_{01} = 0.5714$, $\bar{\theta}_{02} = 0.4286$, $q_1 = 87.5$, $q_2 = 1.25$ として与えられる。一方急冷による焼入れの場合は式(8)において $\bar{\theta}_{01} = 1$, $\bar{\theta}_{02} = 0$, $q_1 = 50$ として与えられる。

3.2 結果 図 1 に時間焼入れおよび急冷による焼入れ時の丸棒の温度を示す。実線は中心温度を、一点鎖線は表面温度を示す。また A_1 , A_3 , M_s , M_f はそれぞれ A_1 変態温度, A_3 変態温度, マルテンサイト変態開始および終了温度を表す。急冷による焼入れに比較し、時間焼入れの場合はマルテンサイト変態温度間において冷却速度が遅くなる。急冷による焼入れ時には $s=3$ の時に、時間焼入れによる焼入れ時には $s=10$ の時に丸棒は $\bar{\theta}=0$ の定常状態になる。図 2 に時間焼入れ時の冷却中の丸棒内温度を示す。図中の数字 s は冷却開始後の時間を示す。また M_s , M_f はそれぞれマルテンサイト変態の開始および終了温度である。マルテンサイト変態温度付近では丸棒の表面と中心で温度差が小さい。

図 3 に数値計算により推定する冷却後の丸棒断面組織を示す。上側に時間焼入れ時の組織を示し、下側に急冷による焼入れ時の組織を示す。時間焼入れのほうに表面の焼入硬化層は薄く、また中間相(ベーナイト)を生ずるが、急冷による焼入れの時は表面硬化層は厚く、中間相は生じない。

図 4 に時間焼入れ時の冷却中における円周方向応力の時間変動を示す。図中 ρ は半径位置を示す。焼入れにより硬化する表面 ($\rho=1$) および $\rho=0.9$ では、応力値は激しく変動するが、硬化しない中心 ($\rho=0$) および $\rho=0.5$ では変動がより小さい。

図 5 に冷却後の応力を示す。いずれの焼入れの場合

表 1 材料物性値

	Structure Temperature	$\alpha^*(\bar{\theta})$	$m(\bar{\theta})$	$\sigma_Y^*(\bar{\theta}) = \sigma_{Y1} \cdot \sigma_{Y2} \bar{\theta} \cdot \sigma_{Y3} \bar{\theta}^2$		
				σ_{Y1}	σ_{Y2}	σ_{Y3}
heat	$0 \leq \bar{\theta} < (A_1/T_0)$	1	5	1	$-9.525 \times 10^{-2} \mu$	$2.478 \times 10^{-3} \mu^2$
	$(A_1/T_0) \leq \bar{\theta} < (A_3/T_0)$	-3.08	6 ~ 7 [⊗]			
	$(A_3/T_0) \leq \bar{\theta} \leq 1$	1.5	8			
cool	austenite ($M_s/T_0) \leq \bar{\theta} \leq 1$	1.5	8	0.683	$-4.427 \times 10^{-2} \mu$	$-5.343 \times 10^{-3} \mu^2$
	martensite(austenite)					
	$(M_f/T_0) \leq \bar{\theta} < (M_s/T_0)$	-8.30	3 ~ 8 [⊗]	6.730	$-0.9652 \times \mu$	0
	$0 \leq \bar{\theta} < (M_f/T_0)$	0.929	3	1.165	$3.619 \times 10^{-2} \mu$	0
	ferrite-pearlite (austenite)					
	$(A_1/T_0) \leq \bar{\theta} < (A_3/T_0)$	-3.08	6 ~ 7 [⊗]	1	$-9.525 \times 10^{-2} \mu$	$2.478 \times 10^{-3} \mu^2$
	$0 \leq \bar{\theta} < (A_1/T_0)$	1	5			

⊗ 温度に応じて連続的に変化する。

図 1 時間焼入れおよび急冷による焼入れ時の丸棒温度

図 2 時間焼入れ時の冷却中における丸棒内温度

図 3 数値計算により推定する冷却後の丸棒断面組織

図 4 時間焼入れ時の冷却中における円周方向応力の時間変動

図 5 冷却後の応力

も硬化層(マルテンサイト)と非硬化層(中間相あるいはフェライトとパーライトの混合相)の間に大きな応力こう配が生ずる。急冷による焼入れよりも時間焼入れにより生ずる応力値のほうが小さく、丸棒の表面および中心でも同様のことが言える。

4. 結 言

S 45 C 材を対象とし、焼入れ法のひとつである時間

焼入れにより生ずる応力を解析的に算定した。あわせて急冷による焼入れについても数値計算を行い、両者の結果を比較した。得られた結果を以下に示す。

(1) 急冷により生ずる組織はマルテンサイトと、フェライト・パーライトの混合相の 2 種類であるが、時間焼入れの時はさらに中間相を生ずる。これは時間焼入れの冷却中に冷却速度が緩やかになるためである。

(2) 冷却後に生ずる応力は急冷による焼入れよりも時間焼入れのほうが小さい。したがって時間焼入れの目的のひとつである焼入れ応力の低減がなされていると確認できる。

なお数値計算は北海道大学大型計算機センターの HITAC M-280 H に依った。

文 献

- (1) 例えば、井上・ほか 2 名, 材料, 25-273 (昭 51), 521.
- (2) 菅原・ほか 2 名, 機論, 50-454, A (昭 59), 1228.
- (3) 門河・ほか 2 名, 材料, 29-327 (昭 55), 1173.
- (4) 菅原・ほか 2 名, 機論, 48-433, A (昭 57), 1209.
- (5) 石川, 機論, 43-375 (昭 52), 4019.
- (6) Carslaw, H. S. and Jager, J. C., *Conduction of Heat in Solids*, 2nd ed. (1959), 10, Clarendon Press.
- (7) Ramberg, W. and Osgood, W. R., *NACA Tech. Note*, 902 (1943).